

N° d'ordre : 8654

UNIVERSITE DE PARIS-SUD CENTRE D'ORSAY
---

THESE

présentée pour obtenir

Le grade de DOCTEUR EN SCIENCES  
Spécialité Physique des Solides

par

Lionel ANGERS

**Rectification et supraconductivité de proximité  
dans des anneaux mésoscopiques**

Soutenue le 11 mai 2007 devant la commission d'examen :

MM.	H. Bouchiat	Directrice de thèse
	O. Buisson	Rapporteur
	U. Gennser	
	C. Glattli	Président
	S. Guéron	Invitée
	E. Scheer	Rapporteur
	C. Texier	



# LES SEIGNEURS DES ANNEAUX

---

## LA TRILOGIE



LA COMMUNAUTÉ DE L'ANNEAU





*En souvenir de mon grand-père qui vient de nous quitter,  
A ma grand-mère,  
A mes parents,  
A ma sœur et sa petite famille,  
A Tamara.*

“La science progresse en indiquant l’immensité de l’ignoré.”  
(Louis Pauwels, *Ce que je crois*)



# Remerciements

Mes premiers remerciements vont bien évidemment à Hélène Bouchiat et Sophie Guéron qui ont co-encadré ce travail de thèse. Je voudrais leur exprimer ma profonde gratitude et toute ma considération. Hélène, bien que directrice de recherche, a toujours été prête à interrompre son travail en cours pour répondre à mes questions, pour m'aider à comprendre les papiers théoriques et nos résultats expérimentaux, ou pour débloquer des situations expérimentales compliquées. Sophie m'a aidé pour la fabrication et l'observation des échantillons, ainsi que pour les expériences sur la supraconductivité de proximité. Elles ont toujours été attentives à ce que ma thèse se déroule dans les meilleures conditions, à la fois scientifiquement et humainement. Leur attention, bien loin de s'atténuer, dans les moments moins drôles inhérents à la physique expérimentale au contraire s'intensifiait. Sans leur rigueur et leur patience, mes présentations et ce manuscrit auraient été de plus piètre qualité. Les discussions auxquelles elles participent toutes les 2 sont toujours très animées et contribuent à rendre ce groupe et même tout le couloir très vivants.

Si j'ai eu autant de plaisir à effectuer cette thèse, c'est aussi parce qu'on a souvent travaillé en équipe et que l'ambiance du groupe a toujours été remarquable : à la fois décontractée et extrêmement efficace. A ce titre, un grand merci à tous les membres de l'équipe, les doctorants, les anciens post-docs et les stagiaires : Meydi qui m'a aidé pour les expériences sur la supraconductivité de proximité et qui a répondu à mes dernières crises d'angoisse avant la soutenance, Richard pour ses explications toujours claires et concises, Alik pour ses calembours inattendus, Pierre-Marie pour avoir partagé mon bureau pendant 3 ans, Alexei, Francesca, Alistair, Alexandros et Eva.

Je suis également très reconnaissant à Mikhail Polianski qui nous a permis d'interpréter nos expériences sur le transport non linéaire et à Christophe Texier grâce à qui nous avons pu mieux comprendre la littérature théorique sur le sujet. Il a également fait de nombreuses remarques pertinentes sur le manuscrit. Nous avons également collaboré avec Gilles Montambaux et Juan Carlos Cuevas pour interpréter certaines de nos expériences sur la supraconductivité de proximité.

Je voulais aussi remercier plusieurs chercheurs du Laboratoire de Photonique et Nanostructures : Frédéric Pierre pour son aide lorsque j'allais à Marcoussis pour la fabrication d'échantillons, Ulf Gennser pour nous avoir fourni un gaz bidimensionnel d'électrons, Dominique Mailly pour ses conseils avisés et 2 anciens doctorants pour leur aide en salle blanche : Joseph et Tuong. J'ai quelques fois utilisé le MEB du groupe quantronique au CEA à Orme Les Merisiers et leur salle blanche au début de ma thèse avant qu'il y ait le matériel adéquat au LPS. Je leur en sais gré.

Au cours de cette thèse, j'ai eu l'opportunité d'enseigner dans plusieurs services. Je tenais à remercier l'ensemble des équipes enseignantes de chacun d'eux et plus particulièrement Sylvie Dancre, François-Xavier Bally et Nicolas Vernier. Ce dernier, en acceptant de

me remplacer juste avant ma soutenance, m'a fait gagner de précieuses heures de sommeil.

Merci aussi aux différents services nécessaires au bon fonctionnement de tout laboratoire : l'administration, plus particulièrement Mesdames : Nicole Colson, Liliane Ferro, Colette Bending et Marie-France Cozig pour m'avoir aidé dans mes vicissitudes administratives ; l'atelier et les services techniques spécialement à : Sandrine Richard pour l'aide à la reliure du manuscrit, à Gilles Guillier pour son soutien expérimental en cryogénie et Denis Petermann pour son initiation sportive.

J'apprécie énormément qu'Elke Scheer et Olivier Buisson aient bien voulu être rapporteurs de ma thèse. Je suis heureux que Christophe Texier, Christian Glattli et Ulf Gennser, membres du jury, aient tous survécu à la lecture des 219 pages de ce manuscrit.

Au laboratoire, j'ai passé des moments agréables avec les thésards, les nouveaux entrants et notamment : Stéphane, Benoit, Jeanne, Claire, Catherine, Jean-Noël et Mireille.

Je remercie vivement mes amis et ma famille pour leur soutien inconditionnel pendant les périodes de doute, plus particulièrement à ma sœur et mes parents sans qui rien de tout cela n'aurait été possible parce qu'ils ont su tous 3 véritablement me propulser quand il le fallait.

Un merci tout particulier à Tamara pour son amour, son enthousiasme contagieux et encore désolé de t'avoir laissée souvent seule pendant ces périodes de travail intense.

Enfin, je tenais à avoir une pensée spéciale pour mon grand-père qui nous a quitté pendant la rédaction de ce manuscrit et pour ma grand-mère qui vit seule à présent.

# Table des matières

<b>I</b>	<b>Introduction</b>	<b>7</b>
<b>1</b>	<b>Résumé</b>	<b>9</b>
1.1	Motivations . . . . .	9
1.2	Transport non linéaire dans le gaz bidimensionnel d'électrons . . . . .	11
1.2.1	Expériences très basses fréquences . . . . .	11
1.2.2	Expériences hautes fréquences . . . . .	13
1.3	Relation courant-phase dans les jonctions hybrides (SNS) . . . . .	14
<b>2</b>	<b>Introduction générale</b>	<b>17</b>
2.1	Modèle semi-classique . . . . .	18
2.2	Effet Aharonov-Bohm (AB) . . . . .	19
2.3	Fluctuations universelles de conductance (UCF) . . . . .	22
2.4	Moyenne sur le désordre . . . . .	24
2.5	Localisation faible . . . . .	24
2.5.1	Magnétoconductance positive dans un fil . . . . .	24
2.5.2	Oscillations AAS dans un anneau . . . . .	26
2.5.3	Probabilité de retour à l'origine . . . . .	27
2.6	Autres effets de la cohérence de phase . . . . .	30
2.6.1	Courants permanents . . . . .	30
2.6.2	Effet de proximité . . . . .	30
<b>3</b>	<b>Techniques expérimentales</b>	<b>31</b>
3.1	La dilution . . . . .	31
3.2	Expérience de transport . . . . .	31
3.2.1	Polarisation en courant . . . . .	31
3.2.2	Polarisation en tension . . . . .	32
3.2.3	Mesure 2 ou 4 contacts . . . . .	32
3.3	Techniques de fabrication . . . . .	34
3.3.1	Lithographie électronique . . . . .	34
3.3.2	Dépôt métallique . . . . .	35
<b>II</b>	<b>Transport non linéaire dans le 2DEG</b>	<b>37</b>
<b>4</b>	<b>Introduction</b>	<b>39</b>
4.1	Notions fondamentales du transport . . . . .	39
4.1.1	Concept de canaux de conduction . . . . .	39

4.1.2	Le quantum de conductance . . . . .	40
4.1.3	Introduction du désordre . . . . .	41
4.1.4	Vision microscopique du transport classique . . . . .	42
4.2	Conductance linéaire . . . . .	45
4.2.1	Formalisme de Landauer-Büttiker . . . . .	46
4.2.2	Symétrie par renversement du sens du temps - Relations d'Onsager . . . . .	50
4.2.3	Travaux expérimentaux précédents sur la conductance linéaire . . . . .	54
4.3	Intérêts et origines du transport non linéaire . . . . .	56
4.3.1	Motivations . . . . .	56
4.3.2	interaction électron-électron et écrantage . . . . .	58
4.3.3	Sources du transport non linéaire . . . . .	60
4.4	Echantillons . . . . .	73
4.4.1	Hétérojonctions . . . . .	73
4.4.2	Fabrication . . . . .	73
4.4.3	Caractérisation . . . . .	74
4.4.4	Modification de la conductance . . . . .	77
<b>5</b>	<b>Expériences très basses fréquences</b> . . . . .	<b>79</b>
5.1	Dispositif expérimental . . . . .	79
5.2	Mesure de la conductance non linéaire d'ordre 2 $G_2$ et comparaison avec $G_1$ . . . . .	82
5.3	Modification de la conductance - Détermination de la constante d'interaction . . . . .	86
5.4	Effet de la température . . . . .	91
5.5	Effet du champ magnétique . . . . .	92
5.6	Modèle : Transport non linéaire d'ordre 2 et interférences quantiques . . . . .	95
5.6.1	Les trajectoires longues contribuent plus à $G_2$ qu'à $G_1$ . . . . .	97
5.6.2	Calcul de l'amplitude typique de $G_2$ à fort champ . . . . .	102
5.6.3	Croissance linéaire de l'amplitude des oscillations AB à bas champ . . . . .	108
5.6.4	Limites du modèle . . . . .	110
5.7	Conclusions et perspectives . . . . .	111
5.7.1	Conclusions . . . . .	111
5.7.2	Perspectives . . . . .	111
<b>6</b>	<b>Expériences hautes fréquences</b> . . . . .	<b>115</b>
6.1	Motivations et prédictions théoriques . . . . .	115
6.1.1	Motivations . . . . .	115
6.1.2	Travaux précédents sur l'effet photovoltaïque . . . . .	116
6.1.3	Prédictions théoriques . . . . .	117
6.2	Dispositif expérimental . . . . .	120
6.3	Premiers résultats expérimentaux . . . . .	121
6.4	Asymétrie - Contenu en harmonique . . . . .	126
6.5	Résonances et systèmes à 2 niveaux cohérents . . . . .	128
6.6	Conclusions et Perspectives . . . . .	134
6.6.1	Conclusions . . . . .	134
6.6.2	Perspectives . . . . .	134

<b>III</b>	<b>Relation courant phase dans les jonctions hybrides (SNS)</b>	<b>135</b>
<b>7</b>	<b>Introduction</b>	<b>137</b>
7.1	Motivations . . . . .	137
7.2	Relation courant-phase pour les jonctions (SIS) et (SNS) . . . . .	139
7.2.1	Effet Josephson dans une jonction (SIS) . . . . .	139
7.2.2	Réflexion d'Andreev dans une jonction (SNS) . . . . .	140
7.2.3	Principe de la mesure . . . . .	146
7.2.4	Importance des échelles de longueur . . . . .	151
<b>8</b>	<b>Expériences très basses fréquences</b>	<b>153</b>
8.1	Echantillons et dispositif expérimental . . . . .	153
8.1.1	Fabrication des jonctions (SNS) . . . . .	153
8.1.2	Caractéristiques . . . . .	156
8.1.3	Dispositif expérimental . . . . .	159
8.2	Température de transition . . . . .	159
8.3	Caractéristiques $V(I)$ et résistances différentielles . . . . .	163
8.3.1	Caractéristiques $V(I)$ . . . . .	163
8.3.2	Modèle RCSJ (Resistively and Capacitively Shunted Junction) . . . . .	164
8.3.3	Comparaison théorie-expérience . . . . .	165
8.3.4	Résistances différentielles . . . . .	166
8.3.5	Histogrammes du courant de transition . . . . .	167
8.4	Effet de la température . . . . .	167
8.4.1	Prédictions de la dépendance en température . . . . .	167
8.4.2	Comparaison théorie-expérience . . . . .	169
8.4.3	Dépendance en température des histogrammes . . . . .	171
8.5	Effet du champ magnétique . . . . .	172
8.5.1	Modulation à bas champ . . . . .	174
8.5.2	Extinction à fort champ . . . . .	178
8.5.3	Réentrance . . . . .	185
8.6	Conclusions et perspectives . . . . .	185
8.6.1	Conclusions . . . . .	185
8.6.2	Perspectives . . . . .	186
	<b>Annexes</b>	<b>189</b>
<b>A</b>	<b>Annulation du flux lors des réflexions sur les bords d'un fil quantique</b>	<b>189</b>
<b>B</b>	<b>Formalisme de Landauer-Büttiker</b>	<b>191</b>
<b>C</b>	<b>Applicabilité de la théorie des matrices aléatoires RMT</b>	<b>199</b>
<b>D</b>	<b>Traitement des données en fonction du champ magnétique</b>	<b>201</b>
<b>E</b>	<b>Calcul de la constante d'interaction</b>	<b>203</b>

<b>F</b>	<b>Calculs haute fréquence</b>	<b>207</b>
F.1	Calcul de G sans champ radio-fréquence . . . . .	207
F.2	Calcul de G avec champ radio-fréquence . . . . .	208
F.3	Calcul du déphasage avec champ radio-fréquence . . . . .	210
	<b>Publications</b>	<b>211</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>213</b>
	Bibliographie . . . . .	213

# Première partie

## Introduction



# Chapitre 1

## Résumé

### 1.1 Motivations

Alors que la mécanique classique a été utilisée avec succès pendant des siècles pour décrire le mouvement d'objets macroscopiques, pour des objets bien plus "petits" le caractère ondulatoire devient important et la mécanique quantique s'avère indispensable. Les interférences et la diffraction interviennent dans de nombreux domaines et mettent en jeu différentes particules. Elles ont été observées pour la première fois avec des photons, plus récemment avec des atomes grâce aux atomes froids ou bien avec des électrons, notamment dans le vide. La question de savoir si le caractère ondulatoire des électrons jouait un rôle dans la mesure de la résistance d'un échantillon métallique, s'est posée pendant un bon moment. Naïvement, on pourrait penser que dans un fil métallique contenant de l'ordre de  $10^{10}$  électrons diffusant dans un potentiel désordonné (une matrice avec seulement 10 à 100 fois moins de défauts que d'électrons), tout effet de cohérence devrait se moyennner à 0. Avec les progrès technologiques, des échantillons de plus en plus petits ont pu être fabriqués et de très basses températures ont pu être atteintes. L'expérience a montré que les électrons pouvaient interférer et diffracter même dans des milieux désordonnés. Cela a donné naissance au début des années 80 à un nouveau domaine appelé la **physique mésoscopique**.

La grandeur fondamentale dans ce domaine est la **longueur de cohérence de phase**  $L_\phi$ , puisque c'est la longueur sur laquelle les électrons conservent une phase bien définie et peuvent donc interférer. Cette longueur augmente quand la température diminue ; pour des températures inférieures à 1K, elle peut dépasser le  $\mu\text{m}$ . La condition pour être dans le régime mésoscopique est que la longueur de l'échantillon  $L$  soit inférieure à  $L_\phi$  (on dira qu'il est entièrement cohérent), c'est pourquoi cette physique est une physique des très basses températures et des très petits échantillons. Dans ce domaine, les lois de transport classiques ne sont plus valables à cause du caractère ondulatoire des électrons. Par exemple, les résistances ne s'ajoutent plus quand elles sont en série. En pratique, on va se servir de la cohérence de phase pour sonder certaines propriétés du métal normal. Il y a plusieurs façons de tester cette cohérence de phase, les 2 grandes parties de cette thèse correspondent à 2 d'entre elles :

- La première est de mesurer les corrections quantiques à la conductance qu'elle engendre. Typiquement, ces corrections sont en valeur relative de l'ordre de  $\delta G/G = (e^2/h)/G = 1/g$  (où  $g$  est la conductance adimensionnée) pour un échantillon entièrement cohérent et elles se moyennent à 0 pour un échantillon tel que  $L \gg L_\phi$ .

Les corrections quantiques à cette conductance classique sont observables pour des échantillons cohérents. Elles ont été étudiées intensément depuis le début des années 80 et sont maintenant relativement bien comprises (cf. chapitre 2).

Notre approche est nouvelle dans la mesure où nous considérons l'échantillon mésoscopique non pas comme une résistance, mais comme une diode mésoscopique. C'est à dire qu'il est capable de "rectifier" le courant. Ce sont ces propriétés de non linéarités auxquelles on va s'intéresser. En effet, on verra (cf. chapitre 4) que les contributions quantiques de l'interaction électron-électron sont bien souvent plus importantes en valeur relative dans le transport non linéaire que dans le transport linéaire. Les systèmes qui nous ont paru les plus adaptés sont des anneaux réalisés dans un gaz bidimensionnel d'électrons (2DEG).

- Une autre façon de tester la cohérence de phase dans un conducteur normal (*i.e.* non supraconducteur) est de le placer entre 2 supraconducteurs, formant ainsi une jonction (SNS : Supraconducteur-Normal-Supraconducteur). En effet, s'il est entièrement cohérent de phase et en bon contact, un supercourant traversera le conducteur normal. Dans ce cas, on dit que la supraconductivité est induite dans le conducteur normal par effet de proximité. Le transport est alors radicalement différent de celui opérant dans un métal normal seul, il est assuré par des paires. Dans le supraconducteur, il s'agit de paires électron-électron qui interagissent de façon attractive par un couplage électron-phonon et qu'on appelle paires de Cooper. Dans le conducteur normal, il s'agit de paires électron-trou appelées paires d'Andreev. L'électron et le trou sont corrélés de la façon suivante : un électron arrivant sur une interface N/S est réfléchi en trou, l'excès de charge  $-2e$  et d'impulsion est emporté dans le supraconducteur sous la forme d'une paire de Cooper. Le trou arrivant sur l'autre interface N/S est réfléchi à son tour en électron, créant un défaut d'impulsion et de charge  $-2e$  dans l'autre supraconducteur. Si l'électron et le trou restent cohérents sur un cycle entier, il en résulte le transfert d'une paire de Cooper d'un supraconducteur à l'autre.

Comme on s'intéresse plus aux propriétés du métal normal qu'à celles du supraconducteur, on s'est placé dans le régime des jonctions (SNS) dites "longues" (c'est-à-dire que la longueur de la partie normale  $L_N$  est supérieure à la longueur de cohérence du supraconducteur  $\xi$  ou de façon équivalente  $E_{Th} \ll \Delta$ ). Dans ce régime, le supraconducteur sert essentiellement à imposer des conditions aux limites, les propriétés de la jonction entière étant déterminées par le métal normal (cf. chapitre 7). On s'est particulièrement intéressé à la relation courant-phase  $I_{su}$  en géométrie type SQUID DC avec un métal diffusif comme jonction longue normale, ce qui n'avait jamais été fait auparavant.

On essaiera de souligner les analogies et les différences entre les 2 types de cohérence de phase des 2 parties de ce manuscrit.

Une grandeur très importante dans ces 2 parties et dans le transport mésoscopique en général est le temps caractéristique  $\tau_D$  de traversée de l'échantillon. Dans un système diffusif de taille  $L$ , il vaut  $\tau_D = L^2/D$  où  $D$  est la constante de diffusion. On s'attend à ce que la réponse de l'échantillon ne soit pas la même suivant qu'on l'excite avec une fréquence  $f$  très inférieure à  $1/(2\pi\tau_D)$  ou de l'ordre de  $1/(2\pi\tau_D)$ . On a observé ces 2 régimes dans les anneaux (2DEG) (cf. chapitre 5 et 6). On veut également le faire dans les jonctions (SNS),

cela a demandé plus de travail, mais des expériences sont en cours...

## 1.2 Transport non linéaire dans le gaz bidimensionnel d'électrons

Pour certains échantillons mésoscopiques, la caractéristique  $V(I)$  n'est pas impaire en tension. A cause des fluctuations mésoscopiques du potentiel électrique interne vu par les électrons de conduction, la tension est redressée. Cette non linéarité se caractérise par des termes d'ordre supérieurs dans la loi d'Ohm  $I = G_1 V$  où  $G_1$  est la conductance linéaire. On ne s'intéressera qu'au premier ordre supplémentaire, c'est-à-dire à la conductance non linéaire d'ordre 2 :  $G_2$  dans la relation  $I = G_1 V + G_2 V^2 + \dots$ .  $G_2$  est une quantité mésoscopique présente dès que l'échantillon n'est pas symétrique par inversion spatiale. Pour une mesure à 2 contacts, alors que les règles de symétrie d'Onsager imposent que la conductance linéaire soit paire en champ magnétique (le champ est noté  $B$ ), rien n'est imposé pour la conductance non linéaire. Il peut donc exister un terme antisymétrique en champ magnétique :  $G_2^{AS}(B) = (G_2(B) - G_2(-B)) / 2$ . Ce terme est très intéressant parce qu'il dépend au premier ordre de l'interaction électron-électron. Il varie aussi en  $1/g$  où  $g = G_1/(e^2/h)$  est la conductance adimensionnée. C'est pourquoi on a privilégié l'étude d'échantillons bidimensionnels (gaz bidimensionnel d'électrons : 2DEG) qui présentent une faible conductance ( $g$  variant de 1 à 21).

Il existe principalement 2 méthodes pour mesurer  $G_2$  (correspondant aux chapitres 5 et 6) :

- en excitant l'échantillon avec un signal à la fréquence  $f$  et en mesurant sa réponse à  $2f$ . On se servira de cette méthode dans le régime **très basses fréquences**  $f \ll E_{\text{Th}}/h$  où  $E_{\text{Th}} = \hbar/\tau_D$  est l'énergie de Thouless associée au temps  $\tau_D$  que met un électron à traverser l'échantillon ( $1/(2\pi\tau_D) \approx \text{qq GHz}$  pour un échantillon de quelques microns).
- en excitant l'échantillon avec un signal à la fréquence  $f$  et en mesurant sa réponse DC<sup>1</sup>. On se servira de cette méthode dans le régime **hautes fréquences**  $f \approx E_{\text{Th}}/h$  parce que c'est la plus simple à mettre en œuvre.

### 1.2.1 Expériences très basses fréquences

Le principe de la mesure de la conductance non linéaire d'ordre 2 à  $2f$  est présenté dans la figure (1.1), en haut. On polarise l'échantillon avec un courant AC de l'ordre de quelques nA, à une fréquence de quelques dizaines de Hertz, puis on mesure la réponse à  $2f$  en tension avec une détection synchrone après amplification. On a d'abord montré qu'il existait bien un terme  $G_2^{AS}$  et que bien que plus petit, il n'était pas négligeable devant  $G_2^S(B) = (G_2(B) + G_2(-B)) / 2$  (cf. Fig. 1.2, à gauche). On a ensuite étudié le rapport de l'amplitude typique de  $G_2^{AS}$  sur l'amplitude typique de  $G_2^S$  en fonction de la conductance adimensionnée  $g$  (cf. Fig. 1.2, à droite). On a pu ainsi remonter à la constante d'interaction  $\gamma_{\text{int}}$  (qui vaut 0 quand il n'y a pas d'interaction et 1 quand les interactions sont très fortes). L'ajustement des données est bon et nous fournit 2 informations : d'abord les interactions

<sup>1</sup>En effet  $G_2(V_0 \cos(2\pi ft))^2 = G_2 V_0^2 (1 + \cos(2\pi 2ft)) / 2$ . Il est équivalent de mesurer la composante à  $2f$  ou la composante DC *i.e.* à fréquence nulle.

