Année universitaire 2021-2022

# TRAVAUX DIRIGÉS
# PHYSIQUE des ONDES

**Enseignants :**

**Codruta MARINICA (G1) : dana-codruta.marinica@universite-paris-saclay.fr**
**Jean-Baptiste TOUCHAIS (G2) : jean-baptiste.touchais@universite-paris-saclay.fr**
**Lise TAZAIRT (G3) : Lise.tazairt@universite-paris-saclay.fr**
**Julien BASSET (Cours) : julien.basset@universite-paris-saclay.fr**

**Version du 1er septembre 2021**

# Remarques générales

Les exercices qui suivent sont de nature diverses et variées que l'on peut diviser en quatre catégories :

1. Certains visent à *formuler* un problème et à en *discuter* de manière critique une solution à partir d'arguments physiques. Ils sont placés en début de chapitre et notés par le signe **ED** pour Exercice et Discussion.
2. D'autres sont plus classiques et constituent des applications du cours. Ils sont placés à la suite des précédents et des étoiles leur sont attribuées selon leur difficulté (* = facile, ** = moyen, *** = difficile).
3. Enfin des expériences ludiques sur smartphone (via l'application PhyPhox) sont proposés en lien avec les différents thèmes abordés en TDs (notés **PhyPhox**).

Ces exercices sont fournis pour aider le travail personnel de l'étudiant, soit à la maison, soit en séance de TD. L'étudiant est libre de disposer de son temps comme il juge bon, mais les séances de TD seront plus bénéfiques si l'étudiant a tenté de résoudre les exercices **en amont** de la séance.

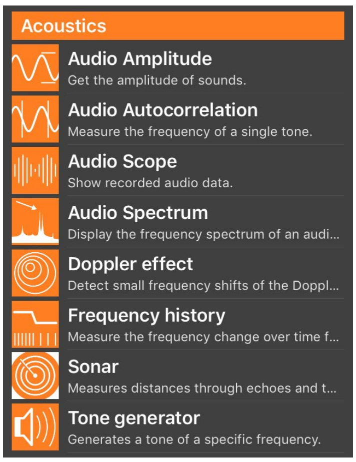
Ce document sert de "banque d'exercices" dans laquelle les étudiants et l'enseignant peuvent piocher selon leurs envies et besoins : le nombre d'exercices fourni est grand pour offrir un large choix : tous ne pourront pas être traités.

Des sections "but du TD" et "Lien avec le cours de mathématiques" sont développées pour chaque TD afin de guider l'étudiant au mieux dans la phase d'apprentissage.

phyphox
physical phone experiments

L' application « phyphox » téléchargeable sur votre smartphone a été développée par l'Institut de Physique de l'Université RWTH Aachen en Allemagne.

Un lien entre l'application et la physique des ondes est proposé au fil des exercices dans des encadrés dédiés.



# Table des matières

# TD 1

# Outils Mathématiques

- <u>But du TD :</u> *Ce TD est un rappel sur les* ***nombres complexes****. Nous reverrons ici leurs définitions mathématiques et ferrons le lien avec la* ***modélisation des ondes****, le sujet principal du cours.*
- <u>Lien avec cours de Mathématiques :</u> *Nombres complexes, interprétation géométrique, similitudes du plan, formules de trigonométrie, exponentielle complexe.*

## 1.1 Nombres complexes

Un nombre complexe $z$ s'écrit sous la forme $z = x + iy$ avec $x$ et $y$ réels, où $i$ a la propriété fondamentale $i = \sqrt{-1}$. $x$ est donc la partie réelle de $z$ et $y$ sa partie imaginaire. En utilisant l'**équation d'Euler** — $\exp(i\theta) = \cos\theta + i\sin\theta$ — on peut aussi l'écrire sous la forme $z = |z|\exp(i\theta) = |z|(\cos\theta + i\sin\theta)$, où $|z| = \sqrt{x^2+y^2} = \sqrt{zz^*}$ est le module de $z$ et $\theta = \operatorname{Arg} z$ son argument avec $\tan\theta = y/x$ . Ici $z^*$ est le conjugué complexe de $z$.

Les nombres complexes se représentent graphiquement sous forme de **diagrammes d'Argand** (dessinés par l'enseignant au tableau), ce qui peuvent aider leur manipulation dans certains cas.

1. Trouver le module et l'argument des nombres complexes suivants :
   $1+i \qquad -3 \qquad -4i$
   $i+\sqrt{3} \quad 1/(1+i) \quad (1+i)/(1-i) \quad (3+i)/(1+2i) + i/(1-2i)$
2. On considère la fonction $z(t)$ à valeurs complexes : $z(t) = f(t)\exp(ig(t))$, $f$ et $g$ étant deux fonctions de $t$ à valeurs réelles.
   Donner le module et l'argument de $z(t)$ en fonction de $t$.
   Même question si $g(t)$ est à valeurs complexes avec $g(t) = a(t) + ib(t)$ , $a(t)$ et $b(t)$ étant deux fonctions à valeurs réelles.
3. Déterminer le module et l'argument du nombre complexe $1 + 3\exp(i\alpha/3)$ en fonction de $\alpha$ un nombre réel.

## 1.2 L'équation d'Euler et la trigonométrie

Nous verrons ici une des utilités de l'équation d'Euler, à savoir la démonstration rapide de certaines formules trigonométriques. Demontrer ou compléter les rélations suivantes :

$\cos(p+q) = \cos(p)\cos(q) - \sin(p)\sin(q)$
$\sin(p+q) =$
$\cos(p-q) =$
$\sin(p-q) =$
$2\cos(p)\cos(q) = \cos(p+q) + \cos(p-q)$
$\sin(p)\sin(q) =$
$\sin(p)\cos(q) =$
$\cos(p)\sin(q) =$
$\cos(a) + \cos(b) = 2\cos(\frac{a+b}{2})\cos(\frac{a-b}{2})$
$\cos(a) - \cos(b) =$
$\sin(a) + \sin(b) =$
$\sin(a) - \sin(b) =$

## 1.3 Application

Nous appliquons les notions et résultats des deux exercices précédents.

1. On considère la fonction $f(t) = \cos\omega t + 3\cos(\omega t + \pi/3)$. Montrer que $f(t)$ peut se mettre sous la forme $a\cos(\omega t + \phi)$. Il pourrait s'avérer utile d'exprimer $f(t)$ comme la partie réelle d'un nombre complexe.
2. Soit la fonction $u(t) = cos(\omega_1 t) + cos(\omega_2 t)$ avec $\omega_1 \approx \omega_2$. L'exprimer comme un produit de fonctions sinusoïdales (on appellera "enveloppe" la fonction sinusoïdale qui oscille le plus lentement). Pour quelles valeurs de $t$ cette enveloppe est-elle maximale (maximum absolu), minimale (minimum absolu), nulle ?
   Ce phenomène s'appelle "battements". Vous l'avez peut-être observé en accordant vos instruments de musique. Vous l'étudierez lors du TP sur les ultrasons.