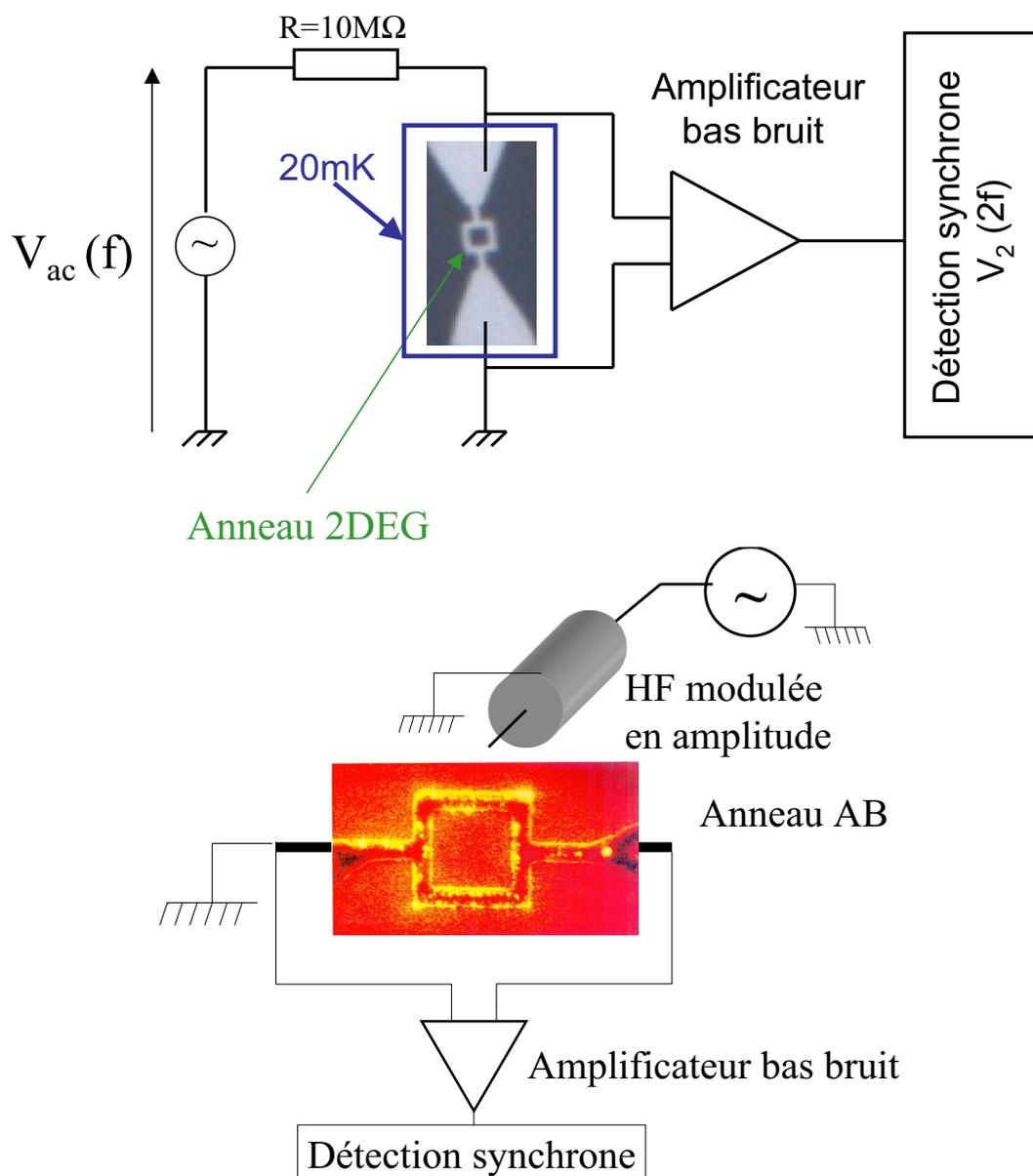


FIG. 1.1 – En haut, schéma du dispositif expérimental pour la mesure de la conductance non linéaire d'ordre 2. On polarise l'échantillon avec un courant AC à  $f$  et on mesure sa réponse en tension à  $2f$ . Le cadre bleu entourant l'échantillon délimite ce qui est à très basse température, les étages de polarisation et d'amplification sont à température ambiante. En bas, schéma du dispositif expérimental pour la mesure de l'effet photovoltaïque (PV) sur un anneau individuel. Là encore, seul l'échantillon est à 20mK.

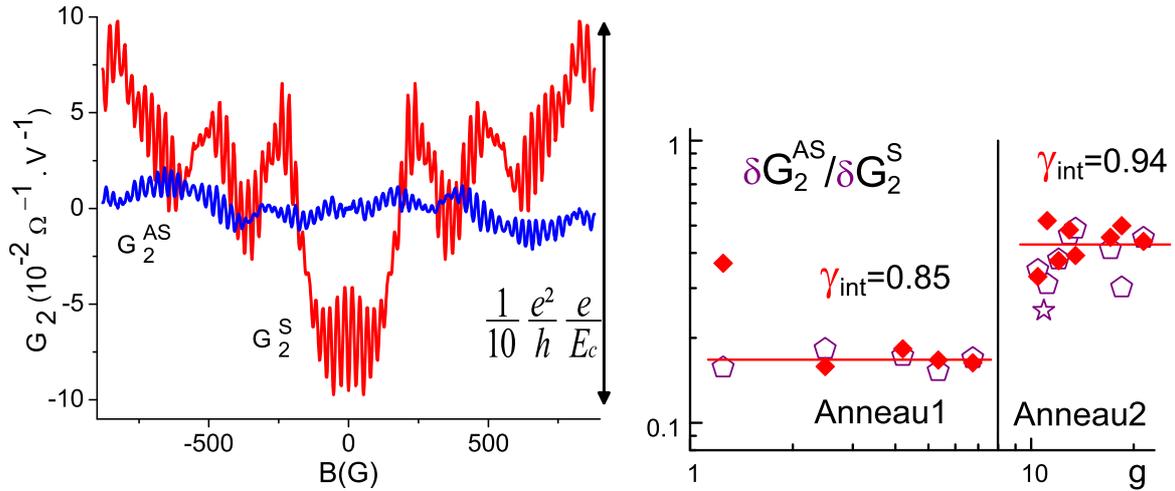


FIG. 1.2 – À gauche, partie symétrique :  $G_2^S$  et antisymétrique en champ magnétique :  $G_2^{AS}$  de la conductance non linéaire d'ordre 2  $G_2$ . Notez que  $G_2^{AS}$  est loin d'être négligeable devant  $G_2^S$ . À droite, rapport de l'amplitude typique de  $G_2^{AS}$  sur l'amplitude typique de  $G_2^S$  en fonction de la conductance adimensionnée  $g$ . Notez le bon accord entre les pentagones (et l'étoile pour l'anneau 3) qui correspondent aux données expérimentales et les diamants pleins qui correspondent à l'ajustement avec un seul paramètre de la théorie.

sont fortes dans l'échantillon et ensuite, la chute de potentiel a principalement lieu aux contacts, ce qui n'était pas évident a priori. On a également remarqué que la contribution des interférences entre 2 trajectoires longues était plus importante sur  $G_2$  que sur  $G_1$ .

### 1.2.2 Expériences hautes fréquences

Dans le régime des hautes fréquences  $f \approx E_{Th}/h$ , le potentiel électrique interne de l'échantillon ne peut plus être considéré comme statique. En effet, à cause du champ extérieur, l'électron qui traverse l'échantillon ne ressent pas le même potentiel au départ et à l'arrivée. Il en résulte un déphasage et une contribution supplémentaire à  $G_2^{AS}$ . Le principe de la mesure est décrit dans la figure (1.1), en bas. On irradie l'échantillon avec un champ radio-fréquence  $f = 2 - 18\text{GHz}$  qui crée un courant rectifié DC qu'on appelle courant photovoltaïque (PV). On mesure ensuite la tension DC aux bornes de l'échantillon après amplification. Aucun courant n'est directement injecté pendant l'expérience.

L'effet du champ radio fréquence à  $G_2^{AS}$  est visible sur la figure (1.3) parce que pour  $f > E_{Th}/h \Leftrightarrow \omega\tau_D > 1$ , l'extremum des oscillations de  $G_2$  n'a plus lieu à champ nul, mais est légèrement décalé. On a également remarqué que les contributions des trajectoires longues étaient plus importantes sur  $G_2^{AS}$  que sur  $G_2^S$ . On a enfin observé des pics dans la dépendance en fréquence de l'effet photovoltaïque. On les attribue à des systèmes à 2 niveaux cohérents en résonance avec le champ radiofréquence.

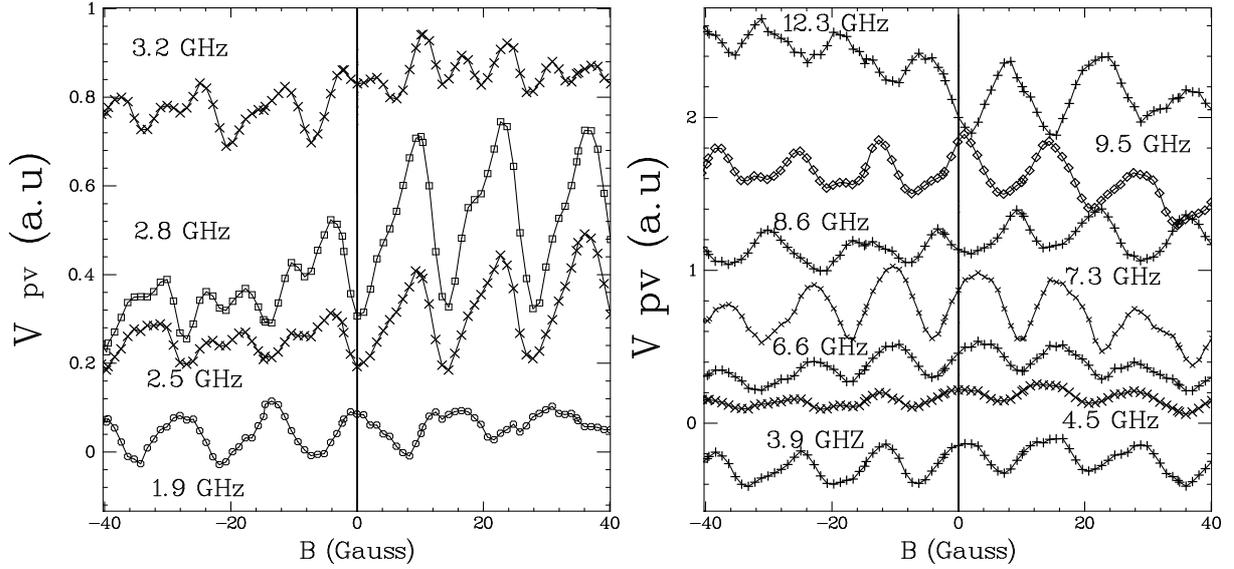


FIG. 1.3 – Tension photovoltaïque en fonction du champ magnétique pour plusieurs fréquences. Les courbes ont été translatées verticalement pour plus de clarté. La ligne verticale correspond au 0 du champ magnétique. Notez qu'à gauche pour  $\omega\tau_D \leq 1$  (où  $\tau_D$  est le temps de traversée de l'échantillon, on a  $f = 1/(2\pi\tau_D) \approx 3.5\text{GHz}$ ), il y a un extremum des oscillations à 0G et qu'il est légèrement décalé à droite pour  $\omega\tau_D > 1$ .

### 1.3 Relation courant-phase dans les jonctions hybrides (SNS)

Les effets précédents sont reliés aux phénomènes de cohérence de phase, qui concernent les états à un électron. Dans un supraconducteur, c'est une autre forme de cohérence de phase qui existe puisque celle-ci est macroscopique et qu'elle concerne des états de paires électroniques appelées paires de Cooper.

On s'est particulièrement intéressé à la relation supercourant-phase :  $I_{su}(\varphi)$ . Dans les jonctions (SIS), elle prend la forme de la fameuse relation Josephson  $I_{su}(\varphi) = I_c \sin(\varphi)$  où  $I_c$  est le supercourant maximum, appelé courant critique. L'écart à la relation Josephson peut nous donner des informations sur le transport dans le métal normal. En effet, les harmoniques d'ordre  $n$  dans cette relation correspondent aux paires qui font  $n$  tours de l'anneau (ou  $n$  aller-retour dans le métal normal), c'est-à-dire qui passent un temps  $n^2\tau_D$  dans l'échantillon. Elles doivent être amorties si on les excite avec une fréquence supérieure à  $1/(n^2 2\pi\tau_D)$ . On espère également observer dans nos mesures, des traces des interactions dans le métal normal. Cependant, pour l'instant à notre connaissance, aucun travail théorique ne les prend en compte en jonction longue et diffusive.

On utilise encore une fois la géométrie annulaire qui nous permet de faire varier la différence de phase imposée par les contacts supraconducteurs (et non la phase des électrons de conduction comme dans les expériences précédentes). Vu les difficultés de fabrication rencontrées, on a d'abord étudié des jonctions (SNS) connectées en géométrie fil ou SQUID DC (cf. Fig. 1.4.a). Le métal normal a toujours été de l'or (6-9, *i.e.* pur à 99.9999%) et le supraconducteur était soit du Niobium, soit de l'Aluminium. A basse température (de

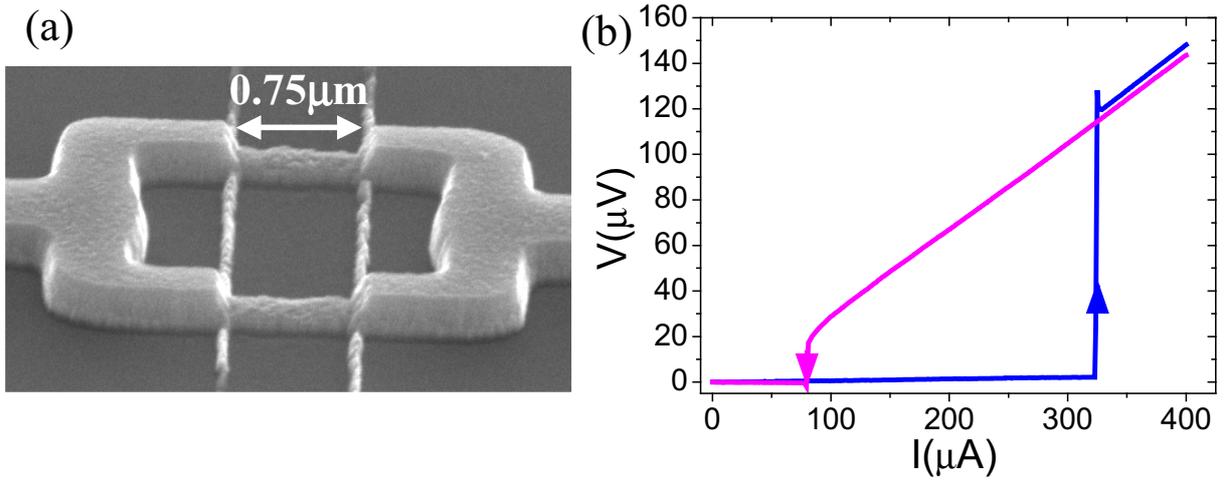


FIG. 1.4 – (a) Image d'un échantillon Nb/Au/Nb prise au Microscope électronique à balayage. (b) Exemple de caractéristique  $V(I)$  pour l'échantillon en (a).

l'ordre de 1K), on a observé un supercourant pour tous les échantillons, ce qui montre que les contacts N/S (Normal/Supraconducteur) sont bons.

Le principe de l'expérience est le suivant : on polarise l'échantillon avec un courant DC modulé ou non par un courant AC (de quelques dizaines de Hertz), on mesure la tension à ses bornes et la conductance différentielle. En pratique, on augmente le courant DC jusqu'à ce qu'une différence de potentiel apparaisse aux bornes de la jonction (cf. Fig. 1.4.b). On appelle courant de transition<sup>2</sup> et on note  $I_s$  la valeur du courant correspondante. Quand on diminue ensuite le courant DC, la transition supraconductrice apparaît à une autre valeur  $I_r$  appelée courant de repiégeage. Les jonctions présentent une hystérésis importante. On a étudié  $I_s$  et  $I_r$  en fonction de la température et du champ magnétique.

En géométrie SQUID DC, on observe une oscillation du courant de transition de période correspondant à  $h/(2e)$  dans la surface de l'anneau (cf. Fig. 1.5). Cela prouve qu'il y a des interférences entre les supercourants passant par les 2 bras de l'anneau. A notre connaissance, cela n'a jamais été vu dans une telle géométrie avec des métaux normaux en jonction longue. L'enveloppe des oscillations diminue de façon gaussienne à fort champ, de même que  $I_s$  dans les fils. Cela stimule 3 travaux théoriques différents. Enfin, on a observé dans certains échantillons Al/Au/Al, un courant de transition qui augmentait à bas champ avant de diminuer à plus fort champ (cf. Fig. 1.6).

Malheureusement, dans une géométrie de type SQUID DC, il s'est avéré difficile d'observer les harmoniques supérieurs dans la relation courant-phase de chaque jonction (SNS). C'est pourquoi, nous avons réalisé des jonctions (SNS) en géométrie de type SQUID AC couplées inductivement à un résonateur micro-onde multimode. Dans cette géométrie, l'avantage est qu'on mesure directement le supercourant et non le courant de transition. Grâce au résonateur multimode, on devrait également pouvoir explorer les 2 régimes à basse fréquence et à très haute fréquence devant  $1/(2\pi\tau_D)$ . Des expériences à ce sujet sont en cours.

<sup>2</sup>Il s'agit de la transition d'un état supraconducteur à un état normal. Dans la suite, ce terme référera toujours à cette transition.

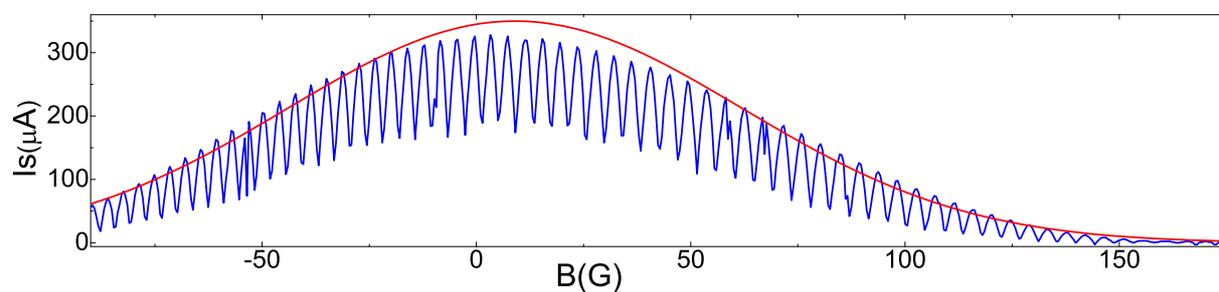


FIG. 1.5 – Courant de transition en fonction de  $B$  pour l’anneau de Nb/Au/Nb ( $L_N = 0.75\mu\text{m}$ ). Notez que l’enveloppe peut être approximée par une gaussienne  $\exp[-1/2(B/B_c)^2]$  avec  $B_c$  de l’ordre de  $h/(2e)$  dans la surface du normal.

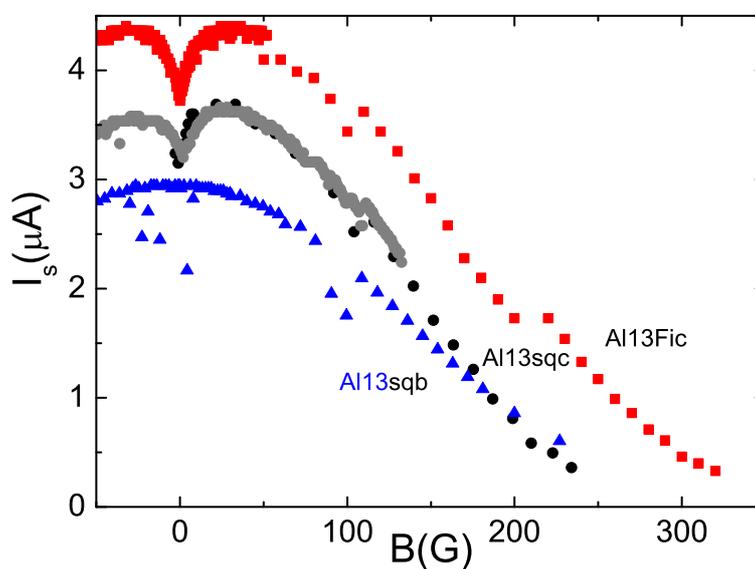


FIG. 1.6 – Courant de transition en fonction de  $B$  pour les fils de Al/Au/Al. Notez qu’à bas champ, le courant de transition augmente avec le champ. L’effet peut atteindre 20% dans certains cas.

# Chapitre 2

## Introduction générale

Le cadre de cette thèse est l'étude du transport électronique à l'échelle mésoscopique. C'est-à-dire que les échantillons sont de taille  $L$ , suffisamment petite pour qu'ils soient sensibles à des effets quantiques et suffisamment grande pour prendre en compte la contribution de plusieurs électrons [1, 2]. En pratique, on a  $L \lesssim L_\phi$  où la longueur de cohérence de phase  $L_\phi$  est déterminante, puisqu'elle caractérise la longueur sur laquelle les électrons gardent une mémoire de phase.  $L_\phi$  augmente quand la température diminue (typiquement,  $L_\phi \gtrsim 1\mu\text{m}$  pour  $T \lesssim 100\text{mK}$ ), c'est pourquoi on étudiera des échantillons tels que  $L \approx 1\mu\text{m}$  sur un intervalle de température allant de  $15\text{mK}$  à  $\approx 1\text{K}$ . Dans ces conditions, le caractère ondulatoire des électrons est important et des effets d'interférence électronique sont susceptibles de se produire.

Les propriétés de transport d'un métal macroscopique sont quant à elles décrites en bonne approximation par une approche classique du mouvement électronique. Cette description fait intervenir une autre longueur :  $l_e$ , le libre parcours moyen élastique qui caractérise la distance moyenne parcourue par un électron entre 2 collisions élastiques. Comme seuls les électrons à la surface de Fermi contribuent au transport, on peut relier  $l_e$  au temps  $\tau_e = l_e/v_F$  typique entre 2 chocs (où  $v_F$  est la vitesse de Fermi). La conductivité est alors donnée par la formule de Drude :

$$\sigma_D = \frac{ne^2\tau_e}{m} \quad (2.1)$$

avec  $m$  la masse effective de l'électron et  $n$  la densité électronique. Avant les années 80, on pensait que toutes les grandeurs physiques se moyennaient à une échelle de l'ordre de  $l_e$ . Il n'en est rien, on verra qu'en fait la grandeur importante est  $L_\phi$ . Le désordre statique est dû par exemple à des lacunes ou des impuretés de substitution. Comme elles ne possèdent pas de degrés de liberté interne, elles ne peuvent pas déphaser les électrons de conduction. En effet, il ne peut pas y avoir d'échange d'énergie lors d'une collision, le choc est élastique et seule la direction du vecteur d'onde est modifiée. Donc, ce désordre ne détruit pas la cohérence de phase et n'introduit aucune irréversibilité.

La suppression de la cohérence quantique résulte de phénomènes liés à l'existence de processus incohérents et irréversibles provenant du couplage d'un électron avec son environnement. Celui-ci est constitué de degrés de liberté internes avec lesquels les électrons sont en interaction : excitations thermiques du réseau atomique (phonons), impuretés ayant des degrés de liberté (impuretés magnétiques notamment), interactions avec les autres électrons... Lors d'une collision inélastique de ce genre, l'énergie de l'électron est modifiée et sa phase varie aléatoirement. On voit que  $l_e$  (longueur au-delà de laquelle on perd les

symétries et les bons nombres quantiques) et  $L_\phi$  (longueur au-delà de laquelle on perd la cohérence de phase) sont 2 grandeurs fondamentalement différentes et à suffisamment basse température, elles peuvent différer de plusieurs ordres de grandeurs ( $l_e \approx 10\text{nm}$  pour un métal et  $L_\phi \gtrsim 1\mu\text{m}$  pour  $T < 1\text{K}$ ). Contrairement à ce que l'on pensait avant les années 80, le désordre n'est pas suffisant pour éliminer tout effet d'interférence.

Plusieurs régimes peuvent apparaître suivant la taille de l'échantillon. Si  $L < l_e$ , l'échantillon est **ballistique** et l'électron ne subit aucune collision lors de la traversée de l'échantillon. Si au contraire  $L \gg l_e$ , l'électron effectuera beaucoup de chocs élastiques et le mouvement sera **diffusif**. Soit  $\tau_D = L^2/D$  avec  $D$  coefficient de diffusion ( $D = v_F l_e/d$  où  $d$  est la dimension), le temps typique que met un électron à traverser l'échantillon. La condition  $L \gg l_e$  est équivalente à  $\tau_D \gg \tau_e$ . L'énergie associée à  $\tau_D$  est appelée énergie de Thouless et vaut  $E_{\text{Th}} = \hbar/\tau_D$ .

On se placera toujours aussi dans le régime dit de "faible désordre" où  $k_F l_e \gg 1$  (avec  $k_F$  le vecteur d'onde de Fermi). En pratique pour un métal :  $l_e$  est de l'ordre de la dizaine de nm (en couche mince c'est de l'ordre de l'épaisseur de la couche divisée par 2) et  $\lambda_F = 2\pi/k_F$  de l'ordre du nm, *i.e.*  $10 < k_F l_e < 100$ . Pour les gaz bidimensionnels d'électrons, on a :  $l_e = 0.1 - 10\mu\text{m}$  et  $\lambda_F = 10 - 100\text{nm}$ . Enfin, on aura toujours  $L \gg \zeta$  longueur de localisation.

## 2.1 Modèle semi-classique

La première théorie qui a réussi à décrire le transport cohérent dans un potentiel désordonné est celle qui est basée sur le formalisme des fonctions de Green. En 1986, S. Chakravarty et A. Schmid [3] ont proposé une théorie plus intuitive basée sur la théorie semi-classique. Ils sont partis de l'amplitude de probabilité d'aller de  $\vec{r}_i$  à  $\vec{r}_f$ , écrite comme une intégrale de chemin :

$$A(\vec{r}_f, \vec{r}_i, t_f, t_i) = \int d[\vec{r}] \exp\left(\frac{i}{\hbar} S[\vec{r}]\right) \quad (2.2)$$

où l'intégrale fonctionnelle ci-dessus porte sur tous les chemins qui partent de  $\vec{r}_i$  et arrivent à  $\vec{r}_f$ . L'action  $S$  est donnée par :

$$S[\vec{r}] = \int_{t_i}^{t_f} dt L(\vec{r}(t), \dot{\vec{r}}(t)) \quad (2.3)$$

où  $L$  est le Lagrangien du système. Dans l'intégrale de chemin, les termes dominants sont ceux dont l'action est stationnaire. Ainsi, seules les trajectoires classiques  $C$  vont donner une contribution importante :

$$A(\vec{r}_f, \vec{r}_i) = \sum_C A(C) \exp\left(\frac{i}{\hbar} S[C]\right) = \sum_i A_i \exp(i\phi_i) \quad (2.4)$$

Finalement l'amplitude de probabilité d'aller d'un point à un autre n'est autre que la somme des amplitudes de probabilité associées à chaque trajectoire classique d'énergie  $\epsilon_F$ . Le caractère quantique n'intervient que dans la phase qui s'écrit :

$$\phi_i = \int_i \left(\vec{k} - \frac{e}{\hbar} \vec{A}\right) \cdot d\vec{l} = \int_i \left(\vec{k} - \frac{2\pi}{\Phi_0} \vec{A}\right) \cdot d\vec{l} \quad (2.5)$$

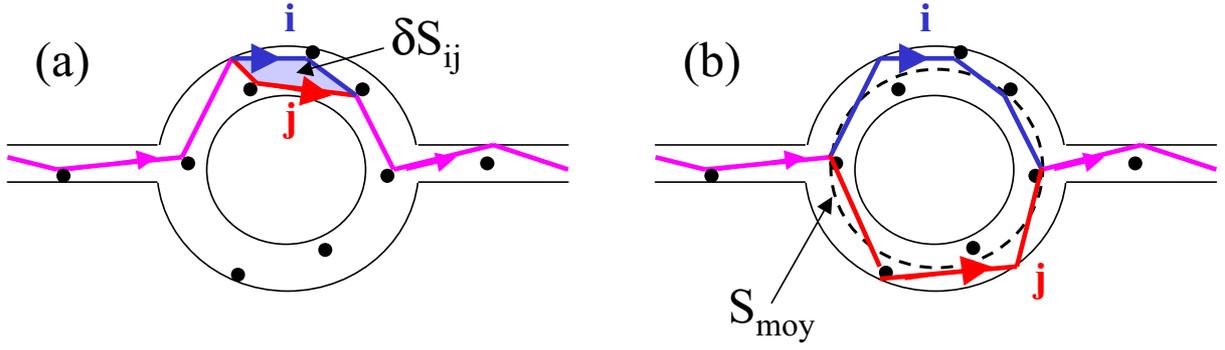


FIG. 2.1 – Interférences entre 2 trajectoires  $i$  et  $j$  qui traversent l’anneau. (a) Trajectoires passant par le même bras de l’anneau et enserrant une surface  $\delta S_{ij}$ . (b) Trajectoires passant dans des bras différents et enserrant une surface  $S_{\text{moy}} + \delta S_{ij}$  où  $S_{\text{moy}}$  est la surface moyenne de l’anneau. Ce sont elles, qui contribuent à l’effet Aharonov-Bohm.

où  $\Phi_0 = h/e$  et  $\vec{A}$  est le potentiel vecteur, ou de façon équivalente<sup>1</sup> :

$$\phi_i = \frac{1}{\hbar} \int_i U_{\text{dés}}(\vec{r}(t)) dt - \frac{e}{\hbar} \int_i \vec{A} \cdot d\vec{l} \quad (2.6)$$

Si l’on fait l’hypothèse que les électrons restent à l’énergie de Fermi<sup>2</sup>, on a  $|\vec{k}| = k_F$ . La probabilité d’aller de  $\vec{r}_i$  à  $\vec{r}_f$  est tout simplement  $P(\vec{r}_f, \vec{r}_i) = |A(\vec{r}_f, \vec{r}_i)|^2$ . La conductance est directement reliée à cette grandeur.

On voit que l’on dispose d’un instrument formidable, le potentiel vecteur  $\vec{A}$ , pour modifier la phase relative associée aux différentes trajectoires électroniques. On peut faire une analogie avec une expérience d’interférométrie optique. La conductance jouant le rôle de l’intensité lumineuse et le potentiel vecteur celui du chemin optique. On voit toutefois que si l’on considère une géométrie quelconque, on somme des déphasages liés à des trajectoires enserrant des surfaces très différentes, ce qui fait qu’aucune échelle caractéristique en flux ne ressort. Ce n’est pas le cas pour une géométrie annulaire pour laquelle l’échelle de champ est donnée par un quantum de flux dans la surface de l’anneau.

## 2.2 Effet Aharonov-Bohm (AB)

L’effet le plus spectaculaire de la cohérence de phase et des interférences électroniques est sans doute l’effet Aharonov-Bohm dans un anneau. Il est l’équivalent de l’expérience des trous d’Young en optique, le rôle d’un trou étant joué par un bras de l’anneau. La conductance, reliée à la probabilité qu’un électron diffuse d’un côté à l’autre de l’anneau, s’écrit sous la forme :

$$G = \left| \sum_i A_i e^{i\phi_i} \right|^2 = \sum_{i,j} A_i A_j e^{i(\phi_i - \phi_j)} \quad (2.7)$$

<sup>1</sup>Cela est vrai si le potentiel électrique interne  $U_{\text{dés}}$  varie faiblement à l’échelle de  $\lambda_F$ . Ce qui est réaliste pour un gaz bidimensionnel d’électron par exemple. On peut montrer que les 2 relations sont bien équivalentes dans le cas simple de l’équilibre quand  $U_{\text{dés}} = E_F$  à moins de  $E_{\text{Th}}$  près.

<sup>2</sup>Hypothèse discutable dans le régime des hautes fréquences (cf. annexe (F)).

où l'on somme sur les trajectoires  $i$  et  $j$  qui interfèrent.

On a :

$$\phi_i - \phi_j = \int_i \vec{k} \cdot d\vec{l} - \int_j \vec{k} \cdot d\vec{l} + \frac{2\pi}{\Phi_0} \int_i \vec{A} \cdot d\vec{l} - \frac{2\pi}{\Phi_0} \int_j \vec{A} \cdot d\vec{l} \quad (2.8)$$

$$= k_F(L_i - L_j) + \frac{2\pi}{\Phi_0} \oint \vec{A} \cdot d\vec{l} \quad (2.9)$$

$$= \left[ k_F(L_i - L_j) + 2\pi \frac{\Phi_{ij}}{\Phi_0} \right] \quad (2.10)$$

où  $\Phi_{ij} = \vec{B} \cdot \vec{S}_{ij}$  est le flux inclus dans la surface délimitée par les 2 trajectoires  $i$  et  $j$  (cf. Fig. 2.1) et  $L_i$  est la distance totale parcourue par l'électron sur la trajectoire  $i$ . Dans le cas d'un désordre important,  $L_i$  est très grand devant  $L$ . Au final, on obtient :

$$G = G_{cl} + G_{dés} + G_{AB} \cos\left(\frac{2\pi\Phi}{\Phi_0} + \phi_{dés}\right) + \dots \quad (2.11)$$

où le premier terme correspond à la conductance classique, le second terme dépend de la réalisation particulière du désordre tout comme  $\phi_{dés}$  et le dernier terme (représenté dans la figure(2.2)) est responsable de l'effet Aharonov-Bohm (conductance oscillant avec une période correspondant à un  $\Phi_0$  dans la surface moyenne de l'anneau).  $\Phi$  étant le flux dans la surface moyenne de l'anneau. A cause de  $\phi_{dés}$ , cet effet ne résiste pas à la moyenne sur le désordre. Pour obtenir l'équation (2.11), on a négligé la pénétration du champ magnétique dans les bras de l'anneau<sup>3</sup>. Ce dernier engendre une modulation aperiodique, à la fois d'amplitude et de phase des oscillations AB (cf. Fig. 2.2), dont l'échelle caractéristique est un  $\Phi_0$  dans la surface d'un bras de l'anneau<sup>4</sup>.

Il existe également un effet Aharonov-Bohm électrostatique mis en évidence par van Oudenaarden *et al.* [4] dans un anneau métallique interrompu par 2 parties isolantes. Les interférences ont lieu entre des électrons et des trous dont la différence d'énergie  $eV$  est contrôlée par la tension  $V$  appliquée aux bornes de l'anneau. Cette tension engendre un

<sup>3</sup>Si le champ magnétique est assez faible pour que la courbure des trajectoires due à la force de Lorentz puisse être négligée et qu'il n'y ait pas de déphasage entre des trajectoires dans un même bras de l'anneau, alors en effet l'effet du champ peut être négligé pour ne garder que celui du flux. On parle de flux Aharonov-Bohm. En pratique, on travaillera avec des champs de l'ordre de quelques centaines de Gauss ( $1G = 10^{-4}T$ ). Pour ces champs, on peut effectivement négliger la courbure des trajectoires, mais les fils ne sont pas assez fins pour négliger la pénétration du champ dans ceux-ci.

<sup>4</sup>Plus précisément, les déphasages entre des trajectoires passant dans le même bras de l'anneau (cf. Fig. 2.1.a) sont alors de la forme :

$$\phi_i - \phi_j = k_F(L_i - L_j) + \frac{2\pi B \delta S_{ij}}{\Phi_0} \quad (2.12)$$

où  $\delta S_{ij}$  est la petite surface entre les 2 trajectoires. Elle est typiquement de l'ordre de  $WL$  si  $L < L_\phi$  et  $WL_\phi$  si  $L > L_\phi$  (mais inférieure à ces valeurs). Ces déphasages modulent plutôt l'amplitude des oscillations AB. Les déphasages entre des trajectoires passant dans des bras différents (cf. Fig. 2.1.b) sont :

$$\phi_i - \phi_j = k_F(L_i - L_j) + \frac{2\pi B \delta S_{ij}}{\Phi_0} + \frac{2\pi B S_{moy}}{\Phi_0} \quad (2.13)$$

où  $S_{moy}$  est la surface moyenne de l'anneau et  $\delta S_{ij}$  est l'écart de la surface  $S_{ij}$  à  $S_{moy}$ . Cet écart est aussi d'ordre  $WL$  si  $L < L_\phi$  et  $WL_\phi$  si  $L > L_\phi$  (mais inférieur à ces valeurs). Ces déphasages modulent plutôt la phase des oscillations AB.

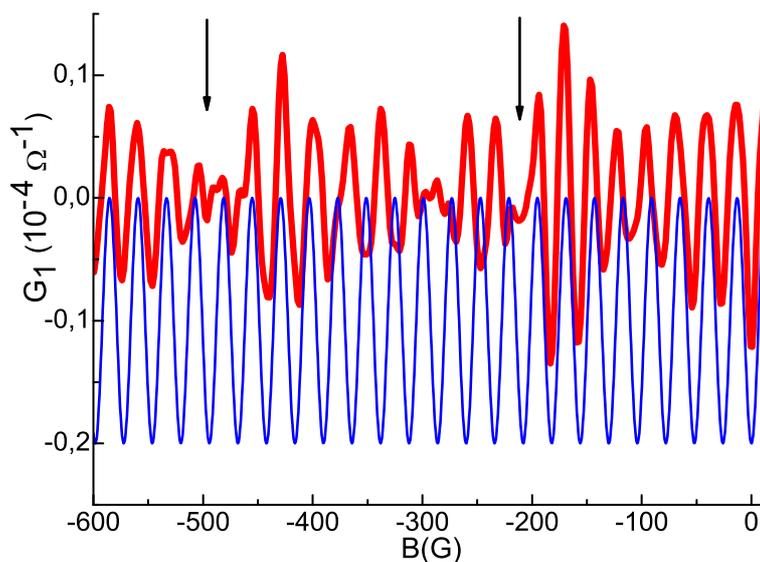


FIG. 2.2 – Exemple de courbes que l'on a obtenues en mesurant  $G_1$  en fonction du champ magnétique à  $T = 50\text{mK}$  (trait épais). Cette courbe est filtrée passe-haut pour ne conserver que la composante AB de la formule (2.11). Notez que  $G_1$  est modulée en amplitude avec pour champ caractéristique  $B_c$  correspondant à un  $\Phi_0$  dans la surface d'un bras de l'anneau. Elle est également modulée en phase avec le même champ typique  $B_c$ . En effet, remarquez que  $G_1$  est tantôt en avance, tantôt en retard sur la sinusoïde qui a la même période (en trait fin). Les flèches soulignent les endroits où la courbe expérimentale était en avance de phase sur la sinusoïde et devient en retard.

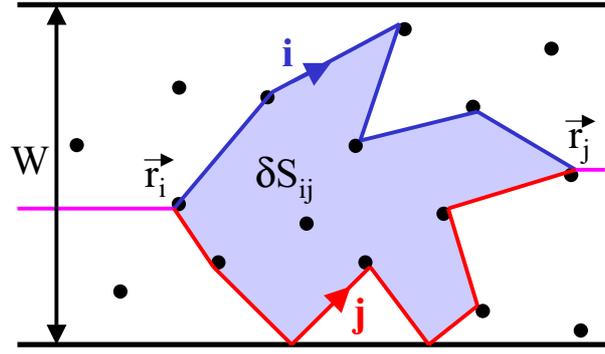


FIG. 2.3 – Interférences entre 2 trajectoires  $i$  et  $j$  qui traversent le fil.  $\delta S_{ij}$  est la surface enserrée entre les 2 trajectoires.

déphasage électrostatique  $\Delta\phi = eVt/\hbar$  de la paire électron-trou où  $t$  est le temps que l'électron et le trou passent dans leur partie respective avant de se recombiner.

On voit donc qu'expérimentalement, on peut jouer sur la phase des électrons de conduction non seulement avec un champ magnétique, mais aussi avec une différence de potentiel (on y reviendra par la suite).

### 2.3 Fluctuations universelles de conductance (UCF)

Les fluctuations universelles de conductance sont observables dans un anneau AB, mais aussi simplement dans un fil. Dans un fil de largeur finie, il existe plusieurs trajectoires possibles pour aller d'un bout à l'autre du fil. A chaque trajectoire  $i$  correspond un déphasage  $\approx k_F L_i$  qui dépend de la configuration particulière du désordre (cf. Fig. 2.3). Il en résulte une figure d'interférence à la surface des contacts analogue aux tavelures ("speckle" en anglais) en optique. Expérimentalement, on n'a accès qu'à la valeur de la conductance qui correspond à cette figure d'interférence moyennée sur la surface des contacts. Tout comme en optique, il suffit qu'un seul centre diffuseur bouge d'une distance supérieure à  $\lambda_F$  (ou qu'il change notablement d'état) pour que toute la figure d'interférence soit modifiée et donc la valeur de la conductance soit différente (cf. [5]). Par conséquent, à 1 ou 2D, bouger une impureté ou changer tout l'échantillon a le même effet sur les fluctuations de conductance, dont l'amplitude vaut  $\delta G \approx cte e^2/h$ . Ces fluctuations sont **universelles** au sens où de façon remarquable, leur amplitude ne dépend ni du matériau, ni du libre parcours moyen  $l_e$ , ni de la taille de l'échantillon. La seule condition pour l'existence de ces UCFs est la cohérence sur la totalité de l'échantillon ( $L < L_\phi$ ). Le préfacteur numérique précis ne dépend que faiblement de la géométrie et de la dimension [6, 7].

Expérimentalement, ce phénomène peut être révélé par l'application d'un champ magnétique. Si l'on prend en compte la pénétration du champ, il apparaît une différence de phase supplémentaire entre les trajectoires électroniques qui dépend de la réalisation particulière du désordre :

$$\phi_i - \phi_j = k_F(L_i - L_j) + \frac{2\pi B \delta S_{ij}}{\Phi_0} \quad (2.14)$$

où  $\delta S_{ij}$  est la petite surface entre les 2 trajectoires (cf. Fig. 2.3). Pour un fil tel que la

largeur  $W$  est inférieure à  $L$  et  $L_\phi$ ,  $\delta S_{ij}$  peut prendre n'importe quelle valeur entre 0 et  $WL$  si  $L < L_\phi$  ou  $WL_\phi$  si  $L > L_\phi$ . Il en résulte une conductance qui fluctue autour de sa valeur classique en fonction du champ magnétique. Ces fluctuations sont apériodiques, mais l'échelle de champ typique  $B_c$  correspond à un  $\Phi_0 = h/e$  dans la surface du fil. Ces fluctuations sont reproductibles, elles dépendent de la configuration du désordre propre à l'échantillon, on les appelle **empreintes magnétiques** ("magnetofingerprints" en anglais). Tout comme pour le speckle en optique, elles permettent en principe de caractériser de manière unique la configuration du désordre. L'amplitude de ces fluctuations est aussi de l'ordre de  $e^2/h$  pour  $L < L_\phi$ .

On peut également modifier la figure d'interférence en changeant l'énergie des électrons de conduction (avec une grille électrostatique par exemple ou en appliquant une différence de potentiel comme dans l'expérience de van Oudenaarden *et al.* [4]) d'une quantité telle que le déphasage associé à une paire de trajectoires soit  $\Delta\phi = \epsilon\tau_D/\hbar = \epsilon/E_{\text{Th}} \approx 1$ .

En résumé, pour changer la figure d'interférence, il est équivalent de changer le désordre (soit en changeant d'échantillon, soit en lui faisant subir un cycle thermique : réchauffement-refroidissement, soit en lui injectant un fort courant, soit en bougeant un centre diffuseur ou en modifiant son état), de varier le champ magnétique d'une valeur supérieure à  $B_c$  ou de changer l'énergie des électrons de conduction d'une valeur supérieure à  $E_{\text{Th}}$  [6, 7].

Une autre façon d'observer expérimentalement une variation du désordre est simplement de mesurer la conductance d'un échantillon cohérent au cours du temps. En effet dans certains cas, la conductance peut présenter des sauts basse fréquence entre 2 ou plusieurs valeurs (cf. [8] par exemple). On appelle cela le **bruit télégraphique**. Ces sauts ont été attribués à des défauts individuels fluctuant entre des configurations métastables. Comme pour les UCFs, il suffit de la variation d'une impureté pour changer entièrement la figure d'interférence et donc la valeur de la conductance. On peut d'ailleurs montrer (cf. [1] par exemple) que les systèmes à 2 niveaux qui constituent ces défauts peuvent être à la source du bruit en  $1/f$  dans des échantillons totalement cohérents. Dans la partie (6.5), on verra qu'on peut exciter des systèmes à 2 niveaux avec un champ radio-fréquence et observer leur signal sur la tension photovoltaïque.

Citons à présent une expérience illustrant le caractère non local d'une mesure de transport sur un échantillon cohérent. Skocpol *et al.* [9] ont montré que pour une mesure de résistance 4 fils avec des sondes de tension espacées de  $L_{12} < L_\phi$ , la chute de potentiel moyenne  $V_{12}$  est proportionnelle à  $L_{12}$ , alors que l'amplitude moyenne des fluctuations est indépendante de celle-ci. Cette amplitude est la même que les fluctuations de tension, pour des sondes espacées d'environ  $L_\phi$ , qui correspondent aux fluctuations universelles de conductance d'amplitude  $e^2/h$ . Par contre, l'amplitude moyenne des fluctuations augmente pour  $L_{12} > L_\phi$ . Cela veut dire que pour une mesure de conductance 4 fils, quand un courant  $I$  diffuse entre 2 contacts, les courants microscopiques dirigés aléatoirement affectent les régions de taille  $L_\phi$  incluant les sondes de tension.  $R_{12}$  et  $G_{12}$  sont donc des quantités non locales qui sont affectées par ce qui se passe dans un volume  $L_\phi^d$  où  $d$  est la dimension du système. Elles dépendent du dispositif entier (échantillon + fils de contact), pas seulement de l'échantillon. Cela est conforme avec le fait qu'on ne puisse pas mesurer à l'intérieur d'un système quantique, sans affecter la mesure de façon importante.

## 2.4 Moyenne sur le désordre

Les 2 effets précédents (AB et UCF) dépendent de la réalisation particulière du désordre du moins tant que l'échantillon reste cohérent dans son ensemble. Ils ne résistent donc pas à une moyenne sur le désordre et disparaissent pour des échantillons macroscopiques. En effet, comme les électrons de conduction perdent leur mémoire de phase au bout de  $L_\phi$ , on peut décomposer un échantillon macroscopique cubique de taille  $L^d$  en  $N = (L/L_\phi)^d$  sous-systèmes différents de taille  $L_\phi^d$ . Chaque sous-système a une configuration de désordre bien définie, mais aucune corrélation n'existe entre les sous-systèmes. Une observable macroscopique définie pour chaque sous système prend donc  $N$  valeurs aléatoires. La loi des grands nombres nous assure que la grandeur macroscopique de l'ensemble est égale à la valeur moyenne. Par conséquent, tout système désordonné de taille  $L \gg L_\phi$  réalise pour chaque grandeur une moyenne sur le désordre. Par contre, on observe des déviations à ce résultat pour des systèmes de taille inférieure à  $L_\phi$ .

Considérons les fluctuations relatives de la conductance. Elle sont divisées par un facteur  $\sqrt{N} = (L/L_\phi)^{d/2}$ , ce qui donne :

$$\frac{\sqrt{(\delta G_{AB,UCF})^2}}{\bar{G}} \approx \frac{1}{\sqrt{N}} \approx \left(\frac{L_\phi}{L}\right)^{d/2} \quad (2.15)$$

où  $\delta G = G - \bar{G}$ . La conductance moyenne  $\bar{G}$  est la conductance classique  $G_{cl}$  donnée par la loi d'Ohm :  $G_{cl} = \sigma L^{d-2}$  où  $\sigma$  est la conductivité électrique. De la relation (2.15), on déduit :  $(\delta G_{AB,UCF})^2 \propto L^{d-4}$ . Pour  $d \leq 3$ , les fluctuations tendent bien vers 0 dans la limite des grandes tailles. On dit que le système est auto-moyennant.

## 2.5 Localisation faible

On a vu que les oscillations AB et les UCFs ne résistent pas à une moyenne sur le désordre. Reste-t-il tout de même une trace de la cohérence de phase quand on moyenne sur le désordre ? Des expériences ont répondu affirmativement à cette question par exemple sur des cylindres métalliques dont la hauteur était supérieure à  $L_\phi$  pour effectuer une moyenne sur le désordre [10], ou sur des réseaux de  $2.7 \times 10^6$  boucles hexagonales métalliques [11, 12] ou bien plus récemment, sur des réseaux de  $10^6$  anneaux réalisés dans un gaz bidimensionnel d'électrons [13]. Cela a été aussi vu en optique. Après moyennage d'une figure de speckle sur différentes réalisations du désordre, il subsiste un effet non nul sur la dépendance angulaire de l'intensité lumineuse.

### 2.5.1 Magnétoconductance positive dans un fil

Repartons de l'équation (2.7) et moyennons sur le désordre.

$$G = \overline{\left| \sum_i A_i e^{i\phi_i} \right|^2} = \overline{\sum_{i,j} A_i A_j e^{i(\phi_i - \phi_j)}} \quad (2.16)$$

Pour l'instant considérons qu'il n'y a pas de champ magnétique :

$$\phi_i - \phi_j = k_F(L_i - L_j) \quad (2.17)$$

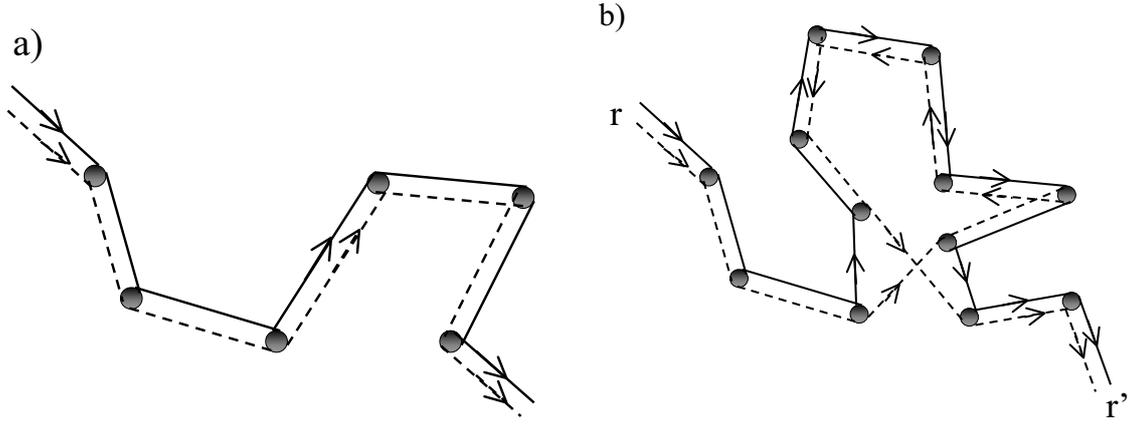


FIG. 2.4 – Interférences entre des chemins qui résistent à la moyenne sur le désordre. a) Les 2 trajectoires sont parcourues dans le même sens, c’est le diffuson qui correspond au chemin de diffusion classique. b) La boucle représente des interférences entre 2 trajectoires conjuguées par renversement du sens du temps, c’est le cooperon.