# TD 2

# Ondes : Notions de Base

- <u>*But du TD :*</u> *Ce TD traite de notions élémentaires concernant les ondes :* ***caractéristiques temporelles*** *(période $T$, fréquence $\nu$, pulsation $\omega$) et* ***spatiales*** *(longueur d'onde $\lambda$, nombre d'onde $\sigma$, vecteur d'onde $k$) d'une onde sinusoïdale, propagation d'une onde, célérité d'une onde, front d'onde, équation d'onde, etc.*
- <u>*Lien avec cours de Mathématiques :*</u> *Cosinus, sinus, interprétation géométrique, identités remarquables.*

## 2.1 ED : Le malheureux cuirassé "Clemenceau"

Le cuirassé "Clemenceau" heurte une mine, commence à brûler, et finit par exploser. Le marin Auger saute dans l'eau et commence à nager loin du navire condamné, tandis que le marin Berthelot se retrouve dans un radeau de sauvetage. En comparant leurs expériences plus tard, Auger dit à Berthelot, "Je nageais sous la surface de l'eau, et j'ai entendu une grosse explosion du navire. Quand j'ai regagné la surface, j'ai entendu une seconde explosion. Qu'est-ce que c'était ? " Berthelot dit : "Je pense que c'était votre imagination, je n'ai entendu qu'une seule explosion." Expliquer.

## 2.2 ED : Detection d'une fuite

La compagnie des eaux doit détecter une fuite d'eau dans une longue canalisation souterraine de plusieurs centaines de mètre en rase campagne. Comment détecter l'emplacement de cette fuite ?

## 2.3 * Echos

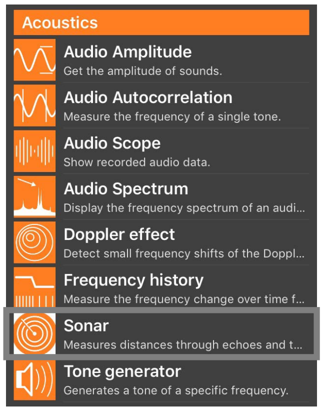
Vous êtes situé dans un long couloir rectiligne. A l'instant $t = 0$, vous émettez un bref coup de sifflet. Vous entendez les deux premiers échos aux instants $t = 147ms$ et $441ms$.

1. Expliquez la présence d'échos.
2. En déduire votre position et la longueur du couloir.
3. A quel instant entendez-vous le troisième écho ?

phyphox
physical phone experiments

Dans la catégorie acoustique de l'application phyphox se trouve un onglet « Sonar ».

Au cours de cette expérience votre smartphone émet une onde sonore qui se réfléchit sur les obstacles environnants. L'onde réfléchie est mesurée puis analysée afin de donner la distance entre le téléphone et l'objet réfléchissant.


## 2.4 * Onde sur une corde

Pour avoir une bonne intuition pour les ondes, il est important de savoir '**changer de point de vue**' entre la représentation d'une onde en fonction du temps à un point fixe (par ex. ce que vous verrez sur un oscilloscope en TP) et en fonction de l'espace à un temps fixe (une "photo"). Nous allons nous entrainer à cela dans cet exercice et celui qui suit.

On considère une corde tendue, sur une ligne horizontale, de longueur 32 cm. La figure ci-contre représente la perturbation transversale $u(x, t)$ apportée au point milieu de la corde d'abscisse $x = 0$. La durée totale de la perturbation est de 8 secondes.

1. Représenter l'allure de la corde vers les $x > 0$ aux temps t=1s, t=3s et t=4s sachant que la célérité de l'onde le long de la corde vaut $c = 2$ cm/s.
2. Idem vers les $x < 0$. Quel lien de symétrie existe entre la forme de la corde vers les $x$ positifs et négatifs ?
3. Représenter les déplacements transversaux au cours du temps des points de la corde d'abscisse $x = -1$ cm et $x = +3$cm.

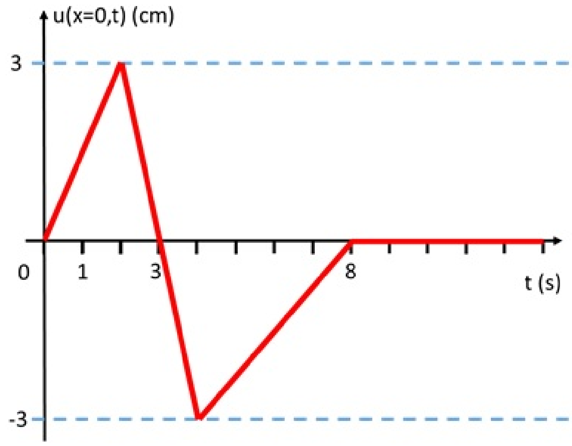



FIGURE 2.1 – Excitation de la corde $u(x,t)$ au point d'abscisse $x = 0$ en fonction du temps.

4. A quel temps $t$, les extrémités de la corde, (aux abscisses $x = \pm 16$ cm), commencent-t-elles à ressentir l'onde ?

## 2.5 * Représentations graphiques d'ondes

1. Représenter $\sin(\omega t + \alpha)$ en fonction du temps $t$ pour une fréquence de 100 Hz et $\alpha$ valant respectivement : $\pi/2$, $-\pi/2$, $\pi/3$, $-\pi/5$. Même chose pour $\cos(\omega t + \alpha)$.
2. On considère une onde sinusoïdale progressive $u(x,t) = u_0 \cos(\omega(t - x/c))$ de fréquence 100 Hz et de célérité $c = 100$ m/s. Représenter chacune des trois fonctions suivantes en précisant bien la variable et l'échelle sur l'axe des abscisses : $u(x, t = 0)$, $u(x, t = 0.005s)$ et $u(x = 0.125m, t)$.
3. On considère une onde progressive sinusoïdale se propageant vers les $x > 0$ avec une phase nulle à l'origine : le signal en $x = 0$ est donné par $u_0(t) = a\cos(\omega t)$. La célérité de l'onde est notée $c$, sa période $T$ et sa longueur d'onde $\lambda$. Représenter la corde à différents temps : $t = 0$, $t = T/3$ et $t = T/2$. Représenter le déplacement de la corde au cours du temps pour $x = 0$, $x = \lambda/3$ et $x = \lambda/2$. Mêmes questions avec une phase à l'origine égale à $\pi/3$.

## 2.6 ** Onde excitée le long d'une corde

L'extrémité O d'un fil OA de longueur $l = 50$ cm, tendu horizontalement, est liée à une lame vibrant verticalement avec un fréquence $f = 100$ Hz et d'amplitude $a$. Ceci génère une onde se propageant le long du fil tendu avec une célérité $c = 10$ ms$^{-1}$. L'autre extrémité du fil est liée à un dispositif évitant toute reflexion de l'onde.

1. En lumière ordinaire, le fil prend l'aspect d'une bande floue de largeur constante $d = 4$ mm.

   En déduire l'amplitude $a$. Justifier que l'amortissement est négligeable. Que vaut la longeur d'onde $\lambda$.

2. On suppose qu'à $t = 0$, la lame en O débute son mouvement vertical vers le haut. Ecrire l'équation horaire du mouvement de $O$ ainsi que celle d'un point M situé à la distance $OM = x = 17,5$ cm. Comparer le mouvement de M avec celui de la source O. Représenter sur le même diagramme l'amplitude du mouvement de O ainsi que celui de M en fonction du temps sur l'intervalle $[0, 3T]$ où $T$ est la période de l'onde.
3. Représenter l'aspect de la corde à l'instant $t_1 = 2,75\ 10^{-2}$ s.
4. La corde est éclairée par une lumière stroboscopique de fréquence $f_e$ réglable. Décrire ce que l'on observe pour $f_e = 25$ Hz, $f_e = 51$ Hz, $f_e = 99$Hz.