Les paires de trajectoires telles que  $\phi_i - \phi_j > 2\pi$  ne vont pas résister à la moyenne sur le désordre. En particulier, il suffit que 2 trajectoires s’écartent de  $\lambda_F$  pour qu’elles ne puissent plus interférer (car alors  $k_F(L_i - L_j) > 2\pi$ ). Cette condition est drastique puisqu’à moins d’être rigoureusement identiques, les trajectoires vont différer d’au moins  $l_e$ . Comme on se place dans la limite de faible désordre  $k_F l_e \gg 1$ , après moyenne sur le désordre il ne reste plus que 2 types de trajectoires  $j$  qui peuvent interférer avec  $i$  : celles telles que  $j = i$  et celles telles que  $j = -i$ . La première contribution correspond au diffuson de la théorie diagrammatique (cf. Fig. 2.4.a), on peut montrer qu’elle conduit à la conductance classique de Drude. La seconde contribution correspond au cooperon, une paire de trajectoires invariante par renversement du sens du temps. La seule façon d’obtenir une telle trajectoire est que les 2 chemins ainsi couplés forment une boucle comme sur la figure (Fig. 2.4.b). Ces trajectoires contribuent à augmenter la probabilité de retour à l’origine  $P(\vec{r}, \vec{r})$  (sur laquelle on revient dans la section (2.5.3)) et donc à diminuer la conductance. On parle de **localisation faible**.

Comme on le voit sur la figure (2.4.b), l’apparition de la boucle nécessite un croisement des 2 chemins. Pour que ces trajectoires survivent au moyennage sur le désordre, le déphasage induit par ce croisement doit être inférieur à  $2\pi$ , ce qui réduit le volume dans lequel peut se faire ce croisement et par la-même la probabilité qu’il ait lieu. On peut montrer (cf. [14]) que cette probabilité est d’ordre  $1/g$  où  $g = G/(e^2/h)$  est la conductance adimensionnée. Cela implique directement que les corrections quantiques au transport électronique classique sont de l’ordre de  $G_{cl} \times 1/g$ , c’est-à-dire  $e^2/h$ . Elles sont d’autant plus importantes en valeur relative que l’échantillon est résistif (d’où l’avantage parfois du gaz bidimensionnel sur les métaux). Attention toutefois, cela n’est plus vrai<sup>5</sup> si l’on entre dans le régime de localisation forte ( $g \lesssim 1$ ).

Pour que les 2 trajectoires symétriques par renversement du sens du temps puissent interférer, il faut que l’électron conserve sa phase au moins sur la longueur de la boucle. Celle-ci ne peut donc pas avoir une surface plus grande que  $L_\phi^2$  (cf. Fig. 2.5.a). La localisa-

<sup>5</sup>En régime de localisation forte,  $\delta g$  ne vaut plus 1, mais  $\delta g = gl_n(g)$ .

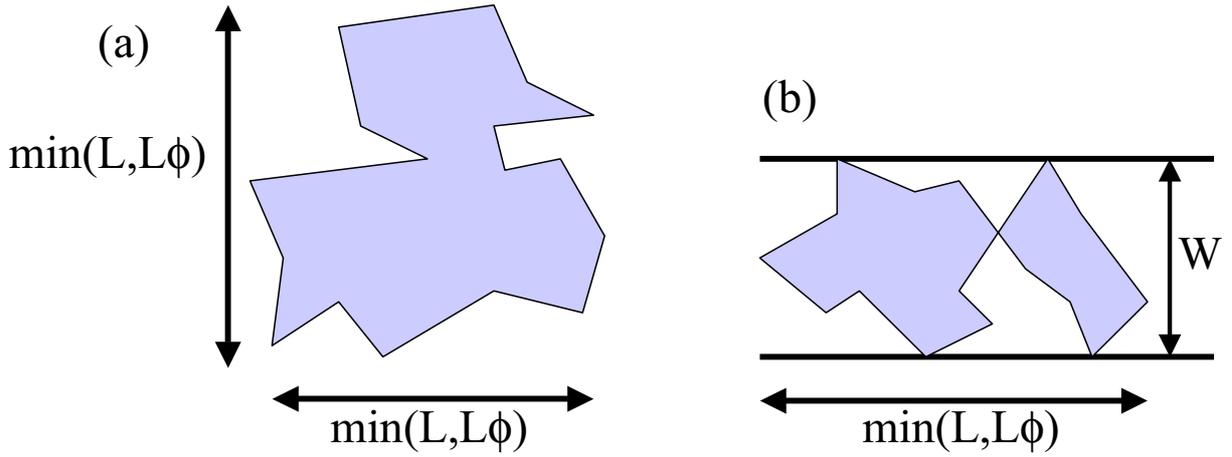


FIG. 2.5 – (a) Dans un film 2D, la surface du Cooperon est limitée soit par la taille du film  $L$ , soit par la longueur de cohérence de phase  $L_\phi$ . Dans un fil de largeur  $W < \min(L, L_\phi)$  (b), la surface du Cooperon est limitée transversalement par  $W$  et est donc inférieure à  $W \times \min(L, L_\phi)$ .

tion faible est d'autant plus importante que  $L_\phi$  est grand. La dépendance de la localisation faible avec la cohérence de phase est d'ailleurs un des moyens de mesurer  $L_\phi$ .

En présence de champ magnétique, un flux s'inscrit dans la surface  $S_i$  de la boucle et crée un déphasage supplémentaire.

$$\phi_i - \phi_{-i} = \frac{2\pi}{\Phi_0} \left[ \int_i \vec{A} \cdot d\vec{l} - \int_{-i} \vec{A} \cdot d\vec{l} \right] = \frac{2\pi}{\Phi_0} 2BS_i \quad (2.18)$$

Si le champ magnétique est suffisamment important pour que  $\frac{2\pi}{\Phi_0} 2BS_i \approx 2\pi$ , les effets de cohérence de phase ne sont plus visibles. Dans un fil (de largeur  $W < L, L_\phi$ ) le champ caractéristique  $B_c$  qui intervient correspond à un  $\Phi_0$  dans  $WL$  si  $L < L_\phi$  ou dans  $WL_\phi$  si  $L > L_\phi$  (cf. Fig. 2.5.b). C'est la même échelle de champ que pour les UCFs. Si  $B > B_c$ , les effets des interférences sur la conductance sont annulés et celle-ci retrouve sa valeur classique. On parle de **magnéto-conductance positive**.

En fait, si  $W \ll l_e$  (régime semi-diffusif), il faut remplacer  $W$  par  $W_{eff}$  [15] où  $W_{eff} = W \sqrt{(3W)/(C_r l_e)}$ . En effet, on peut montrer (cf. annexe (A)) qu'une trajectoire fermée qui ne contient que des réflexions sur les bords n'enserme pas de flux. Donc une trajectoire fermée de surface  $S$  qui contient un grand nombre de réflexions sur les bords englobe un flux  $\Phi < BS$ . Le coefficient  $C_r$  dépend de la rugosité des bords. Quand la réflexion est diffuse,  $C_r = 4\pi$ . Cela correspond à la limite où la longueur d'onde de Fermi est inférieure à la rugosité des bords et donc l'électron peut être réfléchi avec la même probabilité dans toutes les directions. Dans la limite opposée, l'électron est réfléchi suivant les lois de l'optique géométrique. On dit que la réflexion est spéculaire et alors  $C_r = 9.5$ .

## 2.5.2 Oscillations AAS dans un anneau

Dans une géométrie annulaire, les boucles de localisation faible conduisent à des oscillations  $\Phi_0/2$ -périodique dans la conductance (appelées oscillations AAS en hommage aux

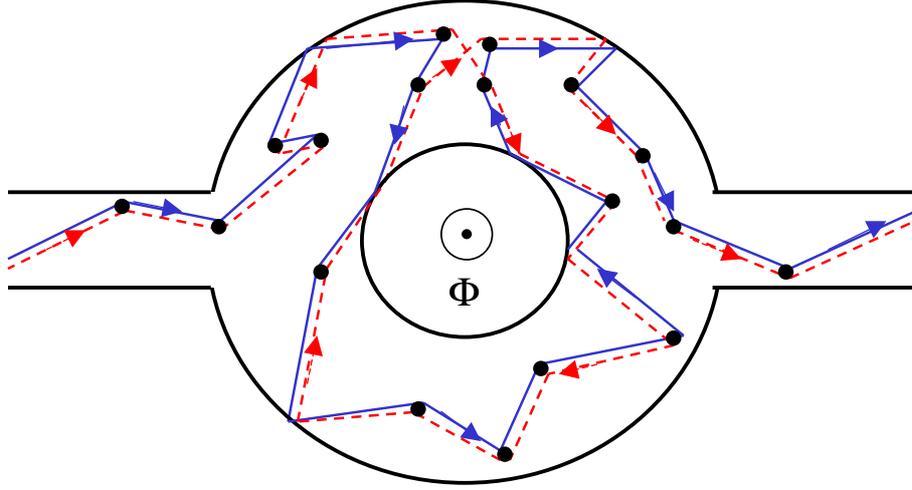


FIG. 2.6 – Exemple de trajectoires qui contribuent aux oscillations AAS de la conductance, de période correspondant à  $\Phi_0/2$  dans la surface de l’anneau. Ces termes résistent à la moyenne sur le désordre.

auteurs de l’article d’origine) qui survivent à la moyenne sur le désordre [16]. En effet, contrairement au fil, un flux caractéristique peut ressortir dans la différence des phases ; pour des trajectoires faisant  $n$  tours :

$$\phi_i - \phi_{-i} = \frac{2\pi}{\Phi_0} \left[ \int_i \vec{A} \cdot d\vec{l} - \int_{-i} \vec{A} \cdot d\vec{l} \right] = \frac{2\pi}{\Phi_0} 2nB(S_{\text{moy}} + \delta S_i) \quad (2.19)$$

où  $\delta S_i$  est l’écart de la surface délimitée par la trajectoire à la surface moyenne de l’anneau  $S_{\text{moy}}$  (cf. Fig. 2.6).

Cela donne une contribution supplémentaire à la conductance sous la forme :

$$G_{AAS} \propto \sum_{n=1}^{\infty} \sum_i \cos \left[ \frac{4\pi n}{\Phi_0} (\Phi_{\text{moy}} + \delta\Phi_i) \right] \quad (2.20)$$

Si l’on considère des anneaux assez fins ou des champs assez faibles, on peut négliger le terme dépendant du désordre  $\delta\Phi_i$  dans le cosinus. On obtient alors des oscillations dont les harmoniques  $\Phi_0/(2n)$  résistent à la moyenne sur le désordre<sup>6</sup>, comme observé expérimentalement (cf. [10], [13] et Fig. 2.7). Si l’on prend en compte la pénétration du champ, ces oscillations s’atténuent sur la même échelle de champ que la magnétoconductance du fil.

### 2.5.3 Probabilité de retour à l’origine

La probabilité de retour à l’origine est une grandeur importante en physique mésoscopique, en particulier comme on l’a vu dans les 2 sections précédentes, pour la localisation

<sup>6</sup>En pratique, sur le signal réel, on ne voit souvent que l’ordre 1, car les contributions des trajectoires telles que  $L > L_\phi$  sont exponentiellement réduites. Par contre, sur la transformée de Fourier, on voit une ou deux harmoniques supplémentaires.

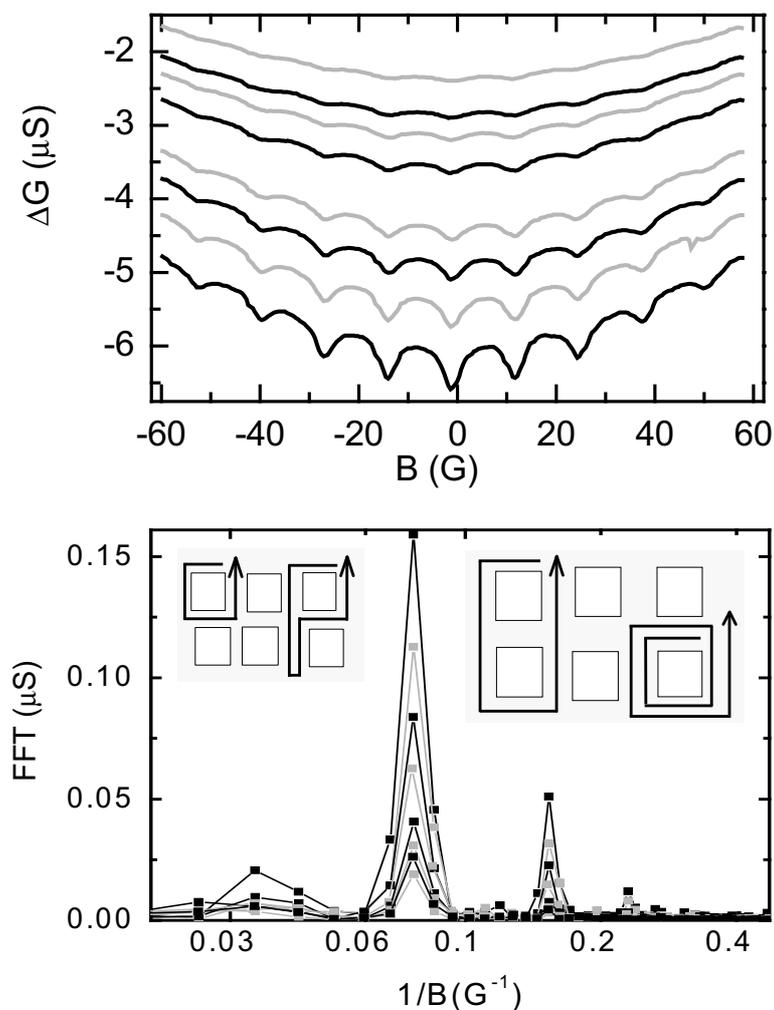


FIG. 2.7 – En haut, conductance de  $10^6$  anneaux de  $1\mu\text{m}$  de côté réalisés dans un gaz bidimensionnel d'électrons, en fonction du champ magnétique entre 25mK et 220mK. En bas, transformée de Fourier de la magnétoconductance (après soustraction de l'enveloppe) pour différentes températures. Insert de gauche (resp. droite), quelques orbites contribuant au premier (resp. second) harmonique. Figures tirées de la référence [13].

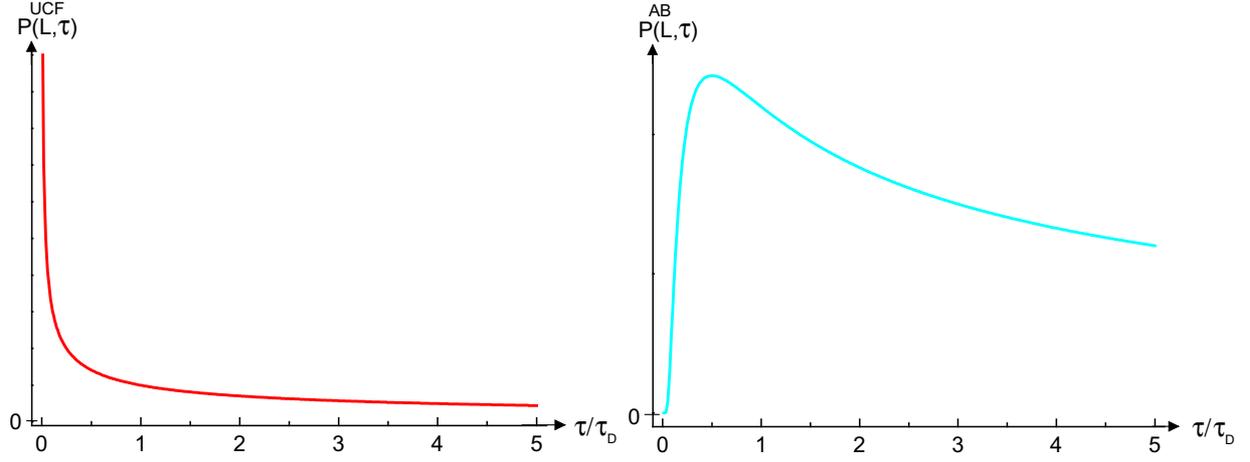


FIG. 2.8 – Probabilité de retour à l’origine après un temps  $\tau$  des électrons contribuant aux UCFs (à gauche) et aux oscillations AB (à droite). Les échelles en ordonnée sont différentes.

faible. On va voir que dans un système diffusif<sup>7</sup>, cette probabilité n’est pas la même suivant que les trajectoires électroniques font ou non un tour de l’anneau avant de retourner à leur point d’origine.

Les trajectoires qui contribuent aux UCFs ont une probabilité de retour à l’origine (cf. explication de van Oudenaarden *et al.* [18]) :

$$P^{UCF}(\tau) \propto \frac{1}{(\pi D\tau)^{(d/2)}} \quad (2.22)$$

indiquant que les trajectoires qui ont des temps courts ont plus de poids. Alors que les trajectoires contribuant aux oscillations AB ont fait un tour de l’anneau (les électrons ont parcouru une distance  $L$ ) et ont une probabilité de retour à l’origine :

$$P^{AB}(\tau) \propto \frac{1}{(\pi D\tau)^{(d/2)}} e^{-\frac{L^2}{4D\tau}} \quad (2.23)$$

qui est maximum autour de  $\tau = L^2/(2D) = \tau_D/2$  et qui décroît lentement. Ces probabilités sont représentées sur la figure (2.8).

On devrait en principe pouvoir calculer les distributions de temps de parcours des différentes trajectoires suivant la distance parcourue. Mais, cela est délicat et dans un premier temps il semble naturel (cf. Fig. 2.8) de penser que la variance  $\delta\tau_{ij}$  des distributions pour les UCFs est plus faible que celle des distributions pour les oscillations AB  $\delta\widetilde{\tau}_{ij}$  et que  $\delta\tau_{ij} \approx \tau_D$ <sup>8</sup>. Dans leur expérience, van Oudenaarden *et al.* ont montré que le contenu

<sup>7</sup>En dimension  $d$ , la distribution de la distance  $L$  parcourue par un électron en un temps  $\tau$  fixé est donnée par [17] :

$$P(L, \tau) = \frac{1}{(4\pi D\tau)^{(d/2)}} e^{-\frac{L^2}{4D\tau}} \quad (2.21)$$

Cette distribution est maximale en  $L = \sqrt{2D\tau}$ . La distance typique atteinte par diffusion après un temps  $\tau$  en dimension  $d$  est  $\langle R^2(\tau) \rangle = 2Dd\tau$ .

<sup>8</sup>On a essayé de montrer ces résultats à partir des probabilités de retour à l’origine, mais nous n’y sommes pas parvenus pour l’instant, notamment à cause de la divergence de l’intégrale à grand temps qui pose la délicate question de la coupure.

en harmoniques de la réponse en tension était directement relié à la probabilité de retour à la barrière et que les trajectoires longues contribuaient d'autant plus à un harmonique que son ordre était élevé. Ainsi, ils ont mesuré une composante UCF qui diminuait avec l'ordre de l'harmonique, alors que la composante AB était quasiment constante, en très bon accord avec ce qu'ils attendaient.

## 2.6 Autres effets de la cohérence de phase

### 2.6.1 Courants permanents

Dans un anneau entièrement cohérent ( $L < L_\phi$ ), la fonction d'onde électronique a des conditions aux limites périodiques. Si l'on soumet l'anneau à un flux Aharonov-Bohm, la phase des fonctions d'onde sera en  $2\pi\Phi/\Phi_0 + 2n\pi$  où  $n$  est le nombre de tours de l'anneau que fait l'électron. Il en résulte des niveaux d'énergie qui dépendent du flux et qui sont  $\Phi_0$  périodiques [14]. Donc, des courants  $I(\Phi) = (d\epsilon(\Phi)/d\Phi)$  peuvent exister même en présence de désordre. Ces courants sont non dissipatifs, même si l'échantillon est par ailleurs résistif! Il s'agit d'une propriété d'équilibre thermodynamique.

### 2.6.2 Effet de proximité

On verra dans la troisième partie de ce manuscrit que lorsqu'un conducteur est placé entre 2 supraconducteurs, ces derniers peuvent induire une supraconductivité par effet de proximité dans le conducteur normal (qui par ailleurs est résistif) quand celui-ci devient entièrement cohérent ( $L_N < L_\phi, L_T$ ). Il y a une analogie forte entre ce phénomène et les courants permanents dans un anneau normal (cf. section (7.2.2)). Dans ce cas, ce sont les contacts supraconducteurs qui imposent les conditions aux limites et les paires d'Andreev jouent le rôle des quasiparticules.

# Chapitre 3

## Techniques expérimentales

### 3.1 La dilution

Les mesures sont réalisées dans des réfrigérateurs à dilution  $He^3/He^4$  atteignant 15mK pour le plus performant. Une bobine placée au fond du cryostat permet de faire varier le champ magnétique jusqu'à 5T. Une résistance sur le porte-échantillon offre la possibilité d'explorer un domaine de température allant de 15mK à 1K (entre 1K et 4.2K, il est difficile de stabiliser la température). En tête de dilution, des filtres  $\pi$  coupent les éventuelles hautes fréquences. Les fils de mesure allant de la température ambiante jusqu'à l'échantillon sont des câbles coaxiaux faits "maison" avec une résistance d'environ  $100\Omega$  et une capacité de l'ordre de 300pF. Les dilutions sont également équipées de câbles haute fréquence qui transmettent la radiofréquence du générateur ( $f_{\max} = 18\text{GHz}$ ) jusqu'à l'échantillon.

### 3.2 Expérience de transport

#### 3.2.1 Polarisation en courant

L'expérience habituelle de transport est représentée sur la figure (3.1). On utilise une détection synchrone<sup>1</sup> ("lock-in" en anglais) dont l'oscillateur génère une tension AC entre 10mV et 10V de l'ordre de quelques dizaines de Hertz. Une résistance  $R$  telle que  $R \gg R_{\text{échantillon}}$ , est placée en série avec l'échantillon. On a souvent pris une résistance  $R = 1 - 10\text{M}\Omega$  pour injecter des courants AC entre 1 et quelques centaines de nA (pour ne pas trop chauffer l'échantillon. Par exemple, un anneau de  $5\text{k}\Omega$ , traversé par un courant de 1nA, est soumis à  $5\mu\text{V}$ , ce qui équivaut à une température de  $\approx 60\text{mK}$ ). Cela revient en fait à réaliser une source idéale de très faible courant AC. En effet, la chute de potentiel aux bornes de l'échantillon est négligeable devant celle aux bornes de  $R$ . L'échantillon n'influe donc pas sur la source. La tension aux bornes de l'échantillon est ensuite filtrée, puis amplifiée par un amplificateur bas bruit<sup>2</sup> ( $1.5\text{nV}/\sqrt{\text{Hz}}$ ), et enfin mesurée à la fréquence d'excitation (détection synchrone). Cela permet de s'affranchir du bruit à toutes les autres fréquences notamment à 50Hz.

---

<sup>1</sup>SR830

<sup>2</sup>Il s'agissait d'un LI-75A de marque NF Electronics.

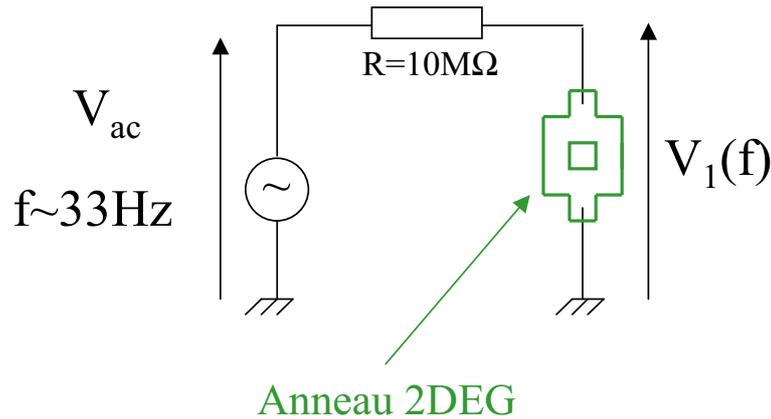


FIG. 3.1 – Schéma du dispositif expérimental qu'on utilise pour une polarisation en courant. Pour l'excitation et la mesure, on utilise une détection synchrone (Stanford 830).