## 2.7 * Onde à la surface de l'eau

Un bateau animé d'un mouvement de balancement (vertical) sur place produit une onde de surface sur un lac tranquille. Le bateau effectue 15 oscillations en 20 secondes, chaque oscillation produisant une vague. Il faut 6 secondes pour que la crête d'une vague atteigne le rivage distant de 25 m.

1. Calculer la longueur d'onde et la fréquence de l'onde.
2. Quelle est la forme du front d'onde ?
3. Est-ce que l'amplitude de l'onde à une distance $r$ du bateau est indépendante de $r$ ? Donner un argument physique pour étayer votre réponse et donner la loi d'échelle donnant accés à la décroissance de l'amplitude en fonction de la distance $r$.
4. Mêmes questions pour une onde sonore générée par une guitare dans une salle ?

## 2.8 ** Propagation d'une ola dans un stade : une onde mexicaine

Une ola se propage de gauche à droite dans une rangée de spectateurs du grand stade de Mexico. Un physicien-photographe souhaite estimer la vitesse de propagation de la ola. Chaque spectateur occupe un siège de 60 cm de large et on néglige l'espace entre les sièges. Au passage de la ola, chaque participant se lève puis se rassoit. La durée de ce mouvement individuel est de 1 s. Sur une photographie de la ola, on peut voir 15 personnes qui ne sont pas assises.

1. La propagation de la ola et le mouvement des participants se font-ils dans la même direction ? S'agit-il d'une onde longitudinale ou transversale ?
2. Est-ce que les participants ont besoin de se déplacer pour que la ola se propage ? Expliquer la différence entre la vitesse d'un participant et la vitesse de la ola.
3. Mêmes questions pour un pogo.
4. Quelle est la vitesse de propogation de la ola ?
5. Comment définir $u(x,t)$ pour l'onde mexicaine (la ola) ?
6. Une ola est-elle une onde sinusoïdale ?

## 2.9 *** Onde non-sinusoïdale sur une corde

On considére une corde tendue de longueur « pratiquement infinie » suivant l'axe $Ox$. Soient $u(x,t)$ le déplacement transversal d'un point de la corde et $c$ la célérité des ondes sur cette corde.
On impose au point $O(x=0)$ de la corde un mouvement transversal débutant au temps $t=0$ :

$$u(0,t) = 2a\frac{\sqrt{\tau\ t}}{t+\tau} \quad (t>0,\ \tau \text{ est une constante (en secondes)}) \tag{2.1}$$

1. Tracer l'allure du graphe de cette fonction dans l'intervalle $t \in [0, 10\tau]$. Préciser les coordonnées de son maximum.
2. Déterminer la fonction $u(x,t)$ dans les deux régions de la corde $x<0$ et $x>0$ ; on considère que tout se passe comme si l'ébranlement $u(0,t)$ était appliqué de façon indépendante en $x=0^-$ (tronçon $x<0$) et $x=0^+$ (tronçon $x>0$).
3. Représenter l'allure de la corde au temps $t=4\tau$. On ne fera aucun calcul et on utilisera le résultat de la première question.
4. Donner l'expression de la vitesse des points de la corde. Calculer la vitesse du point $O$ à $t=4\tau$.
   Vérifier la position des points dont la vitesse est nulle à cet instant.
5. Proposer d'autres ondes $u(x,t)$ qui ne sont *pas* sinusoïdales.

# TD 3

# Equation d'onde : version microscopique

- *<u>But du TD :</u> Ce TD traite de différentes* ***approches microscopiques*** *associées aux phénomènes de propagation des ondes. En l'occurence nous ferrons le lien entre la compréssibilité d'un gaz et la* ***vitesse de propagation du son*** *en son sein. Nous introduirons le concept de* ***relation de dispersion*** *décrivant comment la fréquence de vibration de la quantité vibrante dépend de la longueur d'onde. Des relations de dispersion seront établies pour 1- la propagation du son dans un fluide visqueux et 2-pour les vibrations des atomes dans un cristal.*
- *<u>Lien avec cours de Mathématiques :</u> Nombres complexes, exponentielle complexe, équation différentielles linéaires, développement en séries de Taylor, dérivées partielles.*

## 3.1 ED : Corde pendue du plafond

Une corde est pendue du plafond. On envoie un ébranlement sur la corde du bas en haut en agitant le bout libre. Cette perturbation voyage-t-elle plus ou moins vite au fur et à mesure qu'elle s'approche du plafond ? Expliquer.

## 3.2 ED : Fouet

Expliquer pourquoi un fouet "claque".

## 3.3 * Vitesse du son dans l'air et dans l'eau

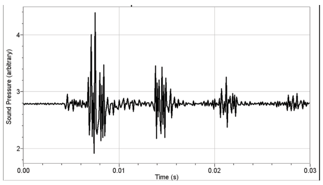
1. Quel est le coefficient de compressibilité $\chi_0$ à utiliser dans la formule de la célérité des ondes acoustiques $c = 1/\sqrt{\rho_0\chi_0}$ : Est-ce $\chi_T$ (comme Newton le pensait) ou $\chi_S$ (comme Laplace le pensait) ?

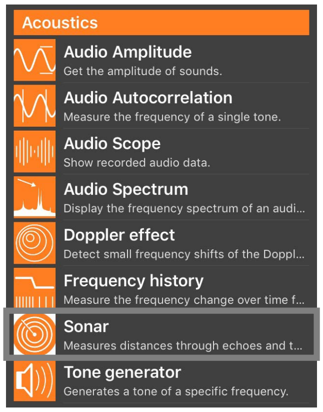
2. En déduire la vitesse du son dans l'air (considéré comme un gaz parfait diatomique pour lequel le coefficient de Laplace est $\gamma = C_P/C_V = \chi_T/\chi_S \approx 1.4$). Faites l'application numérique.
3. Comme application de la vitesse du son dans l'air, retrouver la loi qui dit que l'orage est à une distance de $t/3$ en kilomètres quand l'intervalle de temps entre l'éclair et le tonnerre est de $t$ secondes.
4. Sachant que l'eau est 1000 fois plus dense et 20000 fois moins compressible que l'air (à température ambiante), calculer approximativement la vitesse du son dans l'eau. Le son se propage-t-il plus vite dans l'eau ou dans l'air ?

phyphox
physical phone experiments

Dans la catégorie acoustique de l'application phyphox se trouve un onglet « Sonar ».

Comme déjà vu auparavant cette expérience émet une onde afin de mesurer la distance entre des objets réfléchissants et le téléphone. Le traitement des données supposent une vitesse du son constante de 340 m.s$^{-1}$. Une autre option est la mesure de la vitesse du son connaissant la distance entre le téléphone et l'objet…






## 3.4 Ondes longitudinales dans un fluide visqueux

On considère un tuyau horizontal (axe $x$) de section $S$ contenant un fluide de masse volumique $\rho_0$ et de coefficient de compressibilité $\chi_0$. On rappelle la définition de $\chi_0 = -\frac{1}{V}\frac{\partial V}{\partial P}$, où $V$ est le volume et $P$ la pression. A l'équilibre, en l'absence d'onde, la pression du fluide est notée $P_0$.