### 3.2.2 Polarisation en tension

Il est également possible de polariser l'échantillon en tension suivant le montage de la figure (3.2). Pour ce montage, il faut que  $R_{\text{échantillon}} \gg R_{\text{circuit}}$  afin que toute la chute de potentiel ait bien lieu dans l'échantillon, on a alors une source idéale de tension. Dans  $R_{\text{circuit}}$  intervient la résistance de l'ampèremètre (en général  $< 100\Omega$ ) et aussi la résistance des câbles de la dilution (autour de  $100\Omega$ ). On verra qu'on peut utiliser cette méthode pour les anneaux 2DEG ( $R \approx 5\text{k}\Omega$ ), mais pas pour les anneaux hybrides ( $R < 1\Omega$ ). L'intérêt de ce montage est qu'on peut s'affranchir des capacités parasites (des câbles notamment). En effet, tant que  $1/C_p\omega \gg R_{\text{amp}}$ , tout le courant qui passe dans l'échantillon est bien mesuré dans l'ampèremètre. On a vérifié grâce à un amplificateur intensité-tension, que lorsqu'on polarisait l'échantillon en tension et qu'on mesurait l'intensité, on obtenait bien (en utilisant la formule 5.3) les mêmes résultats que pour la polarisation en courant.

On préfère polariser l'échantillon en courant et mesurer une tension à la détection synchrone parce que c'est plus simple expérimentalement (donc en pratique on mesure plutôt des résistances). En effet, il est plus facile (grâce à la loi des nœuds) d'ajouter des courants que des tensions. Les théoriciens préfèrent quant à eux, travailler sur des conductances plutôt que sur des résistances car elles s'expriment plus facilement à l'aide des fonctions de Green.

### 3.2.3 Mesure 2 ou 4 contacts

Pour mesurer une faible variation de résistance, il vaut mieux réaliser une mesure de résistance "4 contacts" (cf. Fig. 3.3). Par exemple, pour les échantillons (SNS), lorsque la supraconductivité est induite par effet de proximité, la résistance de l'échantillon seule passe de  $\approx 1\Omega$  à  $0\Omega$ , ce qui fait une variation relative mesurable  $\Delta R/R \approx 1$ . Alors qu'avec une mesure de résistance "2 contacts", on mesure la résistance des fils en série ( $\approx 70\Omega$ ) soit une variation relative  $\Delta R/R \approx 1/140 \approx 7 \cdot 10^{-3}$ . De plus, avec une mesure de résistance "4 contacts", on s'affranchit des résistances de contact (cf. section (4.1.2)) puisqu'on mesure la différence de potentiel au plus près de l'échantillon.

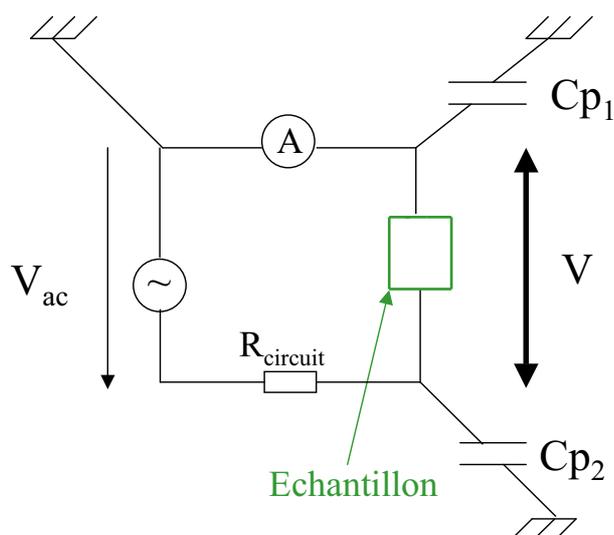


FIG. 3.2 – Schéma du dispositif expérimental qu'on utilise pour une polarisation en tension.

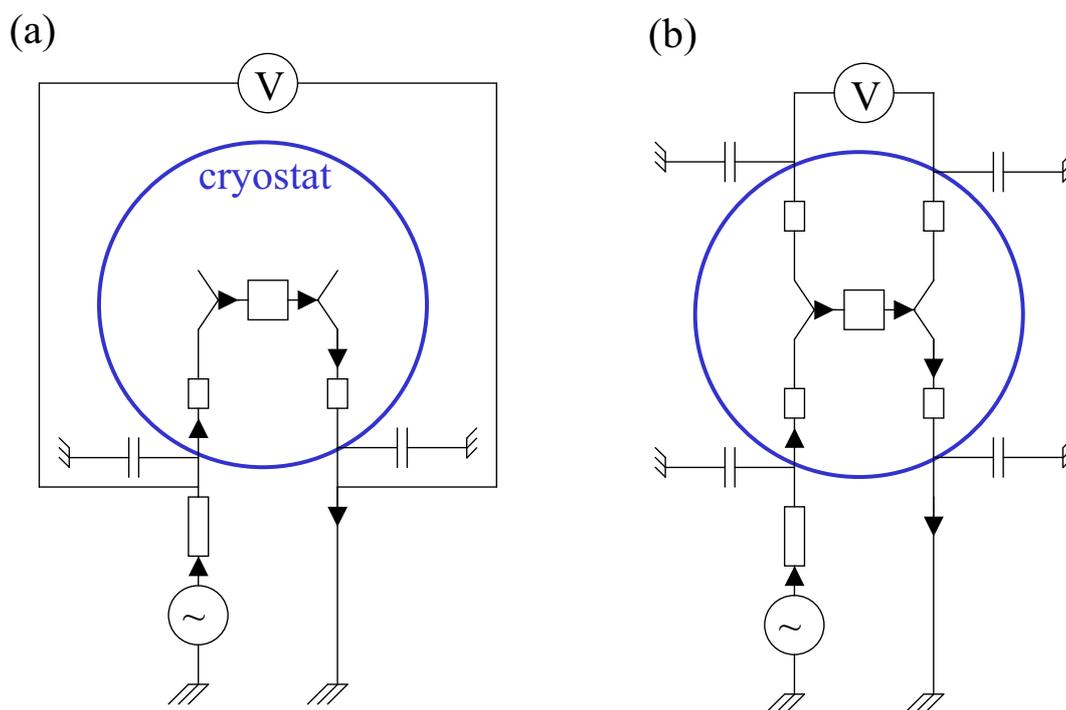


FIG. 3.3 – Schéma du dispositif de mesure de résistance à "2 contacts" (a) et "4 contacts" (b). Le cercle représente le cryostat à l'intérieur duquel est l'échantillon. Les résistances à l'intérieur du cercle et les capacités sont celles des câbles de la dilution. On voit qu'avec une mesure "4 contacts", on s'affranchit des résistances de contact et des fils de la dilution parce qu'on mesure la différence de potentiel directement au niveau de l'échantillon.

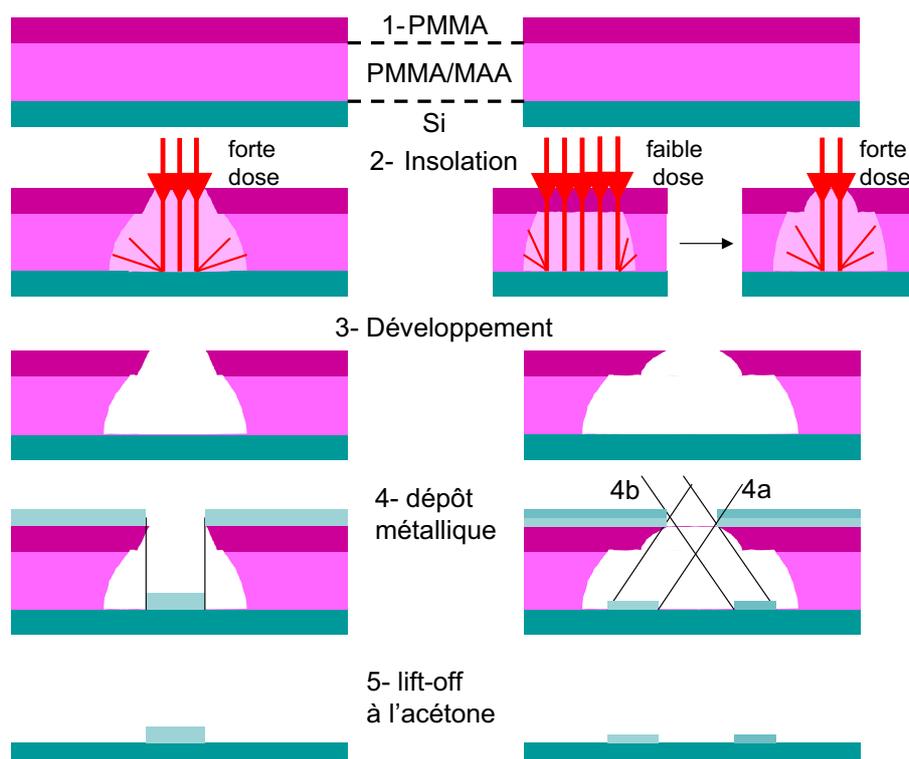


FIG. 3.4 – Principe de la lithographie électronique. A gauche, évaporation simple du métal à travers un masque suspendu de résine. A droite, évaporation sous 2 angles différents. Etape 1 : dépôt d'une bicouche PMMA/MAA puis PMMA. Etape 2 : insolation avec un microscope électronique à balayage (MEB) des parties où l'on veut déposer le métal. Etape 3 : développement au MIBK. Etape 4 : Dépôt métallique.

### 3.3 Techniques de fabrication

Les échantillons ont été fabriqués en grande partie au LPS (Laboratoire de Physique des Solides). Certaines étapes nécessitaient toutefois le matériel du LPN (Laboratoire de Photonique et Nanostructures) à Marcoussis.

#### 3.3.1 Lithographie électronique

La lithographie électronique nous permet de fabriquer des échantillons dont la largeur peut être inférieure à 100nm. Le principe est illustré sur la figure (3.4). En utilisant un microscope électronique à balayage (MEB), on peut insoler une résine photosensible. On n'a utilisé que des résines positives qui une fois irradiées sont dissoutes au développement. Puis, on dépose une fine couche de métal sur l'ensemble et on dissout la résine restante à l'acétone (lift-off). Il ne reste plus que le métal aux endroits qui ont été insolés.

Le logiciel NPGS a été utilisé pour la lithographie électronique sur un microscope électronique à balayage (MEB) à filament de tungstène. Typiquement la tension était de 30kV et les courants étaient 10pA pour le champ au plus fort grossissement ( $\times 1000$ ) et 30nA pour le champ au plus faible grossissement ( $\times 30$ ). Des tests de dose ont été réalisés à chaque fois pour avoir la largeur désirée. Les fils les plus fins que l'on a réalisés avec ce MEB ont

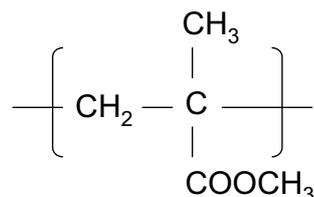


FIG. 3.5 – Formule chimique du PMMA. La liaison faible entre les monomères explique la forte sensibilité de la résine aux électrons lors de l’insolation électronique.

une largeur d’approximativement 60nm. Les résines étaient soit du PMMA : polyméthyl-méta-acrylate (cf. Fig. 3.5 pour la formule chimique du monomère), soit du PMMA/MAA : polyméthyl-méta-acrylate/acide méta-acrylate. La liaison entre les monomères est brisée par les électrons lors de l’insolation au MEB. La liaison entre les dimères est encore plus sensible, ce qui explique qu’à courant identique, le faisceau électronique dégrade plus le composé que le PMMA seul. Le mode opératoire est le suivant :

- Pour une monocouche, on utilise du PMMA A6. Après l’avoir déposé avec une tournette (2500tpm pendant 60s pour  $\approx 500\text{nm}$ ), on le fait cuire (4 minutes à  $160^\circ\text{C}$ ). Une fois insolé, on le développe avec du méthyl-isobutyl kétone (MIBK) dilué dans l’isopropanol en proportion 1 :3 pendant  $\approx 45\text{s}$  et on le rince à l’isopropanol. Le lift-off est réalisé à l’acétone légèrement chaud :  $\approx 65^\circ\text{C}$  pour éviter la redéposition<sup>3</sup>.
- Pour une bicouche, on utilise d’abord du PMMA/MAA que l’on dépose avec la tournette (2500tpm pendant 60s pour  $\approx 500\text{nm}$ ), puis que l’on fait cuire (90s à  $160^\circ\text{C}$ ). On dépose par dessus le PMMA A3 (plus dilué que le A6) avec la tournette (4800tpm pendant 60s pour  $\approx 100\text{nm}$ ) et l’on fait cuire le tout (20 minutes à  $160^\circ\text{C}$ ). Une fois insolé, tout est développé en même temps par le MIBK. Utiliser une bicouche de résine est très utile avec une évaporation sous angle pour éviter le dépôt sur les bords du PMMA/MAA. En pratique, chaque fois que l’on faisait un dépôt métallique, on utilisait une bicouche.

### 3.3.2 Dépôt métallique

Les dépôts d’or, d’argent, d’aluminium ont été réalisés par évaporation Joule dans une chambre où aucun matériau magnétique n’est autorisé pour éviter une éventuelle pollution. Le porte échantillon peut être tourné suivant un axe horizontal permettant d’atteindre des angles variant entre  $-15^\circ$  et  $15^\circ$ . La vitesse de déposition typique  $0.1 - 1\text{nm/s}$  est mesurée en temps réel par la fréquence de résonance d’un cristal, la pression lors du dépôt est de l’ordre de  $10^{-6}\text{mbar}$ . Les dépôts de Niobium ou de Platine sont réalisés dans une chambre de pulvérisation par plasma. Comme le bâti dont nous disposons possède une chambre d’évaporation Joule et une chambre de pulvérisation, il est possible de transférer les échantillons d’une chambre à l’autre sans casser le vide. Cela nous permet d’obtenir des interfaces très propres (dans le cas par exemple des échantillons Au/Nb).

<sup>3</sup>Attention toutefois, ne pas trop dépasser cette température!



## Deuxième partie

# Transport non linéaire dans le 2DEG



# Chapitre 4

## Introduction

Les interférences quantiques peuvent se manifester principalement dans 3 régimes de transport :

- Le régime linéaire dont on a déjà parlé dans le chapitre 2 où se manifestent notamment les UCFs, l'effet AB et la localisation faible.
- Le régime non linéaire à basse fréquence  $\omega \ll 1/\tau_D$  (*i.e.*  $f < E_{\text{Th}}/h \approx$  quelques GHz pour nos anneaux) où les interactions e-e et les fluctuations du potentiel électrique interne jouent un rôle prédominant. On étudiera ce régime, en mesurant la réponse à  $2\omega$  à un courant d'excitation dont la pulsation est  $\omega \ll 1/\tau_D$ , dans le chapitre 5.
- Le régime non linéaire à haute fréquence  $\omega > 1/\tau_D$  où le potentiel électrique interne ne peut plus être considéré comme statique. Notre expérience consiste à irradier l'échantillon avec un champ radio-fréquence et à mesurer la tension DC redressée (cf. chapitre 6).

Avant d'exposer les résultats de nos expériences dans le régime non linéaire, on introduira les différentes notions utiles à la compréhension du transport non linéaire. Ensuite, on s'attachera à donner les motivations de telles expériences et enfin on s'intéressera aux échantillons mesurés.

## 4.1 Notions fondamentales du transport

### 4.1.1 Concept de canaux de conduction

On a vu que l'électron pouvait être assimilé à une onde, et le fil dans lequel il se déplace, pouvait être vu comme un guide d'onde avec des modes transverses et des modes longitudinaux. L'énergie totale  $\epsilon$  de l'électron peut se décomposer en une énergie longitudinale  $\epsilon_L = \hbar^2 k_L^2 / 2m$  et une énergie transverse  $\epsilon_T$  (où  $m$  est la masse effective) avec  $\epsilon = \epsilon_L + \epsilon_T$ . A cause du confinement,  $\epsilon_T$  est quantifiée  $\epsilon_T = \frac{\hbar^2}{2m} \left[ \left( \frac{\pi M_x(\epsilon)}{W} \right)^2 + \left( \frac{\pi M_y(\epsilon)}{t} \right)^2 \right]$  (où  $W$  et  $t$  sont la largeur et l'épaisseur du fil respectivement,  $M_x(\epsilon)$  et  $M_y(\epsilon)$  sont des entiers naturels). Comme  $\epsilon_L$  doit être positif, pour une énergie  $\epsilon$  donnée, le fil ne possède qu'un nombre fini  $M = M_x(\epsilon)M_y(\epsilon)$  de modes transverses où  $M_x(\epsilon)$  et  $M_y(\epsilon)$  vérifient la relation suivante :

$$\left( \frac{M_x(\epsilon)}{W} \right)^2 + \left( \frac{M_y(\epsilon)}{t} \right)^2 \leq \frac{1}{\pi^2} \left[ \frac{2m}{\hbar^2} (\epsilon - \epsilon_L) \right] \quad (4.1)$$

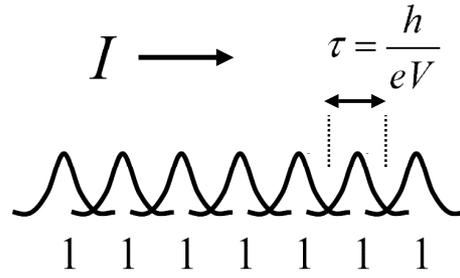


FIG. 4.1 – Courant assimilé à un ensemble d'électrons en mouvement modélisés par des paquets d'onde.

On peut aussi montrer que le nombre total de modes transverses, qu'on appellera aussi canaux de conduction (adoptant là une vision "transport"),  $M$  peut se mettre sous la forme [14] :

$$M = \frac{\pi S}{\lambda_F^2} \quad (3D) \quad \text{et} \quad M = \frac{W}{\lambda_F} \quad (2D) \quad (4.2)$$

### 4.1.2 Le quantum de conductance

On va montrer simplement qu'un fil 1D-1canal sans désordre, entre 2 contacts parfaits, a une conductance bien déterminée  $G_Q = \frac{e^2}{h}$ . Soit donc un fil balistique 1D-1canal de longueur  $L$  entre 2 réservoirs soumis à une différence de potentiel  $V$  à  $T=0\text{K}$ <sup>1</sup>. Le courant qui circule est :

$$I = I_L - I_R = \int_0^{\epsilon_F + eV} d\epsilon \nu(\epsilon) I(\epsilon) - \int_0^{\epsilon_F} d\epsilon \nu(\epsilon) I(\epsilon) = \int_{\epsilon_F}^{\epsilon_F + eV} d\epsilon \nu(\epsilon) I(\epsilon) \quad (4.3)$$

où  $\nu(\epsilon)$  est la densité d'états,  $I(\epsilon)$  est le courant porté par un état à l'énergie  $\epsilon$  et on a utilisé la fonction de distribution de Fermi-Dirac à  $T = 0\text{K}$ . En physique mésoscopique, on se situe dans des gammes d'énergie  $\epsilon, eV \ll \epsilon_F$ . On a alors  $\nu(\epsilon) = 2L/hv_F$  (le facteur 2 prend en compte le spin de l'électron) et  $I(\epsilon) = ev_F/L$  [19, 20]. D'où :

$$I = \int_{\epsilon_F}^{\epsilon_F + eV} d\epsilon \frac{2L}{hv_F} \frac{ev_F}{L} = \frac{2e^2}{h} V = 2G_Q V \quad (4.4)$$

$G_Q$  est ce qu'on appelle le quantum de conductance. Il est indépendant de la tension, de la température et du matériau ! On nomme aussi  $R_Q = \frac{h}{e^2} \approx 25.8\text{k}\Omega$  la résistance d'accès ou de contact qui est toujours présente, même si le contact est parfait. Physiquement, cela s'interprète comme une réduction importante du nombre de canaux de conduction entre les réservoirs (nombre infini) et le fil (un seul canal). Pour un fil balistique la conductance est quantifiée ; s'il a  $M$  canaux de conduction, on peut montrer que sa conductance est  $G = M \frac{e^2}{h}$ . Cela a été mis en évidence expérimentalement dans des constriction de gaz d'électrons par Van Wees *et al.* [21].

<sup>1</sup>On prend le modèle le plus simple qui soit. Ici, on cherche seulement à faire comprendre le concept. Une démonstration rigoureuse à température et différence de potentiel quelconques sera développée dans la partie 4.2.1

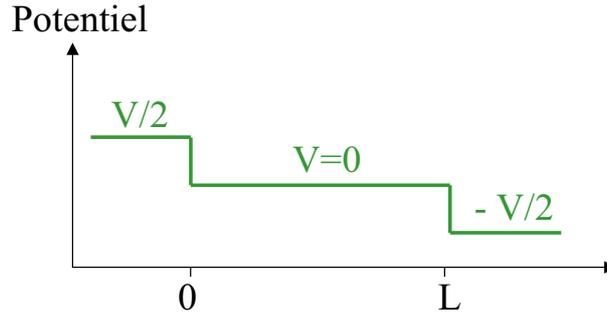


FIG. 4.2 – Chute de potentiel le long d’un échantillon balistique pour des contacts symétriques.

Une autre façon d’appréhender le quantum de conductance est à l’aide du principe d’exclusion de Pauli et du principe d’incertitude d’Heisenberg. En effet, on peut modéliser le courant par un ensemble de paquets d’onde en mouvement (cf. Fig. 4.1). Chaque paquet d’onde ne peut porter qu’une charge  $-e$  (quantification de la charge et principe de Pauli). A cause du principe d’Heisenberg, les paquets d’onde ne peuvent pas se succéder à moins de  $\tau = \frac{\hbar}{eV}$ . Il en résulte un courant maximum de  $I \approx \frac{e^2}{h} V$ .

Notons que ce qu’on a calculé précédemment est la conductance du système fil+contacts dans son ensemble. Si on mesure (à 4 contacts) la différence de potentiel au sein d’un échantillon cohérent ( $L < L_\phi$ ) sans désordre, on la trouve nulle : la chute de tension se fait à l’interface fil-contact (cf. Fig. 4.2). Cela a été confirmé expérimentalement par les mesures de De Picciotto *et al.* [22].

### 4.1.3 Introduction du désordre

Jusqu’à présent nous n’avons considéré que des systèmes sans désordre pour lesquels la transmission par canal était de 1. Dans les systèmes désordonnés, on doit tenir compte du fait que la transmission n’est pas la même pour tous les canaux de conduction. Dans ce cas (en anticipant un peu sur la section 4.2.1 traitant du formalisme de Landauer), la conductance s’exprime en fonction de la matrice de transmission  $\hat{t}$  du système [23, 24] :

$$G = \frac{e^2}{h} \text{Tr}(\hat{t}\hat{t}^\dagger) = \frac{e^2}{h} \sum_\lambda |T_\lambda|^2 \quad (4.5)$$

où les  $T_\lambda$  sont les valeurs propres de la matrice  $\hat{t}\hat{t}^\dagger$ . Ils sont compris entre 0 et 1 et peuvent être mis sous la forme  $T_\lambda = \exp(-L/\zeta_\lambda)$ . La longueur de localisation est  $\zeta = \text{Max}(\zeta_\lambda)$ . Il y a  $M$  canaux de conduction au total. La conductance est alors déterminée par le nombre de canaux effectifs  $M_{\text{eff}}$ . C’est le nombre de canaux dont la transmission est proche de 1 (*i.e.* tel que  $L < \zeta_\lambda$ ), qui est de l’ordre de  $M_{\text{eff}} = M l_e/L$  [25]. Ainsi, la conductance moyenne du système est donnée par  $G = M_{\text{eff}} e^2/h$ . Les fluctuations autour de cette valeur correspondent à l’ajout ou au retrait d’un canal effectif de conduction et sont de l’ordre de  $e^2/h$ .

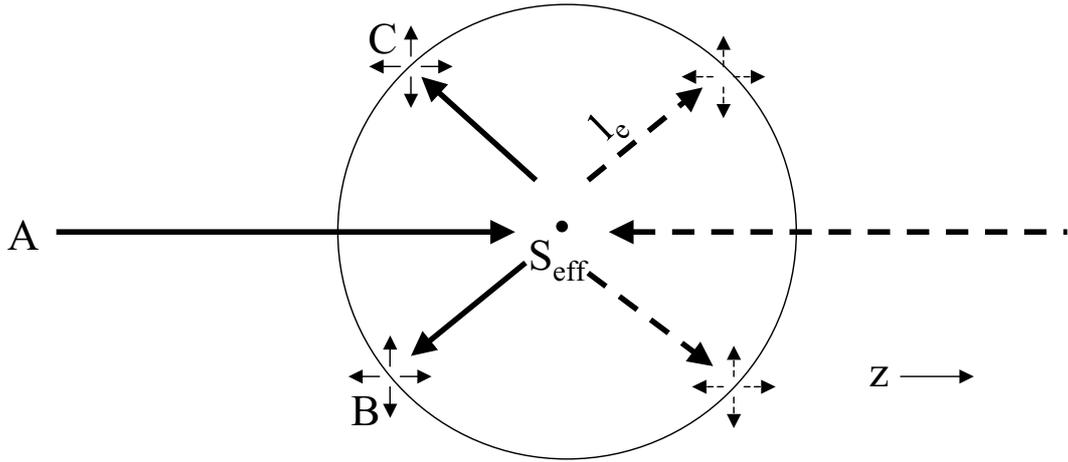


FIG. 4.3 – Centre diffuseur de section efficace de diffusion  $S_{\text{eff}}$ . Les électrons et les trous diffusés s'en éloignent de  $l_e$  avant de subir une autre collision qui les envoie dans une direction aléatoire.