### 3.4.1 * Equation d'onde dans un fluide non-visqueux

1. On considère une tranche de fluide comprise entre $x$ et $x + dx$ à l'équilibre. On appelle $u(x,t)$ le déplacement longitudinal et $p(x,t)$ la surpression de la tranche de fluide en question. Montrer que l'équation fondamentale de la dynamique conduit à une expression reliant la surpression $p$ au déplacement du fluide u :

$$\rho_0 \partial_t^2 u = -\partial_x p$$

2. En utilisant la définition du coefficient de compressibilité, montrer que $p = -\frac{1}{\chi_0}\partial_x u$.
3. En déduire que l'équation d'onde pour le déplacement $u(x,t)$ s'écrit

$$\partial_t^2 u = c^2 \partial_x^2 u$$

Exprimer la célérité $c$ des ondes acoustiques en fonction de $\chi_0$ et $\rho_0$.

4. Montrer que la surpression $p$ vérifie la même équation d'onde que le déplacement $u$.
5. Quelle est la forme générale des solutions de cette équation différentielle ?

### 3.4.2 *** Equation d'onde dans un fluide visqueux

Nous allons supposer maintenant que le tuyau contient un fluide visqueux de viscosité $\alpha$.

6. Sans faire de calculs, quel va être l'effet de la viscosité sur la propagation des ondes ?
7. En admettant que la surpression est maintenant donnée par $p = -\frac{1}{\chi_0}\partial_x u - \alpha\partial_x\partial_t u$ où $\alpha$ est le coeficient de viscosité, montrer que l'équation d'onde s'écrit maintenant :

$$\partial_t^2 u = c^2(\partial_x^2 u + \tau\partial_t\partial_x^2 u) \tag{3.1}$$

Exprimer $\tau$ en fonction de $\alpha$ et des variables introduites précédemment. Quelle est la dimension de $\tau$ ?

8. On cherche une solution de cette équation différentielle de la forme $u(x,t) = Ae^{i(kx-\omega t)}$ avec $k = k_1 + ik_2$. Quelle signification physique ont $k_1$ et $k_2$. Que représente notamment $k_2^{-1}$ ?
9. Montrer que $k, \omega, c$ et $\tau$ satisfont à la condition $k^2 = \frac{\omega^2}{c^2}\frac{1}{1-i\omega\tau}$.
10. On considère la limite où $\omega\tau \ll 1$. Que signifie cette limite ? En effectuant un développement limité du résultat de la question 9), Exprimer dans cette limite $k_1$ et $k_2$.
11. On considère la limite opposée où $\omega\tau \gg 1$. Que signifie cette limite ? Exprimer dans cette nouvelle limite $k_1$ et $k_2$.
12. Si le fluide visqueux est de l'air à température ambiante, quelle est la portée de l'onde pour une fréquence de $1kHz$, pour une fréquence de $1MHz$.
Données : La masse molaire de l'air est 28.8 $g.mol^{-1}$, la constante des gaz parfaits $R = 8.3J/(K.mol)$, $\gamma_{\text{air}} \approx 1.4$, $\rho_{\text{air}} = 1kg/m^3$ et $\alpha = 2.10^{-5}$ SI.

## 3.5 *** Ondes dans un solide

On considère une chaîne d'atomes de masse $m$, située à l'équilibre aux points d'abscisses $x_n = na$ avec $a$ la distance interatomique et $n$ entier. Les atomes peuvent effectuer des déplacements selon l'axe $Ox$ autour de leur position d'équilibribre. On appelle $u_n$ le déplacement de la particule $n$ autour de sa position d'équilibre $na$. On suppose qu'il existe des forces élastiques proportionnelles à l'allongement de la distance les séparant. C'est comme si deux atomes voisins étaient reliés par un ressort, le ressort étant à l'équilibre lorsque les atomes sont à l'équilibre. La force exercée par l'atome $n$ sur l'atomes $n+1$ s'écrit $F_{n\to n+1} = \beta(u_n - u_{n+1})$ avec $\beta > 0$.

1. Faites un schéma de la chaîne d'atomes à l'équilibre puis hors de l'équilibre. On indiquera sur le schéma les déplacements $u_n$ ainsi que les forces s'exerçant sur l'atome $n$.
2. Ecrire l'équation du mouvement de la particule $n$. Il s'agit d'une équation reliant $u_n, u_{n-1}$ et $u_{n+1}$.
3. On cherche les solutions de cette équation sous la forme d'une onde progressive. On écrit $u_n = \bar{u}e^{i(kna-\omega t)}$ avec $\bar{u}$ complexe. Trouver la relation reliant $\omega$ et $k$.
4. Tracer la courbe $\omega(k)$ pour $|k| \leq \pi/a$. Préciser à quoi correspond le changement $k$ en $-k$. Pourquoi se restreint-on à l'intervalle $|k| \leq \pi/a$ ?
5. Montrer qu'il ne peut y avoir de propagation si $\omega$ est supérieur à une certaine valeur $\omega_M$ que l'on calculera.
6. Calculer la vitesse de phase de l'onde ainsi que sa vitesse de groupe. Montrer que pour $k$ suffisament petit, les deux vitesses sont confondues.

# TD 4

# Puissance et Intensité

- *<u>But du TD :</u> Ce TD permet d'illustrer le principe de niveau sonore exprimé le plus souvent en dB, une échelle logarithmique. La différence entre puissance et intensité sera abordé tout comme la conversion entre échelles linéaires ($W$ ou $W/cm^2$ ) et logarithmiques(dB).*
- *<u>Lien avec cours de Mathématiques :</u> fonctions logarithmiques, manipulation d'exposants, échelles linéaires vs logarithmiques.*

## 4.1 ED : Vrai ou faux

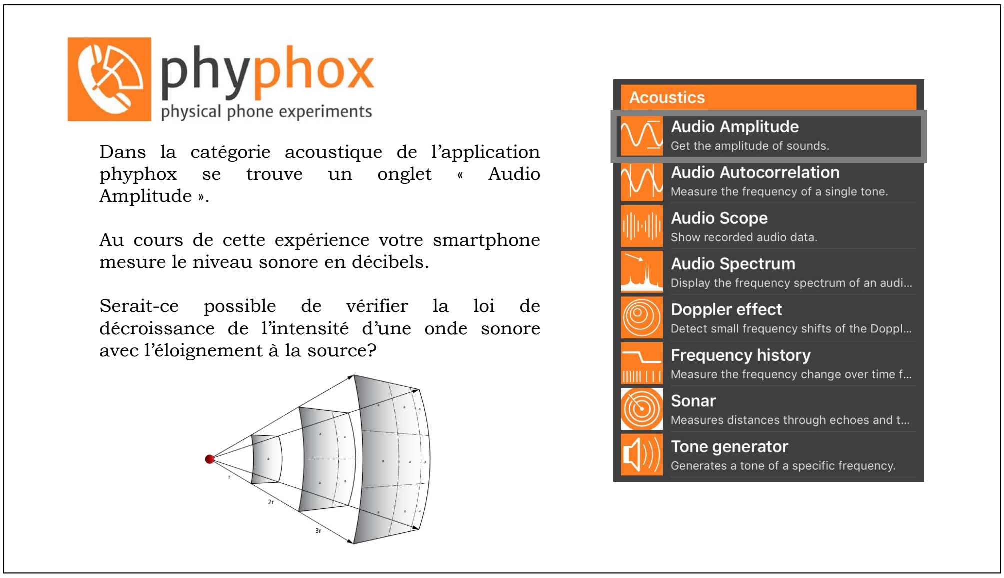
Vrai ou faux : Un son de 60dB est deux fois plus intense qu'un son de 30dB.

## 4.2 * Les rugissements d'un lion

Pour un TP d'Ondes, vous vous trouvez en pleine savane à proximité d'un lion. Vous mesurez ses rugissements en dB avec un appareil portable qui vous a été fourni. Heureusement, le lion s'éloigne de vous. Pour que l'intensité des rugissements décroisse de 20 dB, par quel facteur faut-il que la distance entre vous et le lion augmente ? (Choix possibles : 10, 100, 1000, données insuffisantes pour répondre à la question.)

## 4.3 * Niveau acoustique

1. On reçoit deux sons de même niveau acoustique L (en dB). Que peut-on dire du niveau acoustique L' (en dB) du son résultant ?
2. On reçoit deux sons, l'un de niveau acoustique 80 dB et l'autre de niveau acoustique 60 dB. Calculer le niveau acoustique résultant (en dB). Commentaire ?




## 4.4 * Une fête à Paris

Une fête se déroule dans un discothèque à Paris centre. De la musique très forte est émise par une enceinte. On va faire quelques calculs pour savoir si l'on peut profiter de cela à Orsay.

Une enceinte (ou haut-parleur) est un dispositif qui transforme un signal électrique en une onde acoustique. Dans la suite, on considère une enceinte de chaine Hifi de puissance électrique $\mathcal{P}_{el} = 40$ W et de rendement 0.1 %. On rappelle que le seuil d'audition d'un humain est $I_0 = 10^{-12}$ W/m$^2$.

1. Quelle est la puissance acoustique $\mathcal{P}_{ac}$ émise par l'enceinte ? Pour comparaison, une personne parlant d'une voix normale produit une puissance acoustique $\mathcal{P}_{ac} \sim 10^{-5}$ W.
2. A partir de maintenant on traite l'enceinte comme une source ponctuelle qui émet donc des ondes acoustiques sphériques (mais dans un demi-espace). Déterminer la distance à laquelle l'audition devient douloureuse. On rappelle que le seuil de douleur correspond à $I_{dB} = 120$ dB.
3. Sachant que le seuil d'audition correspond à une intensité acoustique de $10^{-12}$ W/m$^2$, déterminer jusqu'à quelle distance on devrait pouvoir entendre la musique.
4. Selon ce calcul, peut-on donc entendre la musique à Orsay ? Cette réponse correspond-t-elle à votre expérience ? Pourquoi ou pourquoi pas ?
5. En réalité, hormis dans une salle insonorisée, il existe en permanence du bruit de fond dont l'intensité est d'environ 30 dB. Cette information modifie-t-elle votre réponse à la question 4 ?

# TD 5

# Ondes Stationnaires

- <u>But du TD :</u> *Une onde stationnaire (ou un mode) est une onde qui ne se propage pas mais oscille sur place. Mathématiquement, pour une onde $u(x,t)$, cela se traduit par une factorisation des dépendances en espace et en temps : $u(x,t) = f(x)g(t)$ où $f$ et $g$ sont des fonctions telles que $u(x,t)$ vérifie l'équation d'onde. Dans ce TD nous allons illustrer ce concept.*
- <u>Lien avec cours de Mathématiques :</u> *Fonctions cosinus et sinus, identités remarquables, factorisation, congruence, dérivées partielles.*

## 5.1 ED : Energie

Une onde stationnaire transporte-t-elle de l'énergie ?

## 5.2 * Instrument à vent

On étudie les ondes stationnaires pouvant s'établir dans un instrument à vent de longueur $L$. Pour décrire l'influence des conditions aux limites, on considère un tuyau $T$ fermé en ses deux extrémités $A$ et $B$, et un tuyau $T'$ fermé en $A'$ et ouvert en $B'$. Les deux tuyaux ont la même longueur $L$.

1. Deux ondes acoustiques sinusoïdales se propageant en sens inverse et de même longueur d'onde $\lambda$ se superposent pour produire une onde stationnaire. Exprimer (on ne cherche pas à faire de démonstration à ce stade de l'exerice) en fonction de $\lambda$ la longueur entre deux noeuds de surpression, deux ventres de surpression, un noeud de surpression et un ventre de surpression de l'onde stationnaire.
2. Rappeler les conditions aux limites pour la surpression et le déplacement acoustique de l'onde en $A$, $A'$, $B$ et $B'$.

3. A l'aide d'une construction graphique, déterminer en fonction de $L$ les longueurs d'onde et les fréquences des modes fondamentaux et des deux premières harmoniques de $T$ et $T'$. Indiquer dans chaque cas les positions des noeuds et des ventres de surpression et de déplacement. Comparer les fréquences des harmoniques à celles des modes fondamentaux.
4. Montrer par le calcul que $T$ peut produire toutes les harmoniques alors que $T'$ ne produit que les harmoniques impaires.
5. Qu'en est-il pour les instruments à corde ? À partir de 4 et 5, pouvez-vous donner une origine au timbre d'un instrument ?

## 5.3 * Un tuyau d'orgue

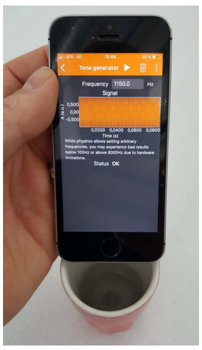
Trois harmoniques successives d'un tuyau d'orgue sont : 1310, 1834 et 2358 Hz.

1. Le tuyau est-il ouvert-ouvert ou ouvert-fermé aux bouts ?
2. Quelle est sa longueur effective ?

## 5.4 ** Résonances d'un verre d'eau

On désire réaliser quelques notes de musique avec des verres de hauteur 15 cm dans lequels on verse de l'eau. On dispose d'une petite cuillère. A quelle hauteur d'eau dans le verre correspond la note La de la 5ème octave correspondant à 1760 Hz (on ne considèrera ici que le mode fondamental) ? Peut-on jouer toutes les notes de la 5 ème octave ?

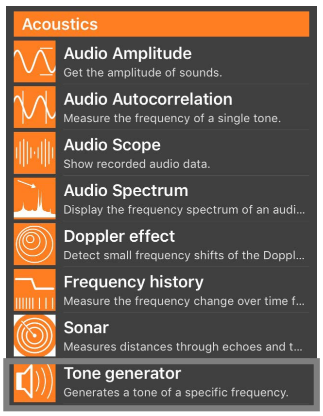
phyphox
physical phone experiments



Dans la catégorie acoustique de l'application phyphox se trouve un onglet « Tone generator ».