#### 4.1.4 Vision microscopique du transport classique

Pour appréhender les notions de désordre et de chute de potentiel localisée, nous nous plaçons à l'échelle d'une impureté. Nous nous servons de cette image comme un support un peu plus intuitif aux modèles théoriques de B. Spivak, A. Zyuzin d'une part [26] et D. Sanchez, M. Büttiker d'autre part [27]. Cette image fondée sur les dipôles de résistivité résiduelle ou dipôles de Landauer est traitée dans la référence [28] et de façon plus détaillée mais moins intuitive dans la référence [29].

Dans cette sous-section, nous montrons que le courant au niveau d'une impureté crée un dipôle responsable d'un champ électrique concentré au voisinage de l'obstacle. La moyenne spatiale de tous ces champs de résistivité résiduelle (i.e. le champ supplémentaire créé par l'introduction d'un centre de diffusion) divisée par la densité de courant volumique redonne la résistivité de la loi d'Ohm locale  $\vec{E} = \vec{j} / \sigma$  (où  $\sigma$  est la conductivité électrique) à laquelle on a accès expérimentalement. Enfin, on parlera de chute de potentiel au sein de l'échantillon.

Soit un centre diffuseur de section efficace de diffusion  $S_{\text{eff}}$  (cf. Fig. 4.3). Pour simplifier le calcul (bien que ce ne soit pas indispensable [28]) prenons-le sphérique et impénétrable. Soit  $j_\infty$  la densité de courant loin de l'impureté.

Considérons les électrons qui vont dans le sens positif. Ces électrons portent la moitié du courant. Ceux qui arrivent sur le centre diffuseur donnent lieu à un courant diffusé (en moyenne vers l'arrière)  $S_{\text{eff}} j_\infty / 2$ . De même pour les trous allant dans l'autre sens et portant l'autre moitié du courant. Les électrons et les trous diffusés s'éloignent jusqu'à une distance  $l_e$  où ils subissent une autre collision et suivent une direction aléatoire (cf. Fig. 4.3).

La figure (4.4) présente la densité électronique autour d'une impureté à l'équilibre et hors d'équilibre ( $I \neq 0$ ). Cette figure est issue d'une simulation numérique réalisée à partir des références ([30] et [31]). Tout comme l'eau d'une rivière au voisinage d'un rocher, il y a un excès d'électrons en amont de l'impureté et un déficit en aval. Cela crée un dipôle ((cf. Fig. 4.5)) et il en résulte un potentiel dipolaire  $p \cos \theta / r^2$  où  $\theta$  est l'angle avec la direction  $z$  et  $r$  la distance au centre diffuseur.

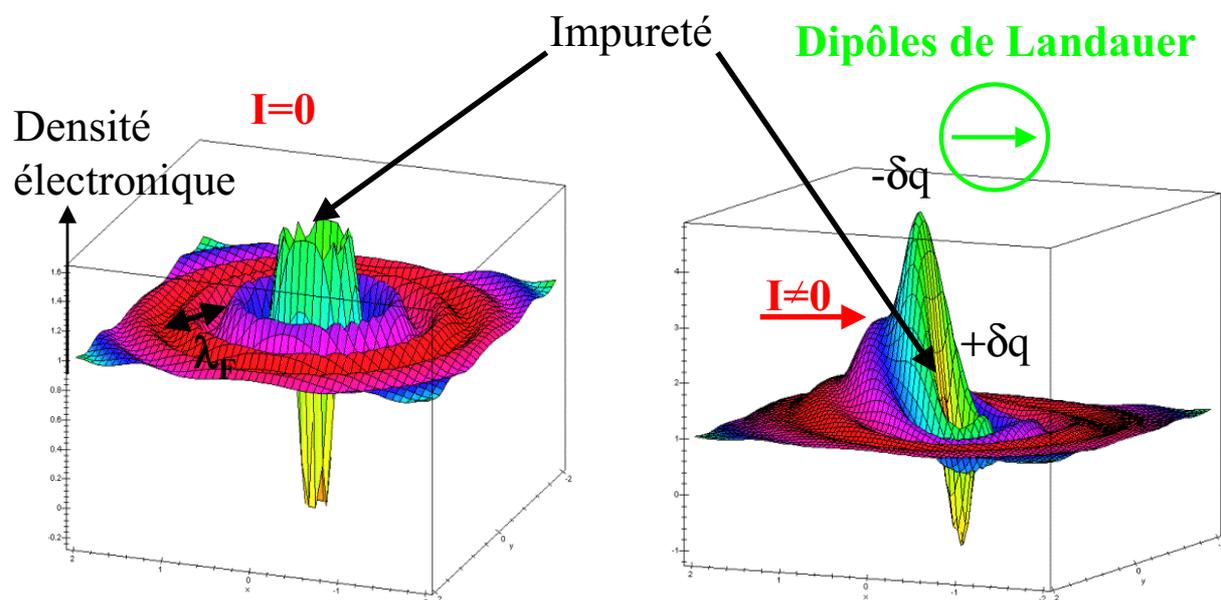


FIG. 4.4 – Densité électronique autour d’une impureté à l’équilibre (à gauche), et hors d’équilibre (à droite). Les axes sont gradués en unité arbitraire. L’accumulation et la déplétion des électrons en amont et en aval de l’impureté forment un dipôle appelé dipôle de Landauer.

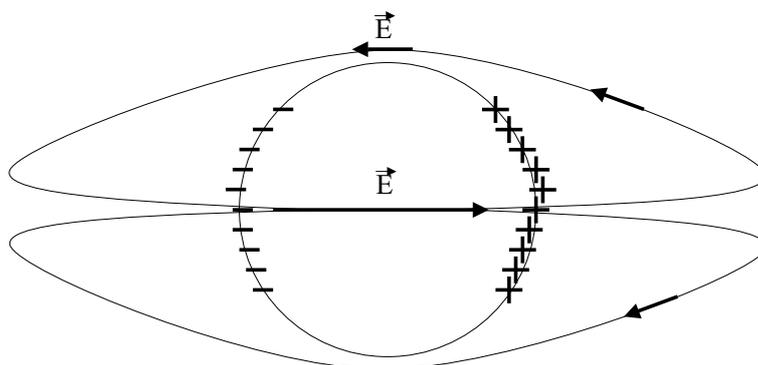


FIG. 4.5 – L’accumulation de charge en amont et la déplétion en aval crée un dipôle, source d’un champ électrique  $\vec{E}$ .

En régime stationnaire, le champ dipolaire produit suffisamment de courant pour empêcher d'autres accumulations de charge. Supposons qu'en dehors de la sphère de rayon  $l_e$ , le champ dipolaire varie suffisamment lentement pour pouvoir utiliser  $\vec{j} = \sigma \vec{E}$  où  $\sigma$  est la conductivité électrique du milieu environnant. Le champ porte alors un courant  $\sigma 2\pi p/l$  d'un hémisphère à l'autre. Supposons également que les charges à la source du dipôle sont situées à la surface de la sphère. On peut alors montrer que le champ entre le centre diffuseur et la surface de la sphère (de rayon  $l_e$ ) varie rapidement et a une moyenne nulle. Par conservation du courant, le courant diffusé doit donc être compensé par le courant issu du champ dipolaire :

$$\frac{S_{\text{eff}} j_{\infty}}{2} = \frac{2\pi\sigma p}{l} \quad \text{ce qui implique :} \quad p = \frac{S_{\text{eff}} j_{\infty} l}{4\pi\sigma} \quad (4.6)$$

En utilisant la relation d'Einstein :

$$\sigma = e^2 D \nu(\epsilon_F) \quad (4.7)$$

où  $D$  est le coefficient de diffusion et  $\nu(\epsilon_F)$  la densité d'états au niveau de Fermi, on trouve que :

$$\frac{\sigma}{l_e} = \frac{e^2 k_F^2}{3\pi^2 \hbar} \quad (4.8)$$

Ce qui donne pour le moment dipolaire généré par la présence du centre diffuseur<sup>2</sup> :

$$p = \frac{3\pi S_{\text{eff}} j_{\infty} \hbar}{4e^2 k_F^2} \quad (4.9)$$

Considérons maintenant  $N$  centres diffuseur par unité de volume. Ils créent des dipôles qui sont à leurs tours sources d'un champ électrique dont la valeur moyenne est reliée à la polarisation  $P$  par :

$$E = -\frac{P}{\epsilon_0} = -N \frac{p}{\epsilon_0} = \frac{-3\pi^2 S_{\text{eff}} j_{\infty} \hbar N}{e^2 k_F^2} \quad (4.10)$$

En utilisant les relations suivantes :

$$n = \frac{k_F^3}{3\pi^2}, U = \frac{\hbar^2 k_F^2}{2m}, v = \frac{1}{\hbar} \frac{dU}{dk}, \tau_e = \frac{1}{S n v} \quad (4.11)$$

où  $n$  est la densité électronique à l'équilibre,  $U$  l'énergie à la surface de Fermi,  $v$  la vitesse de Fermi. Finalement, on retrouve la valeur de la conductivité classique :

$$\sigma = \frac{j_{\infty}}{E} = \frac{n e^2 \tau_e}{m} \quad (4.12)$$

Ainsi, dans un échantillon diffusif parcouru par un courant, la chute de potentiel n'a lieu qu'au niveau des centres diffuseurs (elle est négligeable aux contacts) qui deviennent des dipôles localisés (cf. Fig. 4.6). La moyenne spatiale de toutes leurs contributions redonne la loi d'Ohm.

---

<sup>2</sup>C'est la même formule que celle trouvée dans le traitement plus détaillé de la référence [29]. Notons que la nature du centre diffuseur n'a pas été invoquée, il peut s'agir d'un défaut de cristallinité du conducteur ou une impureté.

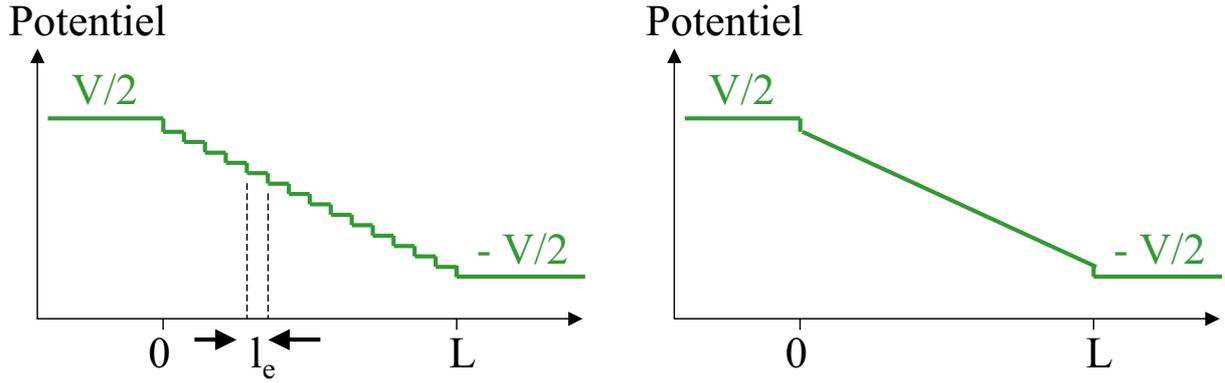


FIG. 4.6 – A gauche, la chute de potentiel a lieu au niveau de chaque impureté. A droite, chute de potentiel après moyennage.

Dans ce modèle, l'une des hypothèses est que la distribution de vitesse des électrons incidents sur le centre de diffusion est égale à la distribution de vitesse moyenne loin de l'obstacle. On peut montrer que cette hypothèse reste valable même si l'électron entre en collision avec plusieurs centres diffuseurs (quand ils ne sont pas cohérents). Elle est aussi robuste à une certaine extension spatiale de l'obstacle, mais n'est plus valable si l'électron subit plusieurs collisions avec la même impureté.

Par contre, l'une des limitations de ce modèle vient du fait que les sources de champs dipolaires ne sont fortement localisées que dans des systèmes à haute densité électronique, avec des courtes longueurs d'écrantage. En particulier, si la distance entre 2 centres diffuseurs  $l_e$  devient de l'ordre de grandeur de la longueur d'écrantage, tout en étant inférieure à  $L_\phi$ , les dipôles ne peuvent plus être considérés comme indépendants [29]. De plus, pour un échantillon mésoscopique, la densité électronique est modulée par les interférences quantiques entre les différentes trajectoires des électrons de conduction. Il en résulte des fluctuations (nulle en moyenne) du potentiel électrique interne (qu'on appellera aussi potentiel interne ou potentiel de désordre et qu'on notera  $U_{\text{dés}}$ ) en fonction du champ magnétique et en fonction de la position précise au sein de l'échantillon (cf. Fig. 4.7). Ces fluctuations du potentiel électrique interne sont reliées (par  $\delta dU_{\text{dés}} \propto \delta RI \propto (\delta G/G)V$  cf. section 5.6.2) aux fluctuations de conductance (ou de densité d'états) en fonction de la tension appliquée, typiquement à l'échelle de  $E_{\text{Th}}/e$  et/ou en fonction de  $B$ , typiquement à l'échelle de  $B_c$  (cf. partie (2.3)).

## 4.2 Conductance linéaire

Après avoir appréhendé les concepts de base du transport, familiarisons nous avec le formalisme dit de Landauer-Büttiker (ou de "scattering" [29]). Cela nous sera utile dans la section (4.3.3), pour comprendre les prédictions théoriques de Büttiker et Polianski [32] notamment. L'application de cette approche dans des cas simples nous permettra également d'avoir une vision plus intuitive des règles de symétrie d'Onsager. Le lecteur peu familier avec ce formalisme pourra trouver dans l'annexe (B), les hypothèses ainsi qu'une dérivation simple et complète de la formule (4.14). Je m'inspire de la référence [24].

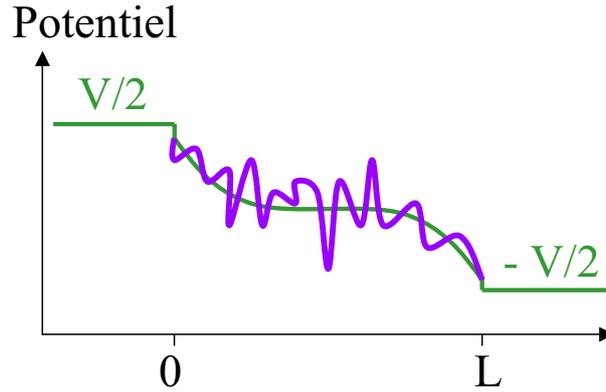


FIG. 4.7 – Fluctuation du potentiel électrique interne au sein de l'échantillon mésoscopique à cause des interférences quantiques.

### 4.2.1 Formalisme de Landauer-Büttiker

#### Avantages et inconvénients par rapport à la théorie semi-classique

L'idée de l'approche de Landauer (ou de "scattering") est de relier les propriétés de transport de l'échantillon à ses propriétés de diffusion qui sont supposées connues par des calculs de mécanique quantique. Cette méthode est particulièrement efficace pour étudier les systèmes balistiques, mais permet aussi d'accéder à la physique du désordre grâce aux matrices aléatoires [33]. Elle se généralise également facilement au cas où il y a plusieurs contacts. Plus précise et plus rigoureuse, elle permet souvent d'aller plus loin et de façon plus quantitative que la méthode semi-classique. En revanche, cette dernière est plus intuitive et plus transparente. L'échantillon n'apparaît pas seulement comme une "boîte noire" caractérisée par une matrice de diffusion  $S$ , on assimile l'électron de conduction à un paquet d'onde qui emprunte des chemins classiques. Son caractère quantique intervient dans sa phase. Il est plus facile de comprendre l'importance de la phase et des interférences quantiques en semi-classique. Cette approche est bien adaptée à la description des conducteurs normaux diffusifs.

#### Fil diffusif : $m$ contacts - $n$ canaux

On considère à présent un échantillon cohérent ( $L < L_\phi$ ) contacté par des fils idéaux à des réservoirs marqués par un indice  $\alpha$  (cf. Fig. 4.8). On note  $f_\alpha(\epsilon)$  la distribution de Fermi du contact  $\alpha$  au potentiel chimique  $\mu_\alpha = E_F + V_\alpha$  où  $V_\alpha$  est la différence de potentiel appliquée au contact  $\alpha$ . On a :  $f_\alpha(\epsilon) = f(\epsilon - \mu_\alpha)$  où  $f(\epsilon) = \left[ e^{\frac{\epsilon}{k_B T}} + 1 \right]^{-1}$ . Pour une certaine énergie  $\epsilon$ , le fil  $\alpha$  possède  $N_\alpha(\epsilon)$  canaux transverses. On introduit les opérateurs  $\hat{a}_{\alpha,n}^\dagger(\epsilon)$ ,  $\hat{a}_{\alpha,n}(\epsilon)$ ,  $\hat{b}_{\alpha,n}^\dagger(\epsilon)$  et  $\hat{b}_{\alpha,n}(\epsilon)$  qui créent et annihilent les électrons d'énergie  $\epsilon$  dans le  $n^{\text{ième}}$  canal du fil  $\alpha$ . Ils correspondent à des amplitudes de courant (qui entre dans l'échantillon pour  $\hat{a}$  et qui en sort pour  $\hat{b}$ ). Ils sont reliés entre eux par la **matrice de diffusion**  $S$  (pour le cas simple de 2 contacts et 1 canal, voir Fig. 4.9) selon :

$$\hat{b}_{\alpha,m}(\epsilon) = \sum_{\beta n} S_{\alpha\beta;mn}(\epsilon) \hat{a}_{\beta,n}(\epsilon) \quad (4.13)$$

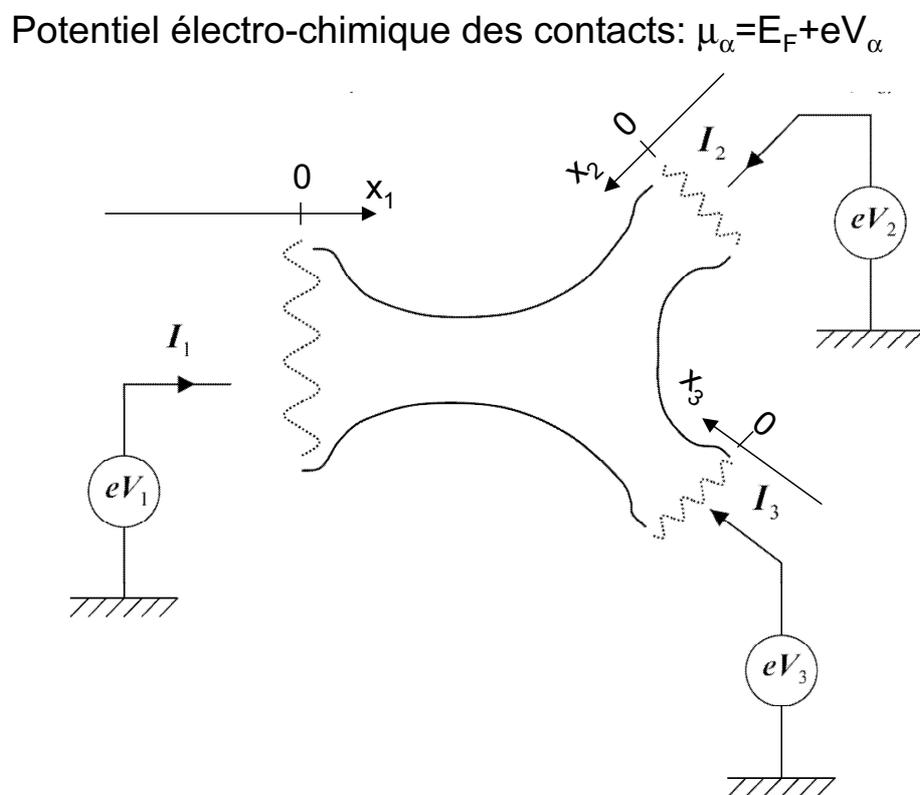


FIG. 4.8 – Fil diffusif relié par des fils idéaux possédant  $N_\alpha$  canaux de conduction à des réservoirs  $\alpha$ .

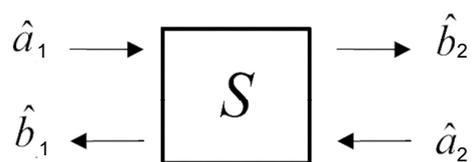


FIG. 4.9 – Matrice de diffusion reliant les amplitudes de courant à l'entrée et à la sortie du fil dans le cas simple de 2 contacts et 1 canal.

La même relation existe pour  $S^\dagger$ ,  $\hat{a}^\dagger$  et  $\hat{b}^\dagger$ . La conservation du courant implique que la matrice  $S$  soit unitaire. Par exemple pour 3 contacts, la matrice de diffusion a la forme suivante :

$$S = \begin{pmatrix} (S_{11}) & (S_{12}) & (S_{13}) \\ (S_{21}) & (S_{22}) & (S_{23}) \\ (S_{31}) & (S_{32}) & (S_{33}) \end{pmatrix}$$

Les sous matrices  $S_{\alpha\alpha}$  sont de dimension  $N_\alpha \times N_\alpha$ , leurs éléments  $(S_{\alpha\alpha,nn'})$  décrivent la réflexion à partir d'un canal  $n'$  vers le canal  $n$ . Les sous matrices  $S_{\alpha\beta}$  sont de dimension  $N_\alpha \times N_\beta$  et leurs éléments  $(S_{\alpha\beta,nn'})$  se rapportent à la transmission à partir d'un canal  $m'$  d'un contact  $\beta$  vers le canal  $n$  du contact  $\alpha$ . Le courant moyen (compté positivement quand il part du réservoir en direction de l'échantillon) devient alors :

$$I_\alpha = \frac{e}{h} \int d\epsilon \sum_{n=1}^{N_\alpha} \left[ f_\alpha(\epsilon) - f_\alpha(\epsilon) \sum_{n'=1}^{N_\alpha} |S_{\alpha\alpha,nn'}|^2 - \sum_{\beta \neq \alpha} f_\beta(\epsilon) \sum_{m'=1}^{N_\beta} |S_{\alpha\beta,nn'}|^2 \right] \quad (4.14)$$

Le premier terme correspond aux électrons émis par le contact  $\alpha$  allant vers l'échantillon, le second aux électrons émis par le contact  $\alpha$  et se réfléchissant sur l'échantillon, le troisième aux électrons émis par les contacts  $\beta \neq \alpha$  et transmis à travers l'échantillon vers  $\alpha$ . On peut réécrire la formule précédente sous la forme condensée :

$$I_\alpha = \frac{e}{h} \sum_{\beta} \int d\epsilon f_\beta(\epsilon) \mathcal{T}_{\alpha\beta}(\epsilon) \quad (4.15)$$

avec les coefficients  $\mathcal{T}_{\alpha\beta}(\epsilon)$  appelées fonctions de transmission écrantées :

$$\mathcal{T}_{\alpha\beta}(\epsilon) = Tr \left[ \mathbf{1}_\alpha \delta_{\alpha\beta} - S_{\alpha\beta}^\dagger(\epsilon) S_{\alpha\beta}(\epsilon) \right] \quad (4.16)$$

Si on utilise  $\mu_\alpha = E_F + eV_\alpha$ , on obtient dans le régime linéaire :

$$I_\alpha = \frac{e^2}{h} \sum_{\beta} V_\beta \int d\epsilon \left( -\frac{\partial f}{\partial \epsilon} \right) \mathcal{T}_{\alpha\beta} \quad (4.17)$$

où la trace est prise sur les indices des canaux du fil  $\alpha$ . On définit comme toujours la matrice conductance  $G_{\alpha\beta}$  par  $G_{\alpha\beta} = \left( \frac{\partial I_\alpha}{\partial V_\beta} \right)_{(V_\beta=0)}$ . Cela donne la loi de Kirchhoff quantique que l'on appelle aussi **formule de Landauer-Büttiker** :

$$I_\alpha = \sum_{\beta} G_{\alpha\beta} V_\beta \quad (4.18)$$

avec :

$$G_{\alpha\alpha} = \frac{e^2}{h} \int d\epsilon \left( -\frac{\partial f}{\partial \epsilon} \right) [N_\alpha - Tr (S_{\alpha\alpha}^\dagger S_{\alpha\alpha})] = \frac{e^2}{h} \int d\epsilon \left( -\frac{\partial f}{\partial \epsilon} \right) \mathcal{T}_{\alpha\alpha} \quad (4.19)$$

et si  $\beta \neq \alpha$  :

$$G_{\alpha\beta} = -\frac{e^2}{h} \int d\epsilon \left( -\frac{\partial f}{\partial \epsilon} \right) Tr (S_{\alpha\beta}^\dagger S_{\alpha\beta}) = \frac{e^2}{h} \int d\epsilon \left( -\frac{\partial f}{\partial \epsilon} \right) \mathcal{T}_{\alpha\beta} \quad (4.20)$$

où l'on voit que les coefficients  $N_\alpha - \mathcal{T}_{\alpha\alpha}$  et  $\mathcal{T}_{\alpha\beta}$  sont analogues à des coefficients de réflexion et de transmission.