Au cours de cette expérience votre smartphone émet un son de fréquence ajustable.

En positionnant votre smartphone au dessus d'un verre d'eau de hauteur ajustable vous pourrez exciter les fréquences propres du verre. On parle alors de résonance.



## 5.5 ** La Marseillaise

Un instrument de musique à vent est modélisé par un tube de longueur $L$, fermé du côté de l'embouchure et ouvert de l'autre côté.

1. Donner la relation entre la longueur d'onde du mode fondamental et la longueur $L$. Déduire la fréquence $\nu$ correspondante.
2. Montrer qu'entre les cérémonies du 11 novembre à Strasbourg et celles du 14 juillet à Marseille, il peut y avoir un demi-ton d'écart sur le même instrument à vent. On précise qu'en gamme tempérée, le son de la fréquence $\nu_2$ est un demi-ton plus élevé que celui de la fréquence $\nu_1$ si $\nu_2/\nu_1 = 2^{1/12}$. Remarque : on néglige la dilatation thermique du tuyau.

## 5.6 ** Expérience de Melde

Un vibreur est constitué d'une lame métallique AB. L'extrémité A est libre, tandis que l'extrémité B est fixée à un support rigide. A l'aide d'un électro-aimant, on fait vibrer la lame avec un fréquence $f = 100$ Hz. Une cordelette, de masse $m = 4$ g pour une longueur totale de $l = 1,6$ m, est reliée à l'extrémité A du vibreur. La corde est tendue par l'action d'une masse marquée suspendue à l'autre extrémité de la corde au-delà d'une poulie O. (voir le schéma de la figure 5.1).


FIGURE 5.1 – Schéma de l'expérience de Melde

1. Quelle valeur faut-il donner à cette masse pour que la célérité $c$ des ondes dans la corde soit de 50 m/s ? On donne $g = 9,81$ m.s$^{-2}$.
2. On réalise « l'expérience de Melde » en mettant en vibration la partie OA, de longueur utile 1,20 m. Le point A sera assimilé à un noeud.
   - Avec la tension précédemment calculée, a-t-on résonance de la corde ? Qu'observe-t-on ?
   - Pour obtenir six ventres, quelle valeur doit avoir la célérité de l'onde ? Quelle doit être la tension de la corde ?
   - Est-il possible d'obtenir deux ventres en ne modifiant que la tension si la corde se casse pour une tension de 20 N ?

3. En prenant pour origine des abscisses le point O, point de contact de la corde avec la poulie, donner l'expression générale $y(x, t)$ du déplacement transversal d'un point quelconque de la corde quand l'onde stationnaire est établie.

## 5.7 ** Corde de guitare

Une corde de guitare est tendue entre deux supports rigides qui imposent un noeud de vibration aux deux extrémités de la partie vibrante. Celle-ci mesure 65,5 cm.

La note émise est alors le Sol de la deuxième octave, de fréquence 196 Hz.

1. Quelle est la célérité des ondes dans cette corde ?
2. L'appui du doigt en certaines positions préparées par le constructeur permet de diminuer la longueur de la partie vibrante. Quelle est la fréquence émise pour une longueur de 58,35 cm ?
3. Quelle longueur faut-il imposer à la partie vibrante pour obtenir la note Sol en troisième octave ?
4. Quelle longueur faut-il imposer à la partie vibrante pour obtenir la note un demi-ton en dessus du Sol de la deuxième octave ? Quelle est la distance correspondant à l'écart entre ces notes ?
5. Quelles longueurs faut-il imposer à la partie vibrante pour obtenir les notes aux fréquences sept et huit demi-tons en dessus du Sol de la deuxième octave ? Quelle est la distance correspondant à l'écart entre ces notes ? Comparez avec la question précédente et à l'espacement réel des barettes sur une guitare.

## 5.8 ** Onde stationnaire sur une corde

Le mouvement d'une corde est représenté par :

$$u(x, t) = a \sin(\pi x/b) \cos(4\pi t) \tag{5.1}$$

avec $a = 0.04$ m, $b = 0.4$ m et où $t$ est exprimé en secondes.

1. Quelle est la fréquence de l'onde ? Quelle est sa longueur d'onde ? Quelle est la vitesse de propagation ou célérité de l'onde sur la corde ?
2. Où sont situés les noeuds de vibration ? Les ventres ?
3. Exprimer l'énergie cinétique par unité de longueur et l'énergie potentielle par unité de longueur en notant $T_0$ la tension (au repos) et $\mu_0$ la masse linéique de la corde. Les comparer. Conclusion ?

4. Trouver les expressions des deux ondes progressives dont la résultante conduit à cette onde stationnaire. Déterminez notamment leur amplitude et leur phase.

# TD 6

# Réflexion et Transmission d'une onde

- *<u>But du TD :</u> Quand une onde se propage, elle transporte de l'énergie. Lorsqu'une onde progressive arrive à l'interface entre deux milieux, elle est en partie transmise et en partie réfléchie. Le taux de transmission/réflexion dépend des impédances des deux milieux.*
- *<u>Lien avec cours de Mathématiques :</u> Fonctions cosinus et sinus, exponentielles imaginaires, nombres complexes, dérivées.*

## 6.1 ** Une nouvelle voisine

Une nouvelle étudiante déménage dans la chambre à côté de la votre dans votre résidence. Il s'avère qu'elle joue de la trompette à toute heure du jour et de la nuit et que cela vous insupporte, d'autant plus qu'elle pointe sa trompette toujours dans la direction de votre chambre. Comme vous êtes élève ingénieur, vous décidez de renforcer le mur entre vos deux chambres. Pour cela il faut d'abord faire quelques calculs.

On suppose que l'air dans les deux chambres a une masse volumique $\rho$ et de compressibilité $\chi$. Soit $c$, la célérité du son dans l'air. Le mur séparant les deux pièces a(ura) une masse par unité de surface $\sigma$ et une surface $S$.

1. Donner des expressions complexes pour l'onde venant de la trompette et incidente sur le mur, l'onde transmise dans votre chambre et l'onde réfléchie dans la chambre de votre voisine. (Leurs amplitudes complexes sont respectivement $A_i$, $A_t$ et $A_r$.)
2. Le fait que les deux faces du mur restent toujours en contact avec le mur donne une relation entre ces ondes et par extension entre les amplitudes complexes. Donnez-les.
3. La relation fondamentale de la dynamique pour le mur donne une autre relation entres ces amplitudes complexes. Trouvez-la.
4. Des équations obtenues dans (2) et (3), calculer la transmission $T$ du mur, définie par : $T = \frac{|A_t|^2}{|A_i|^2}$. Exprimer, en décibels, l'affaiblissement sonore dû à la paroi en

fonction de $\rho$, $\sigma$, $c$ la vitesse du son et $\omega$ la pulsation.

5. Trouver le déphasage de l'onde transmise par rapport à l'onde incidente.
6. On donne $\rho = 1.2$ kg.m$^{-3}$. Quelle doit être la valeur de $\sigma$ pour avoir une atténuation de 50 dB à 300 Hz ?
   Le mur est en béton ($\rho_b = 2300$ kg.m$^{-3}$). Quelle doit être son épaisseur ? Commentaire ?
7. Après la construction de ce mur, votre voisine change d'instrument : elle se met à la flûte. Devez-vous épaissir le mur pour avoir la même attenuation ? Et si elle s'était mise à la batterie ?

## 6.2 ** Principe du SONAR (SOund NAvigation Ranging)

Le SONAR d'un bateau est constitué d'un émetteur et d'un récepteur d'ondes (ultra)sonores. Les ondes émises par l'antenne émettrice sont réfléchies par les divers obstacles immergés (fond marin, banc de poissons, sous-marin, etc.). L'antenne réceptrice détecte ces échos. Après traitement du signal (électronique, mathématique et informatique), on peut connaître la direction, la distance, la profondeur, la vitesse éventuelle et la nature des différents obstacles. Ceci donne lieu à de nombreuses applications (civiles et militaires).

1. Calculer le pourcentage d'énergie sonore réfléchie par la coque d'un sous-marin. Pour ce faire on pourra utiliser les formules démontrées en cours directement.
   On donne : Densité de l'eau : 1, densité de l'acier : 7,7
   Vitesse du son dans l'eau : 1500 m/s ; Vitesse du son dans l'acier : 5900 m/s
2. Calculer le pourcentage d'énergie sonore réfléchie par un iceberg. On donne :
   Densité de la glace : 0,92
   Vitesse du son dans la glace : 3200 m/s
3. Commentaires ?

## 6.3 Ondes sur des cordes attachées

### 6.3.1 ** Conditions à l'interface de deux cordes

Dans cette première partie, on va calculer la propagation d'une onde à travers l'interface de deux cordes A et B de densité linéique $\mu_A$ et $\mu_B$ différentes. Ces cordes sont bien attachées l'une à l'autre en x=0 (voir le schéma représenté sur la figure 6.1). Les cordes sont soumises à une tension T. On envoie une onde incidente sur la corde A en direction de la corde B. On cherche à connaitre les amplitudes transmises et réfléchies de l'onde. Pour ce faire, on note $A_i$ l'amplitude d'une onde incidente, $A_r$ celle de l'onde réfléchie et $A_t$ l'amplitude de l'onde transmise.

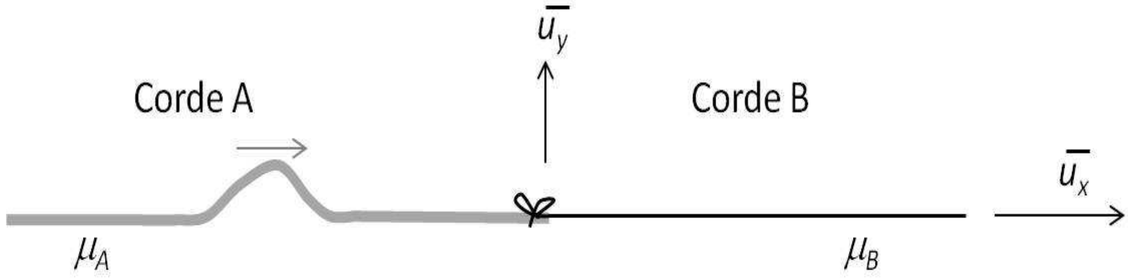



FIGURE 6.1

1. Quelle condition pouvez-vous poser sur l'amplitude de l'onde en supposant qu'à l'interface des deux cordes le noeud tient bien ? Cela définit une première condition d'interface notée (i).
2. On considère maintenant un morceau de corde infinitésimal à l'interface. Que pouvez-vous dire au sujet de la force à laquelle ce morceau de corde est soumis ? En déduire les angles que font les cordes A et B par rapport à l'horizontal à gauche et à droite de l'interface.
3. Ecrire les angles que vous avez trouvé en 2) comme des dérivés de l'écartement de la corde par rapport à l'horizontal. En déduire maintenant une condition sur les amplitudes. Cette dernière définit la seconde condition d'interface notée (ii).
4. Résoudre le système d'équations à l'interface donné par (i) et (ii) dans le but de trouver les coefficients de réflexion $r$ et de transmission $t$ en amplitude de l'onde en fonction des paramètres du problème.
5. Que pouvez-vous dire dans les cas limites suivants : $\mu_A = \mu_B$, $\mu_A \gg \mu_B$ et $\mu_A \ll \mu_B$.

### 6.3.2 *** Transmission/réflexion d'un système à trois cordes

On considère maintenant un système à trois cordes comme représenté sur la figure 6.2. Deux cordes (A et C) de masse linéique $\mu_A$ sont reliées par un tronçon de corde B de longueur L et de masse linéique $\mu_B \neq \mu_A$.

6. En se servant des résultats de la première partie, écrire les quatre conditions aux interfaces en $x = 0$ et en $x = L$.
7. Résoudre ce système de quatre équations à quatre inconnues pour trouver l'amplitude transmise vers la droite du système à trois cordes.

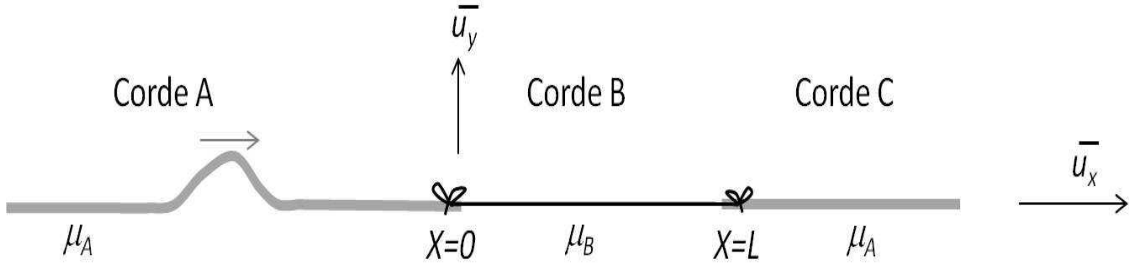



FIGURE 6.2

8. Représenter le coefficient de transmission T calculé précédemment en fonction de la fréquence de l'onde incidente dans les deux cas suivants : $\mu_A \gg \mu_B$ et $\mu_A \ll \mu_B$.

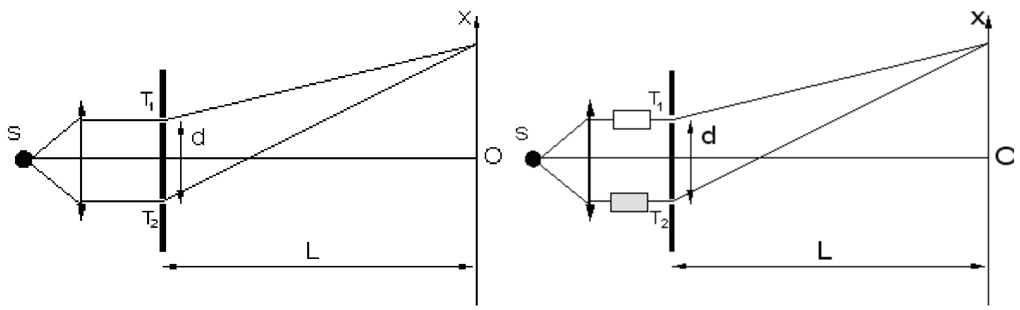
# TD 7

# Interférences

- *<u>But du TD :</u> Dans les exercices suivants, on va étudier des interférences lumineuses. La lumière est une onde électromagnétique, que l'on va traiter de manière simplifiée comme une onde scalaire transverse (sans se soucier de sa polarisation), très semblable à une onde sur une corde. La quantité qui vibre est le champ électrique. Dans le vide, la lumière est une onde non-dispersive, sa relation de dispersion est $\omega = ck$ où la vitesse de la lumière est $c \approx 3.10^8$ m/s. Les fréquences optiques, i.e. pour la lumière visible, sont de l'ordre de $10^{14}$ à $10^{15}$ Hz.*
- *<u>Lien avec cours de Mathématiques :</u> Fonctions cosinus et sinus, interprétation géométrique, identités remarquables, pythagore.*