**A T=0 K**, cela donne :

$$G_{\alpha\beta} = \frac{e^2}{h} (\mathcal{T}_{\alpha\beta})_{(\epsilon=E_F)} \quad (4.21)$$

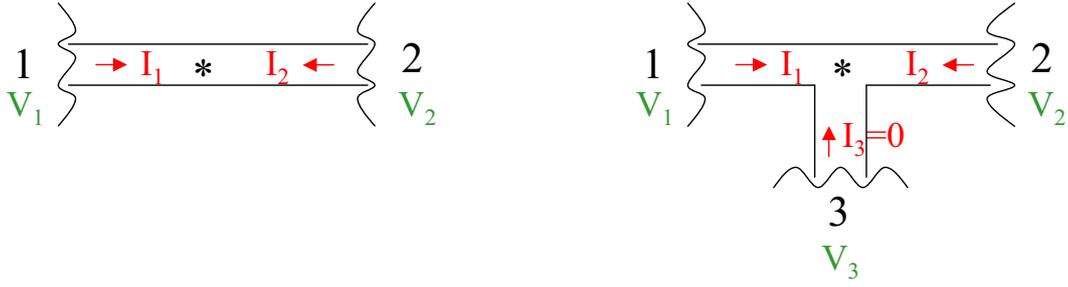


FIG. 4.10 – Fil monocanal avec un centre diffuseur. A gauche, il est placé entre 2 contacts. A droite, il est connecté à 3 contacts, mais aucun courant ne circule dans le 3<sup>ème</sup>.

### Conservation du courant et invariance de jauge

La conservation du courant doit être vérifiée à tout instant, ce qui donne en régime stationnaire :

$$\sum_{\alpha} \hat{I}_{\alpha}(t) = 0 \quad (4.22)$$

L'invariance de jauge signifie qu'aucun courant n'apparaît si l'on applique simultanément la même tension aux bornes de tous les réservoirs (et pas de gradient de température).

Ces 2 propriétés imposent des règles sur la matrice de conductance :

$$\sum_{\alpha} G_{\alpha\beta} = \sum_{\beta} G_{\alpha\beta} = 0 \quad (4.23)$$

Ces règles sont équivalentes à la conservation de l'énergie :

$$Tr(S_{\alpha\alpha}^{\dagger} S_{\alpha\alpha}) + \sum_{\beta \neq \alpha} Tr(S_{\alpha\beta}^{\dagger} S_{\alpha\beta}) = N_{\alpha} \quad (4.24)$$

Elles impliquent en particulier pour 2 contacts que :

$$G_{12} = G_{21} = -G_{11} = -G_{22} = G_{2contacts} \quad (4.25)$$

On a montré l'égalité précédente seulement à champ nul pour 2 contacts. En fait, Fisher et Lee [34] ont prouvé, en faisant le lien entre le formalisme de Landauer 2 contacts et la formule de Kubo, qu'à 2 contacts on avait pour tout champ magnétique  $B$  :  $G_{12}(B) = G_{21}(B)$ . Mais, cela devient faux à plus de 2 contacts <sup>3</sup>.

### Expression de la conductance 2 contacts à champ magnétique nul

Considérons un fil monocanal avec un centre diffuseur entre 2 contacts parfaits (cf. Fig. 4.10). Ecrivons les lois de Kirchhoff et la conservation du courant en utilisant le formalisme de Landauer :

$$I_1 = G_{11}V_1 + G_{12}V_2 \quad (4.26)$$

$$I_2 = G_{21}V_1 + G_{22}V_2 \quad (4.27)$$

$$I = I_1 = -I_2 \quad (4.28)$$

<sup>3</sup>En effet, la sous matrice de diffusion  $S_{\alpha\beta}$  dépend de tous les contacts. En particulier, les coefficients  $T_{12}$  ne sont pas les mêmes à plus de 2 contacts que les coefficients  $T_{12}$  à 2 contacts. Cela provient simplement de la conservation du courant. A 3 contacts par exemple, on a  $T_{12}(B) \neq T_{21}(B)$  et donc  $G_{12}(B) \neq G_{21}(B)$ .

De l'éq.(4.28), on déduit que :  $G_{11} = -G_{21}$  et  $G_{22} = -G_{12}$ . On polarise symétriquement l'échantillon :  $V_1 = -V/2$  et  $V_2 = V/2$ . En utilisant l'éq.(4.26) ou l'éq.(4.27)<sup>4</sup>, il vient :

$$I = \frac{-G_{11} + G_{12}}{2}V = \frac{G_{21} + G_{12}}{2}V = \frac{e^2}{h} \left( \frac{T_{21} + T_{12}}{2} \right) V \quad (4.29)$$

D'où :

$$G_{2contacts} = \frac{e^2}{h} \left( \frac{T_{21} + T_{12}}{2} \right) \quad (4.30)$$

La conductance apparaît donc comme la moyenne du coefficient de transmission de 1 vers 2 et de celui de 2 vers 1. Cette relation n'a été montrée que dans le cas d'une polarisation symétrique. L'invariance de Jauge implique qu'elle est toujours vraie<sup>5</sup>.

## 4.2.2 Symétrie par renversement du sens du temps - Relations d'Onsager

Appliquons à présent un champ magnétique  $B$ . Ce dernier a la particularité de briser la symétrie par renversement du sens du temps.

### Propriété de la matrice de diffusion et conséquence directe

Si on opère un renversement du sens du temps, on change  $t \rightarrow -t$  et  $B \rightarrow -B$ . Les symétries de la matrice de diffusion imposent que :

$$S(-B) = S^t(B) \quad \text{et en particulier} \quad S_{\alpha\beta}(-B) = S_{\beta\alpha}^t(B) \quad (4.31)$$

où  $S^t$  est la transposée de la matrice  $S$ . En utilisant les propriétés de la matrice de diffusion et de la trace, il vient ensuite que :

$$\mathcal{T}_{\beta\alpha}(-B) = -Tr \left( S_{\beta\alpha}^\dagger(-B) \cdot S_{\beta\alpha}(-B) \right) = -Tr \left( S_{\beta\alpha}^{*t}(-B) \cdot S_{\beta\alpha}(-B) \right) \quad (4.32)$$

$$= -Tr \left( S_{\alpha\beta}^*(B) \cdot S_{\alpha\beta}^t(B) \right) = -Tr \left( \left( S_{\alpha\beta}(B) \cdot S_{\alpha\beta}^{*t}(B) \right)^t \right) \quad (4.33)$$

$$= -Tr \left( \left( S_{\alpha\beta}(B) \cdot S_{\alpha\beta}^\dagger(B) \right)^t \right) = -Tr \left( S_{\alpha\beta}(B) \cdot S_{\alpha\beta}^\dagger(B) \right) \quad (4.34)$$

$$= -Tr \left( S_{\alpha\beta}^\dagger(B) \cdot S_{\alpha\beta}(B) \right) = \mathcal{T}_{\alpha\beta}(B) \quad (4.35)$$

D'où :

$$G_{\beta\alpha}(-B) = G_{\alpha\beta}(B) \quad (4.36)$$

On appelle cette formule **relation de symétrie d'Onsager**

<sup>4</sup>Elles sont équivalentes à cause de la conservation du courant.

<sup>5</sup>Si on refait le calcul avec une polarisation du type  $V_1 = 0$  et  $V_2 = V$ , on aboutit à  $G_{2contacts} = G_{12}$ . Cela n'est pas étonnant car à 2 contacts, Fisher et Lee [34] ont montré que pour tout champ magnétique  $T_{12}(B) = T_{21}(B)$ , d'où  $G_{2contacts}(B) = (G_{12}(B) + G_{21}(B))/2 = G_{12}(B) = G_{21}(B)$ . Dans la suite, on gardera la forme  $G_{2contacts}(B) = (G_{12}(B) + G_{21}(B))/2$  puisque la forme de départ est bel et bien symétrique. En particulier, pour calculer la conductance 2 contacts, les trajectoires allant de 1 vers 2 interviennent, mais aussi celles allant de 2 vers 1 (cf. sous-section sur le modèle semi-classique à la fin de cette section).

**Symétrie de la conductance 2 contacts en champ magnétique**

D'après la relation précédente, pour 2 contacts, on a en particulier :

$$T_{12}(-B) = T_{21}(B) \quad (4.37)$$

et donc :

$$G(-B) = \frac{T_{12}(-B) + T_{21}(-B)}{2} = \frac{T_{21}(B) + T_{12}(B)}{2} = G(B) \quad (4.38)$$

**D'où, la conductance linéaire pour une mesure 2 contacts est paire en champ magnétique.** Cela vient surtout du fait que les situations où l'électron vient de la gauche ou de la droite sont équivalentes. Ce qui rend la conductance invariante par renversement du sens du temps. Au contraire, la conductance 3 contacts (ou plus) ne s'exprime pas comme la somme de termes renversés par le sens du temps. Comme en plus  $\mathcal{T}_{\alpha\beta}(B) \neq \mathcal{T}_{\beta\alpha}(B)$ , il est normal qu'elle ne soit pas invariante par renversement du sens du temps.

**Asymétrie de la conductance 3 contacts en champ magnétique**

Considérons un fil monocanal diffusif entre 3 contacts parfaits (cf. Fig. 4.10). Supposons qu'aucun courant ne circule dans le fil 3 :  $I_3 = 0$ . Ecrivons les lois de Kirchhoff quantiques :

$$I = I_1 = G_{11}V_1 + G_{12}V_2 + G_{13}V_3 \quad (4.39)$$

$$-I = I_2 = G_{21}V_1 + G_{22}V_2 + G_{23}V_3 \quad (4.40)$$

$$I_3 = 0 = G_{31}V_1 + G_{32}V_2 + G_{33}V_3 \quad (4.41)$$

Prenons maintenant par exemple :  $V_1 = V$  et  $V_2 = 0$ . Les équations (4.39) et (4.41) donnent :

$$I = G_{11}V + G_{13}V_3 \quad (4.42)$$

$$0 = G_{31}V + G_{33}V_3 \quad (4.43)$$

D'où l'on tire finalement :

$$I = \left[ G_{11} - \frac{G_{13}G_{31}}{G_{33}} \right] V = GV \quad (4.44)$$

D'après l'équation (4.36), on a bien  $G(-B) = G(B)$ . C'est normal puisque cela revient à une mesure 2 contacts tant que l'on ne s'intéresse pas à  $V_3$ .

En effet :

$$V_3 = -\frac{G_{31}}{G_{33}}V \quad (4.45)$$

Or :

$$V_3(-B) = -\frac{G_{13}(B)}{G_{33}(B)}V \neq V_3(B) \quad (4.46)$$

C'est simplement dû au fait que  $G_{31}(B) \neq G_{13}(B)$ , c'est là qu'est brisée l'invariance par renversement du temps à plus de 2 contacts. Ceci est vrai même en régime tunnel quand les transmissions tendent vers 0.

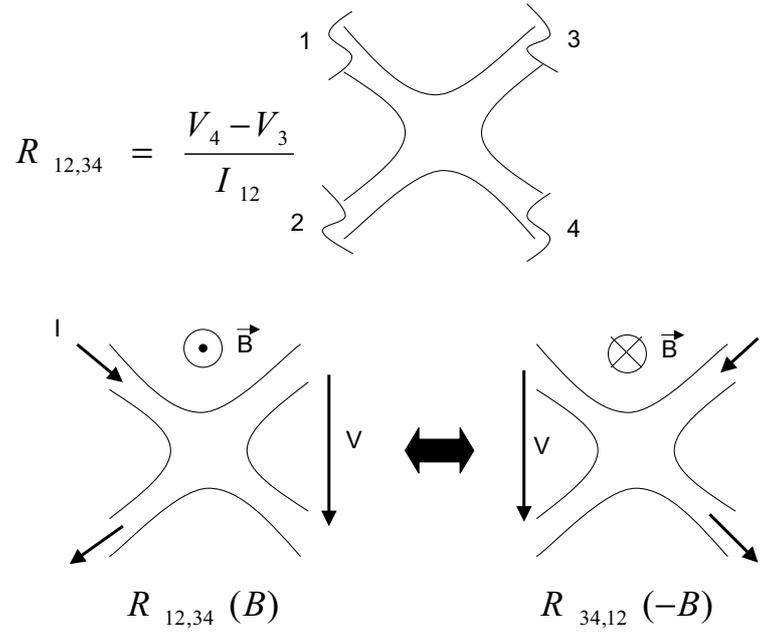


FIG. 4.11 – Illustration des relations d’Onsager pour une mesure de résistance 4 contacts en présence de champ magnétique. Pour retrouver la même résistance quand on change le signe de  $B$ , il faut aussi intervertir les fils de tension et de courant.

### Généralisation à 4 contacts

Onsager a réussi à trouver des relations de réciprocity générale grâce aux principes de réversibilité microscopique [35]. L’application de ces relations à la conductance électrique macroscopique (formule 4.38) a été obtenue par Casimir [36]. Néanmoins, pour des échantillons mésoscopiques les conditions aux limites sont importantes ( $l_e, L_\phi$  sont du même ordre de grandeur que la longueur et la largeur de l’échantillon), une description locale du transport n’est plus possible et la symétrie de la magnétoconductance dépend de la géométrie de l’échantillon (dans la référence [37], M.Büttiker a généralisé à plus de 2 contacts la formule de Landauer).

En effet, pour une configuration "4 contacts", la conductance  $G$  n’est plus symétrique par rapport au champ magnétique  $B$ . En utilisant les lois de Kirchhoff et les propriétés de conservation et d’invariance de Jauge précédentes, on peut montrer une **autre relation dite d’Onsager** (cf Fig. 4.11) :

$$R_{\gamma\delta,\alpha\beta}(B) = R_{\alpha\beta,\gamma\delta}(-B) \quad (4.47)$$

C’est-à-dire que pour retrouver la symétrie par renversement du sens du temps, il faut aussi intervertir les fils de courant et ceux de tension.

### Modèle semi-classique à l’équilibre ( $V=0$ ) pour la conductance 2 contacts

Nous allons dans cette sous-section, à l’aide du modèle semi-classique, expliciter la conductance 2 fils en fonction du champ magnétique. Comme nous avons vu dans la partie

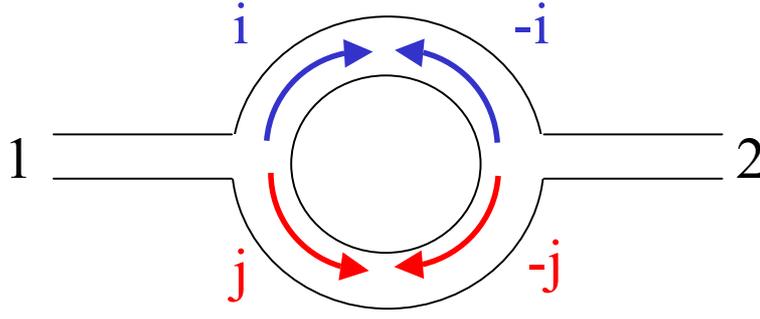


FIG. 4.12 – Pour calculer la conductance 2 contacts d'un échantillon mésoscopique, il est important de prendre en compte les trajectoires qui vont de la gauche vers la droite , mais aussi les trajectoires qui vont de la droite vers la gauche .

(2.2), la partie quantique de la conductance 2 contacts peut être mise sous la forme :

$$\Delta G = \left| \sum_i A_i e^{i\phi_i} \right|^2 = \sum_{i,j} A_i A_j e^{i\phi_{ij}} \quad (4.48)$$

Or, nous avons vu dans la section précédente l'éq.(4.30) :

$$G_{2\text{contacts}} = \frac{e^2}{h} \left( \frac{T_{21} + T_{12}}{2} \right) \quad (4.49)$$

qui suggère qu'il faut sommer les contributions des trajectoires allant de la gauche vers la droite :  $i$  et  $j$ , mais aussi allant de la droite vers la gauche  $-i$  et  $-j$  (cf Fig. 4.12 et [34]). Il vient :

$$\Delta G = \frac{1}{2} \sum_{i,j} A_i A_j e^{i\phi_{ij}} + \frac{1}{2} \sum_{i,j} A_{-i} A_{-j} e^{i\phi_{-i-j}} \quad (4.50)$$

avec les amplitudes de probabilité indépendantes du sens du parcours :  $A_{-i} = A_i$  (seule la phase en dépend). Or

$$\phi_{ij} = \phi_i - \phi_j \quad \text{et} \quad \phi_i = \int_1^2 \vec{k} \cdot d\vec{l} + \frac{2\pi}{\Phi_0} \int_1^2 \vec{A} \cdot d\vec{l} \quad (4.51)$$

Avec :

$$\int_1^2 \vec{k} \cdot d\vec{l} = \int_1^2 k_F dl = k_F L_i \quad (4.52)$$

Et :

$$\int_2^1 \vec{k} \cdot d\vec{l} = \int_2^1 -k_F dl = k_F L_{-i} = k_F L_i \quad (4.53)$$

Donc :

$$\phi_{ij} = k_F(L_i - L_j) + \frac{2\pi}{\Phi_0} \oint \vec{A} \cdot d\vec{l} = \phi_{ij}^0 + \frac{2\pi}{\Phi_0} \int_{S_{ij}} \vec{B} \cdot d\vec{S} = \phi_{ij}^0 + \frac{2\pi}{\Phi_0} \vec{B} \cdot \vec{S}_{ij} = \phi_{ij}^0 + \frac{2\pi B S_{ij}}{\Phi_0} \quad (4.54)$$

où  $\phi_{ij}^0 = k_F(L_i - L_j) = k_F(L_{-i} - L_{-j}) = \phi_{-i-j}^0$ . On a aussi (cf. Fig. 4.13)

$$\phi_{-i-j} = k_F(L_{-i} - L_{-j}) + \frac{2\pi}{\Phi_0} \vec{B} \cdot \vec{S}_{-i-j} = \phi_{-i-j}^0 - \frac{2\pi B S_{-i-j}}{\Phi_0} = \phi_{ij}^0 - \frac{2\pi B S_{ij}}{\Phi_0} \quad (4.55)$$

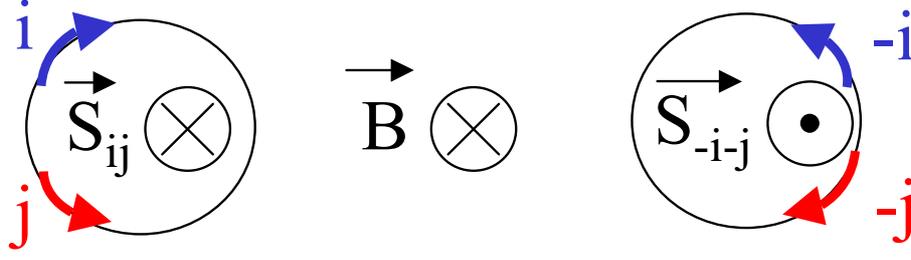


FIG. 4.13 – Le sens du vecteur surface  $\vec{S}_{ij}$  n'est pas le même suivant que les interférences ont lieu entre des électrons qui viennent de la gauche ou des électrons qui viennent de la droite.

Ce qui donne finalement pour la conductance :

$$\Delta G = \sum_{i,j} A_i A_j \cos(\phi_{ij}^0 + 2\pi B S_{ij} / \Phi_0) + \sum_{i,j} A_i A_j \cos(\phi_{ij}^0 - 2\pi B S_{ij} / \Phi_0) \quad (4.56)$$

et en développant les 2 cosinus :

$$\Delta G = 2 \sum_{i,j} A_i A_j \cos(\phi_{ij}^0) \cos(2\pi B S_{ij} / \Phi_0) \quad (4.57)$$

On retrouve que pour une mesure 2 contacts, la conductance est paire en champ magnétique<sup>6</sup>. Ce calcul est réalisé de manière un peu plus formelle dans la première partie de l'annexe (F). La formule (4.57) nous servira de point de départ pour le modèle de la section (5.6). Notons toutefois qu'à champ nul, le terme à l'intérieur du second cosinus (celui qui décrit les oscillations en  $\Phi_0$ ) est nul. On a donc un extremum des oscillations AB à champ nul (car le premier cosinus peut être lui, positif ou négatif). Nous dirons que **la phase des oscillations AB est bloquée à 0 ou  $\pi$  à champ nul** (cf. section 5.5).

Introduisons à présent un champ électromagnétique **haute fréquence**, c'est-à-dire telle que  $f \gtrsim 1/\tau_D$ . Alors, le potentiel électrique interne varie au cours de la traversée de l'échantillon par un électron de conduction. Il en résulte un déphasage supplémentaire. De plus, l'électron  $i$  et son renversé par le sens du temps  $-i$  ne ressentent pas le même champ, ce qui donne naissance à une brisure supplémentaire de la symétrie par renversement du sens du temps (cf. chapitre 13 de [14]) :

$$d\phi_{i,-i}(t) = \frac{e}{\hbar} \int_t^{t+\tau_i} d\tau \left[ V(\vec{r}(\tau), \tau) - V(\vec{r}(\tau_i - \tau), \tau) \right] \quad (4.58)$$

Il en résultera (cf. chapitre 6) un terme de conductance d'ordre 2 du type :  $\left( \frac{\partial(dG)}{\partial\phi} \right) \delta\phi$ .

### 4.2.3 Travaux expérimentaux précédents sur la conductance linéaire

Le schéma de l'expérience d'une mesure de conductance 2 contacts est celui de la figure (4.14). On polarise l'échantillon en courant (avec une résistance  $R = 10\text{M}\Omega \gg 5\text{k}\Omega$  cf.

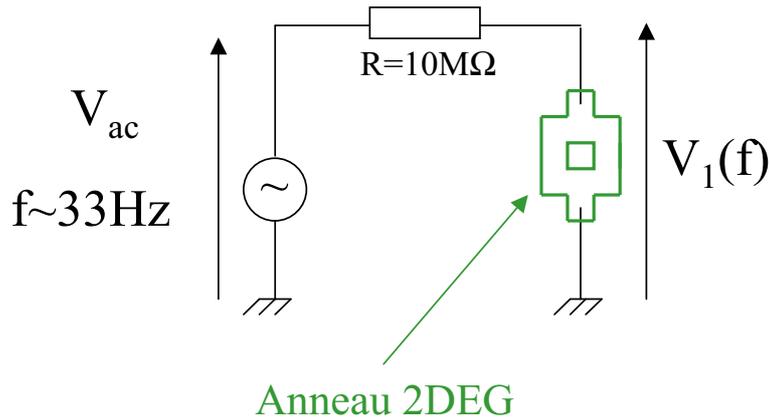


FIG. 4.14 – Schéma du dispositif expérimental pour la mesure de la première harmonique  $V_1 = R_1 I_1$ .

section (3.2.1)). On mesure ensuite la tension aux bornes de l'échantillon à la fréquence d'excitation.

La conductance linéaire est obtenue par :  $G_1 = I/V$ . Une courbe de magnétoconductance typique est représentée sur la figure(4.15). Outre les oscillations AB et les UCFs dont on a déjà parlées dans le chapitre 2, on note que  $G_1$  est parfaitement paire en champ magnétique (aux incertitudes expérimentales près). On verra dans la figure (5.4) par exemple que la partie antisymétrique  $G_1^{AS}$  (en champ magnétique) de  $G_1$  est négligeable devant sa partie symétrique  $G_1^S$ . C'est bien ce que prédisent les relations d'Onsager.

La relation d'Onsager 4 contacts eq.(4.11) a été vérifiée expérimentalement par Benoit *et al.* en étudiant les oscillations de la conductance d'anneaux mésoscopiques [38].

Häussler *et al.* [39] quant à eux, ont modulé la phase des oscillations Aharonov-Bohm dans des anneaux métalliques, diffusifs et mésoscopiques par l'application d'un courant DC  $I_{DC}$ . Pour une mesure de conductance 2 contacts, ils ont trouvé (comme prédit par les relations d'Onsager) que la phase globale des oscillations restait rigide (en particulier à 0G, elle vaut toujours 0 ou  $\pi$ ). Pour une mesure de conductance 4 contacts<sup>7</sup>, ils ont trouvé que la phase globale des oscillations variait continûment entre 0 et  $\pi$ <sup>8</sup>. En effet, dans ce cas, les relations d'Onsager n'imposent plus la parité de la conductance, mais prennent une forme différente (cf. section (4.2.2)).

<sup>6</sup>Cela n'est pas étonnant, nous étions partis d'une forme symétrique au départ.

<sup>7</sup>Washburn et Webb [40] s'étaient déjà intéressés à la phase des oscillations AB sur une mesure 4 contacts de  $G_1$  à champ nul. Ils avaient trouvé que cette phase dépendait des échantillons et pouvait prendre n'importe quelle valeur entre 0 et  $\pi$ .

<sup>8</sup>Häussler *et al.* ont aussi étudié un anneau avec les 4 fils qui bifurquaient non pas au niveau de l'échantillon, mais à une distance  $d = 500\text{nm} < L_\phi$  à l'intérieur de la région cohérente. Ils ont montré que l'anneau avait un comportement intermédiaire entre celui des échantillons 2 et 4 contacts. La magnétoconductance et les UCFs ne sont pas symétriques en champ magnétique, mais la phase globale de la conductance est quantifiée.