## 7.1 ** Fentes de Young

On utilise le dispositif de la figure de gauche ci-dessous :

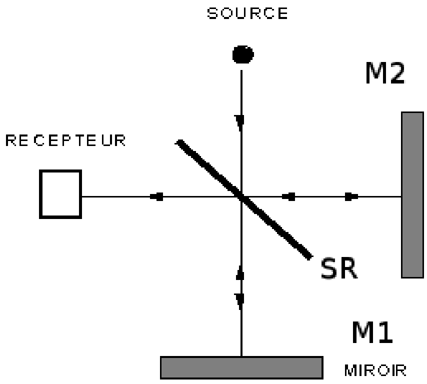


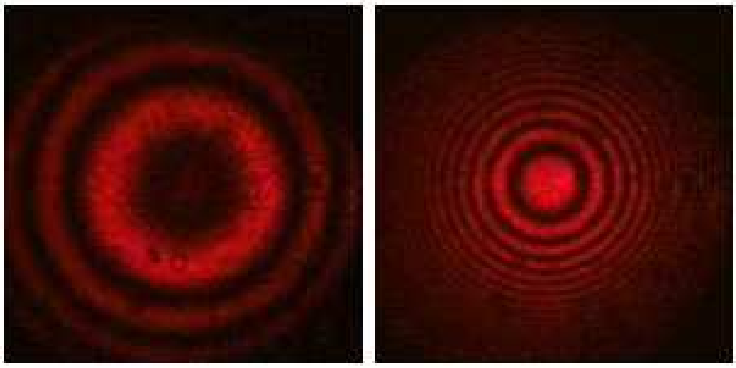

On réalise d'abord une onde plane grâce à une source lumineuse monochromatique ponctuelle $S$ placée au foyer d'une lentille convergente. Sa pulsation est notée $\omega$ et son vecteur d'onde $k = 2\pi/\lambda$. On éclaire deux trous $T_1$ et $T_2$ percés dans un écran opaque et séparés d'une distance $d$. La lumière est détectée sur un écran placé à une grande distance $L$ des deux trous le long de la direction $x$.

1. Indiquer qualitativement ce que l'on observe le long de l'axe $x$.
2. Exprimer les distances $T_1M$ et $T_2M$ en fonction de $d$, $L$ et $x$. Montrer que, dans la limite où $L$ est grand, la différence de chemin parcouru entre les deux rayons issus de $T_1$ et $T_2$ est proche de $xd/L$.
3. En déduire la position des franges brillantes et la distance $i$ (appelée interfrange) entre ces franges. Calculer $i$ pour $\lambda = 0.5$ $\mu$m, $L = 1$ m et $d = 0.25$ mm.
4. Le point $O$ correspond-il à une frange brillante ou sombre ? Pourquoi ?
5. On intercale juste avant le trou $T_1$ une cuve de longueur $l = 1$ m remplie d'air (voir la figure de droite). La vitesse de la lumière dans l'air est notée $c$. On intercale une cuve identique devant le trou $T_2$ remplie d'un autre gaz. La vitesse de la lumière dans ce gaz est notée $c/n$ où $n > 1$ est l'indice optique du gaz. La seule différence entre les ondes arrivant en $T_1$ et $T_2$ est donc liée à la traversée des cuves. Quel est le temps $t_1$ que met l'onde pour traverser la cuve devant le trou $T_1$ ? Quel est le temps $t_2$ que met l'onde pour traverser la cuve devant le trou $T_2$ ?
6. Montrer que l'onde arrivant en $T_2$ est déphasée par rapport à celle arrivant en $T_1$ de $\Delta\varphi = l(n-1)\omega/c$. Tout se passe comme si l'onde arrivant en $T_2$ s'était uniquement propagée dans l'air mais avait parcouru un chemin plus long que celle arrivant en $T_1$. Montrer que cette différence effective de chemin vaut $\delta = l(n-1) = c(t_2 - t_1)$. Calculer la nouvelle différence de chemin parcouru entre les deux rayons issus de $T_2$ et $T_1$ et arrivant au point d'abscisse $x$.
7. En déduire que l'on observe un déplacement des franges brillantes. Indiquer si ce déplacement est vers le haut ou vers le bas et montrer qu'il est égal en valeur absolue à $(n-1)lL/d$.
8. On constate un déplacement des franges brillantes de 0.2 mm. En déduire l'indice optique $n$ du gaz. Commenter sur l'intérêt d'un tel dispositif.

## 7.2 **Interféromètre de Michelson

Un interféromètre de Michelson est constitué d'une source $S$ qui envoie de la lumière sur une lame semi-réfléchissante $SR$ orientée à 45° (cf. la figure de gauche). La moitié du faisceau traverse $SR$ et se réfléchit sur le miroir $M1$, l'autre moitié est réflechie par $SR$ vers un miroir $M2$. Les deux miroirs sont parfaitement perpendiculaires. Le miroir $M1$ est situé à une distance $L$ fixe de $SR$. Le miroir $M2$ est mobile et est situé à une distance $L + d$ de $SR$. La lumière qui se réfléchit sur les deux miroirs $M1$ et $M2$ est ensuite recombinée par la lame $SR$ et les rayons parallèles interfèrent "à l'infini" grâce à une lentille convergente qui envoie la lumière sur un écran (au niveau du récepteur).



1. Montrer que l'interféromètre est équivalent à une lame d'air parallèle d'épaisseur $d$. On parle d'interféromètre de Michelson "en configuration lame d'air".
2. Montrer alors que la différence de chemin optique pour le centre de l'écran est $\delta = 2d$. En déduire une condition sur $d$ pour avoir une tache brillante au centre de l'écran (remarque : on ne tiendra pas compte des déphasages liés à la réalisation pratique de la lame $SR$).
3. Montrer que pour un rayon incident faisant un angle $\theta$ avec la perpendiculaire à la lame d'air, la différence de chemin optique est $\delta = 2d \cos\theta$ (remarque : le centre de l'écran correspond à $\theta = 0$).
4. En déduire que les interférences produisent des anneaux brillants (anneaux de Haidinger, cf. figures de droite) aux angles $\theta_n$ qui vérifient $2d \cos\theta_n = n\lambda$ où $n$ est un entier. Montrer qu'il y a un nombre fini d'anneaux.
5. On se place à une valeur de $d$ donnant une tache brillante au centre de l'écran. Déterminer le "rayon angulaire" $\theta_n$ des premiers anneaux brillants. On se placera dans le cas où il y a un grand nombre d'anneaux.