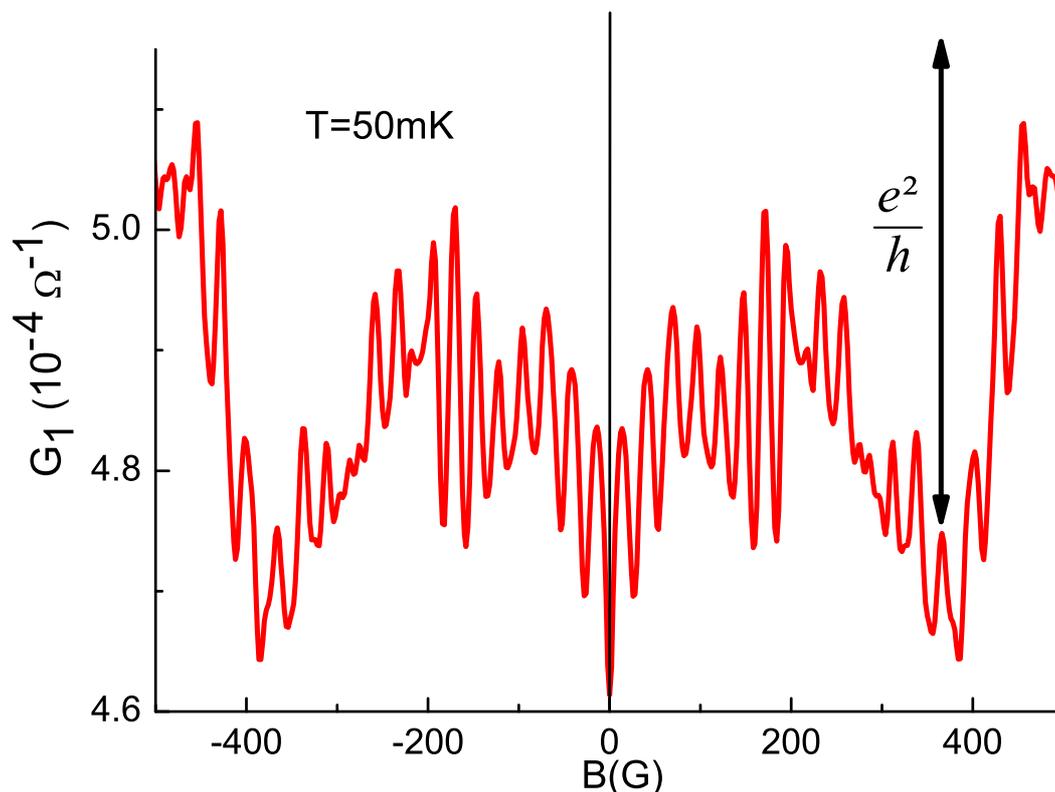


FIG. 4.15 – Magnéto-conductance 2 contacts pour l’anneau 2.

## 4.3 Intérêts et origines du transport non linéaire

### 4.3.1 Motivations

Le transport non linéaire est important pour des échantillons mésoscopiques puisque d’une part, il se manifeste à de très faible tension (cf. [41, 42, 43] et Fig. 5.2) et d’autre part, il contient des informations non présentes dans le transport linéaire. A l’instar d’une diode qui rectifie le courant, certains échantillons mésoscopiques peuvent être vus comme des rectifieurs<sup>9</sup> quantiques. Ce sont des dispositifs qui utilisent un effet quantique pour rectifier des fluctuations hors d’équilibre. Il peut en résulter un flux de particules dans un sens privilégié, en l’absence de forces ou de gradients extérieurs, à cause d’un potentiel asymétrique [44]. Les concepts que l’on utilisera pour décrire le transport non linéaire peuvent s’appliquer en biologie aux moteurs moléculaires. Dans ces derniers, du travail est généré en l’absence de forces macroscopiques ou de gradients thermiques [45] et [46]. Dans ces systèmes, il semblerait que le mouvement Brownien des molécules soit rectifié en utilisant l’énergie de réactions chimiques hors d’équilibre. Ces rectifieurs quantiques sont aussi très importants pour le transport électrique parce qu’ils ont des qualités que n’ont pas d’autres rectifieurs. En effet, la direction du courant rectifié est modulable très rapidement par des paramètres extérieurs comme l’amplitude du courant DC, l’énergie de Fermi ou le champ magnétique.

La quantité à laquelle on va s’intéresser par la suite est la conductance non linéaire

<sup>9</sup>"ratchets" en anglais

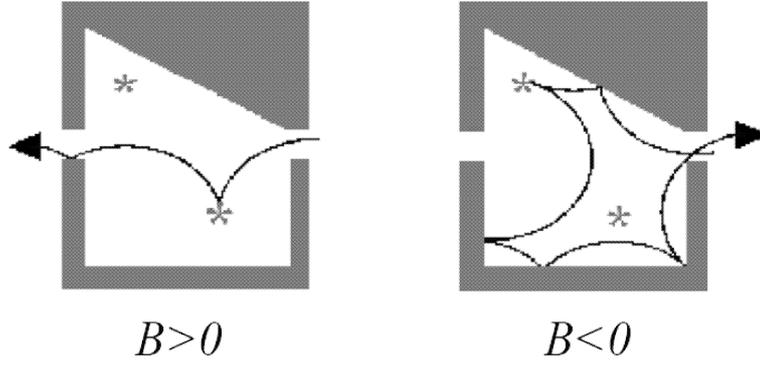


FIG. 4.16 – Trajectoire électronique selon le signe de  $B$  dans un échantillon mésoscopique. A priori, il n’y a aucune raison d’avoir  $G_2(-B) = G_2(B)$  dans de tels échantillons. Figure tirée de la référence [47].

d’ordre 2  $G_2$  définie par :

$$I = G_1 V + G_2 V^2 + \dots \quad (4.59)$$

$G_2 = 0$  pour un échantillon macroscopique, homogène et isotrope.  $G_2$  existe dès que le système n’a pas de symétrie par inversion spatiale (incluant des contacts non symétriques). En effet, si une tension appliquée modifie le potentiel électrique interne de l’échantillon (qui est alors asymétrique), la variation de ce dernier dépendra du signe de la tension, on aura alors  $I(V) \neq -I(-V)$  pour tout champ magnétique, d’où l’existence de  $G_2$  [41].

Les relations d’Onsager ne s’appliquent pas au transport non linéaire, donc pour des échantillons qui n’ont pas de symétrie particulière, on ne s’attend pas a priori à ce que  $G_2(B) = G_2(-B)$  (cf. Fig. 4.16) même pour une mesure 2 contacts. Il peut exister donc une partie antisymétrique en champ magnétique de  $G_2$ , qu’on notera  $G_2^{AS}$  et qu’on étudiera particulièrement. Pour ce faire, on extrait les composantes symétriques et antisymétriques de  $G_2$  suivant :

$$G_2^S(B) = \frac{G_2(B) + G_2(-B)}{2}, \quad G_2^{AS}(B) = \frac{G_2(B) - G_2(-B)}{2} \quad (4.60)$$

$G_2^{AS}$  peut exister dans des échantillons macroscopiques (cf. diode et [48]) mais on se limitera à des échantillons mésoscopiques. Elle est très intéressante car elle nécessite la présence simultanée de plusieurs ingrédients<sup>10</sup> [49],[26] et [27] :

- Une brisure de la symétrie par renversement du temps (opérée par  $\vec{B}$ )
- Une brisure de la symétrie par inversion spatiale ( $\vec{r} \rightarrow -\vec{r}$ ) de l’échantillon (pour un échantillon mésoscopique diffusif c’est pratiquement toujours le cas à cause du désordre).
- La prise en compte de l’interaction électron-électron.

En effet, il est possible de montrer que sans interaction électron-électron  $G_2^{AS} = 0$ . Les interactions contribuent au premier ordre à  $G_2^{AS}$  pour un échantillon mésoscopique (et entraînent donc que les relations d’Onsager ne s’appliquent plus au transport non linéaire).  $G_2^{AS}$  permet donc de sonder l’interaction électron-électron. D’ailleurs, une toute récente

<sup>10</sup>Pour un milieu chiral ou lorsque les champs  $\vec{E}$  et  $\vec{B}$  sont croisés, l’interaction électron-électron n’est pas nécessaire pour donner une contribution à  $G_2^{AS}$ .

référence [50] montre que les contributions quantiques de l'interaction électron-électron sont dans certains cas, bien plus importantes dans le transport non linéaire (dans la limite  $eV < E_{\text{Th}}$ ) que dans le transport linéaire.

En outre, des mesures [51] et [52] ont permis de montrer qu'il n'y a pas de corrélations entre  $G_1$  et  $G_2$ . Ces 2 quantités sont donc sensibles à des propriétés physiques différentes. On verra en particulier dans la section (4.3.3) les sources possibles de non-linéarité et on montrera qu'en ce qui concerne notre expérience, les origines de l'existence de  $G_2^{AS}$  sont les interférences quantiques et l'interaction électron-électron. Enfin, on expliquera comment le rapport de l'amplitude moyenne des fluctuations  $\delta G_2^{AS}/\delta G_2^S$  nous permet de différencier des échantillons diffusifs et balistiques. Mais, avant tout définissons le paramètre caractérisant l'interaction électron-électron d'abord de façon générale, puis nous précisons la définition que nous utiliserons dans la suite de ce manuscrit.

### 4.3.2 interaction électron-électron et écrantage

La conductance d'un conducteur macroscopique est bien décrite depuis longtemps par le modèle classique des électrons indépendants dans un potentiel périodique. Ce modèle formulé par Drude et Sommerfeld, fait intervenir le désordre à travers le libre parcours moyen  $l_e$ , mais ne prend pas en compte l'interaction coulombienne. Comment se fait-il qu'un modèle aussi "simple", qui transforme un problème à  $N$  corps en un problème à 1 corps soit aussi efficace? C'est Landau qui le premier a justifié théoriquement cette simplification. Dans sa théorie, les particules ne sont plus des électrons nus, mais des électrons entourés d'un nuage d'écrantage constitué d'autres électrons. Il les appelle quasiparticules. Ces quasiparticules forment le liquide de Fermi<sup>11</sup>. Dans l'approximation de Thomas-Fermi, l'interaction de Coulomb est ainsi écrantée sur de très petites distances de l'ordre de la longueur d'onde de Fermi  $\lambda_F$ . La théorie des liquides de Fermi peut être étendue au cas de conducteurs désordonnés.

Une description plus moderne et plus microscopique du transport électronique fait appel au formalisme de la seconde quantification. Par une hypothèse de champ moyen, on peut transformer également un problème à  $N$  corps (les interactions d'un électron avec tous les autres électrons) en un problème à un corps (le même électron dans un champ moyen créé par tous les autres électrons). La limite de cette approche est qu'elle ne prend pas en compte les excitations collectives responsables d'une redistribution électronique qui se manifeste par un effet d'écrantage. Cela peut être corrigé par la RPA (Random Phase Approximation).

Une autre façon de traiter à la fois l'interaction électron-électron et l'écrantage est le modèle de Hubbard. Dans ce modèle, le terme d'interaction est noté sous la forme  $H_{\text{int}} = \sum_{i,j} n_i n_j V(\vec{r}_i - \vec{r}_j)$  où  $V$  est le potentiel d'interaction entre un électron sur le site  $i$  et un électron sur le site  $j$ . Dans le modèle de Hubbard, le terme d'interaction est choisi courte portée  $U(\vec{r}_i - \vec{r}_j) = U\delta(\vec{r}_i - \vec{r}_j)$  pour rendre compte de l'écrantage des interactions de Coulomb qui normalement sont longue portée. En prenant en compte le

<sup>11</sup>Dans ce manuscrit, chaque fois que nous parlons d'électrons et de trous, il s'agit en fait de quasiparticules de type électron et de quasiparticules de type trou.

spin des électrons, l'Hamiltonien de Hubbard s'écrit en seconde quantification :

$$H = -t \sum_{\langle i,j \rangle, \sigma} (c_{i,\sigma}^\dagger c_{j,\sigma} + c_{j,\sigma}^\dagger c_{i,\sigma}) + U \sum_i n_{i,\uparrow} n_{i,\downarrow} \quad (4.61)$$

où  $i, j$  sont les indices des sites,  $\langle \dots \rangle$  indique que l'on somme sur les plus proches voisins,  $\sigma = \uparrow, \downarrow$  représente le spin d'un électron,  $t$  mesure la largeur de bande,  $U$  mesure la répulsion sur site,  $c^\dagger$  est l'opérateur de création pour un électron,  $c$  est l'opérateur d'annihilation. On voit facilement que le terme en  $tc_{j,\sigma}^\dagger c_{i,\sigma}$  annihile un électron de spin  $\sigma$  sur le site  $i$  et le recrée sur le site premier voisin  $j$ . Le nombre total d'électrons est donc conservé. Le terme en  $U$  n'est différent de zéro que si deux électrons de spin opposés se trouvent sur le même site. Pour  $U = 0$ , le Hamiltonien de Hubbard se réduit à celui du modèle des liaisons fortes.

Plus précisément pour décrire l'interaction électron-électron dans la suite de ce manuscrit, on utilisera une constante  $\gamma_{\text{int}}$  définie de façon différente par Spivak et Zyuzin [26] d'une part et par Sanchez et Büttiker [27] d'autre part.

Spivak et Zyuzin ont défini  $\gamma_{\text{int}}$  par :

$$H_{\text{int}} = \frac{\gamma_{\text{int}}}{\nu} \int d\vec{r} n^2(\vec{r}) \quad (4.62)$$

où  $\nu$  est la densité d'états,  $n$  la densité électronique. C'est la même définition que dans le modèle de Hubbard (en négligeant les effets de spin) puisque les interactions sont supposées très bien écrantées. Comme on le verra plus tard (cf. sous section échelle mésoscopique - approche perturbative de Spivak et Zyuzin), la différence est qu'ils utilisent une approche perturbative pour l'interaction électron-électron et donc ils se placent dans la limite de faible interaction.

Sanchez et Büttiker ont défini  $\gamma_{\text{int}}$  par :

$$\gamma_{\text{int}} = \frac{C_\mu}{C} = \frac{1}{1 + C\Delta/2e^2} \quad (4.63)$$

C'est le rapport des capacités électrochimiques et géométriques. La capacité électro-chimique est définie rigoureusement dans la référence [27], elle apparaît comme la capacité géométrique en série avec une capacité liée à la compressibilité électronique  $1/C_\mu = 1/C + \Delta/2e^2$ .  $\Delta$  est l'écart moyen entre les niveaux d'énergie. C'est donc l'énergie qu'il faut fournir pour rajouter un électron au système. Si on écrit cette énergie sous la forme d'une énergie de charge, cela définit la capacité liée à la compressibilité électronique qui vaut  $2e^2/\Delta$ . Selon Sanchez et Büttiker,  $\gamma_{\text{int}}$  caractérise l'écrantage. Elle vaut 0 pour un écrantage nul et 1 pour un très bon écrantage.

Il n'est pas évident de faire le lien entre ces deux définitions. Ce qu'on peut dire c'est que le  $\gamma_{\text{int}}$  de Sanchez et Büttiker est défini de façon autocohérente quelque soit la force de l'interaction électron-électron. A faible interaction (*i.e.* faible énergie de charge, *i.e.*  $C \gg 1$ ), les 2 définitions se rejoignent puisque dans cette limite :

$$\gamma_{\text{int}} = \frac{1}{1 + C\Delta/2e^2} \approx \frac{2e^2}{C\Delta} \Leftrightarrow \frac{\gamma_{\text{int}}}{2\nu} \approx \frac{e^2}{C} \quad (4.64)$$

(où  $e^2/C$  est l'énergie de charge.)

L'interaction électron-électron joue un rôle important en modifiant la densité d'états au niveau de Fermi et en limitant la longueur de cohérence de phase  $L_\phi$  à très basse température [14]. On va voir dans la section suivante qu'elle contribue également au transport non linéaire et souvent bien plus que dans le transport linéaire.

### 4.3.3 Sources du transport non linéaire

$G_2$  n'existe pas pour des échantillons macroscopiques, isotropes et homogènes. Quand la dimension de l'échantillon  $L$  approche de la longueur de cohérence de phase  $L_\phi$ , le transport devient non local et sensible à la fois à la configuration des impuretés et des fils de mesure (cf. [40, 9]). L'échantillon ne peut plus être considéré comme homogène et isotrope, ce qui donne lieu à une conductance non linéaire d'ordre 2  $G_2$  non nulle.

Linke *et al.* ont montré expérimentalement, avec des mesures de conductance 2 contacts sur des points quantiques balistiques, que des symétries du transport non linéaire sont reliées aux symétries géométriques de l'échantillon mésoscopique [47] et [53]. Leur effet est lié à la courbure des trajectoires électroniques à champ fort, il est purement classique. Toutefois, ils ont été guidés par des arguments fondamentaux et généraux de symétrie qui doivent aussi être vrais en régime quantique. Donc selon eux, même pour des échantillons balistiques sans aucune symétrie (c'est pratiquement toujours le cas pour des échantillons mésoscopiques diffusifs), l'existence de  $G_2$  et particulièrement  $G_2^{AS}$  est a priori permise. Dans la suite, nous présentons les sources possibles de conductance non linéaire. Nous allons voir que :

- A champ magnétique nul,  $G_2$  est non nulle dès que la symétrie par inversion spatiale est brisée.
- Quand le champ est présent : si l'échantillon est chiral ou les champs  $\vec{E}$  et  $\vec{B}$  croisés, on peut avoir  $G_2^{AS} \neq 0$  avec  $G_2^S = 0$ .
- Toujours à champ non nul, pour les échantillons non centro-symétriques les interférences quantiques contribuent à  $G_2^S$  et si on prend en compte l'interaction électron-électron, elles contribuent aussi à  $G_2^{AS}$ .

Mais d'abord remarquons que, comme le chauffage est pair en  $V$  [54], il ne brise pas la symétrie  $V/-V$  de la conductance. Il ne contribue donc pas à  $G_2$  et il ne peut intervenir que sur les conductances non linéaires d'ordre impair. De plus, on verra (dans la partie (5.1)) qu'on n'est pas sensible à un tel terme dans nos expériences.

#### Asymétrie du système - Contribution classique à $G_2^S$

Le dispositif de mesure et la géométrie de l'échantillon jouent un rôle important dans une mesure de transport non linéaire. Linke *et al.* ont étudié ce phénomène en détail à la fois expérimentalement dans des boîtes quantiques balistiques et théoriquement à l'aide du formalisme de Landauer et de la matrice de diffusion [55]. Leurs calculs sont en accord qualitatif avec l'expérience. Ils ont trouvé 3 sources (plus ou moins imbriquées) de non linéarité d'ordre 2. Il s'agit de :

- l'asymétrie des contacts. En effet, soit  $V$  la différence de potentiel appliquée à l'échantillon. Quand les contacts sont différents, la chute de potentiel est différente à gauche (notons la  $\alpha V$ ) et à droite (notons-la  $(1 - \alpha)V$ ) avec  $\alpha \neq 1/2$ . Or, on a vu d'après

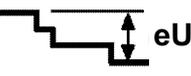
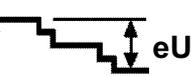
	Configuration	Potentiel
<b>Modèle I</b>		
<b>Modèle II</b>		
<b>Modèle III</b>		

FIG. 4.17 – Configurations géométriques et chutes de potentiel associées pour les modèles I, II et III. Figure tirée de la référence [55].

l'éq.(B.21) que :

$$I_L = \frac{e}{h} \int_0^\infty d\epsilon T(\epsilon) \{f(\epsilon - [\epsilon_F + \alpha eV]) - f(\epsilon - [\epsilon_F - (1 - \alpha) eV])\} \quad (4.65)$$

Donc les états quantiques électroniques contribuant au transport sont dans la fenêtre d'énergie  $[\epsilon_F - (1 - \alpha) eV; \epsilon_F + \alpha eV]$  et ne sont pas les mêmes suivant le signe de la tension.

- l'asymétrie de la chute de potentiel le long de l'échantillon. Elle peut être due par exemple à des centres diffuseurs asymétriques.
- l'asymétrie géométrique. Cette dernière entraîne forcément un potentiel de confinement différent et donc une asymétrie du potentiel électrique interne.

Linke *et al.* ont utilisé 3 configurations pour leurs calculs (4.17). D'abord, ils ont considéré toutes les sources possibles d'asymétrie (modèle I), ensuite, ils ont négligé la chute de potentiel le long de l'échantillon (modèle II) et enfin ils ont pris des contacts symétriques (modèle III). Dans ce dernier modèle, la source d'asymétrie est de nature géométrique<sup>12</sup>. Leurs calculs ont montré que l'asymétrie en  $V/ - V$  diminuait quantitativement au fur et à mesure qu'on retirait les sources d'asymétrie, mais qu'il suffisait d'une asymétrie géométrique pour qu'elle subsiste.

Ces asymétries ne contribuent qu'avec des termes paires en champ magnétique (cf. [56]).

<sup>12</sup>Ce modèle n'est pas réalisable expérimentalement puisqu'une asymétrie géométrique entraîne forcément une asymétrie dans la chute de potentiel

### Echantillons chiraux et Champs $\vec{E}$ et $\vec{B}$ croisés - Contribution classique à $G_2^{AS}$

Un objet est chiral quand il existe sous 2 formes, non superposables, dont l'une est l'image de l'autre dans un miroir (par exemple une main ou une hélice sont chirales). On va voir que dans des conducteurs chiraux, il peut apparaître une contribution à  $G_2^{AS}$  en présence de champ magnétique, bien qu'ils ne rectifient pas le courant ( $G_2 = 0$ ) à champ nul [48]. Cet effet est l'analogie électrique de l'effet magnétochiral<sup>13</sup> connu en optique.

En effet, dans les systèmes chiraux (balistiques ou diffusifs) la conductivité peut en principe avoir une symétrie impaire en  $\vec{k}$  (ce qui n'est pas le cas pour un échantillon non chiral). Et comme le vecteur d'onde est aussi impair par renversement du sens du temps, le théorème de réciprocity d'Onsager donne pour des contacts en  $\alpha$  et  $\beta$  :

$$\sigma_{\alpha\beta}(\vec{k}, \vec{B}) = \sigma_{\beta\alpha}(-\vec{k}, -\vec{B}) \quad (4.66)$$

Il vient alors en utilisant que  $\vec{k}$  indique la direction de propagation des électrons et que  $\langle \vec{k} \rangle \propto \vec{J}$  la densité de courant :

$$\sigma_{\alpha\beta}(\vec{J} \cdot \vec{B}) = \sigma_{\beta\alpha}((-\vec{J}) \cdot (-\vec{B})) = \sigma_{\beta\alpha}(\vec{J} \cdot \vec{B}) \quad (4.67)$$

Rikken *et al.* [48] ont ensuite conjecturé que la résistance 2 contacts d'un conducteur chiral pouvait se mettre sous la forme :

$$R^{D/L}(\vec{J}, \vec{B}) = R_0 \left[ 1 + \beta B^2 + \chi^{D/L} \vec{J} \cdot \vec{B} \right] \quad (4.68)$$

où la symétrie de parité impose que  $\chi^D = -\chi^L$ .  $\beta$  décrit la magnéto-résistance normale qui est permise dans tous les conducteurs. Notez que les termes d'ordres supérieurs du type  $(\vec{J})^{2p+1} \cdot (\vec{B})^{2q+1}$  sont aussi permis, mais sont omis pour des raisons de simplicité. Par analogie avec l'optique, ils ont appelé cet effet purement classique anisotropie magnétochirale électrique. C'est une conséquence directe de la brisure simultanée de la symétrie par renversement du sens du temps et de la symétrie de parité par la chiralité. Il est donc fondamental, universel et peut même avoir lieu sur des objets macroscopiques à température ambiante. Ils ont trouvé expérimentalement, même à température ambiante, 2 sources à cet effet : la diffusion chirale dans des fils macroscopiques de Bismuth torsadés et l'auto-inductance magnétique dans des hélices macroscopiques de Bismuth. Ils ont aussi montré que la résistance de nanotubes de carbone chiraux soumis à un champ magnétique le long de leur axe était impaire en champ magnétique et en courant [56] et [57].

Pour des conducteurs diffusifs quelconques (même macroscopiques) soumis à des champs  $\vec{E}_0$  et  $\vec{B}_0$  croisés,  $G_2^{AS}$  peut être non nulle. En effet, toujours par analogie avec l'optique, le même genre d'arguments généraux de symétrie prédisent une contribution du type  $\chi \vec{J} \cdot (\vec{E}_0 \times \vec{B}_0)$  à la résistance 2 contacts. Cet effet, également purement classique, est appelé anisotropie magnétoélectrique. Les champs  $\vec{E}_0$  et  $\vec{B}_0$  peuvent être appliqués

<sup>13</sup>Il y a un terme dans la constante diélectrique d'un milieu chiral proportionnel à  $\vec{k} \cdot \vec{B}$  où  $\vec{k}$  est le vecteur d'onde de la lumière et  $\vec{B}$  le champ magnétique externe. Cet effet dépend du signe de la chiralité du milieu et est indépendant de la polarisation de la lumière.

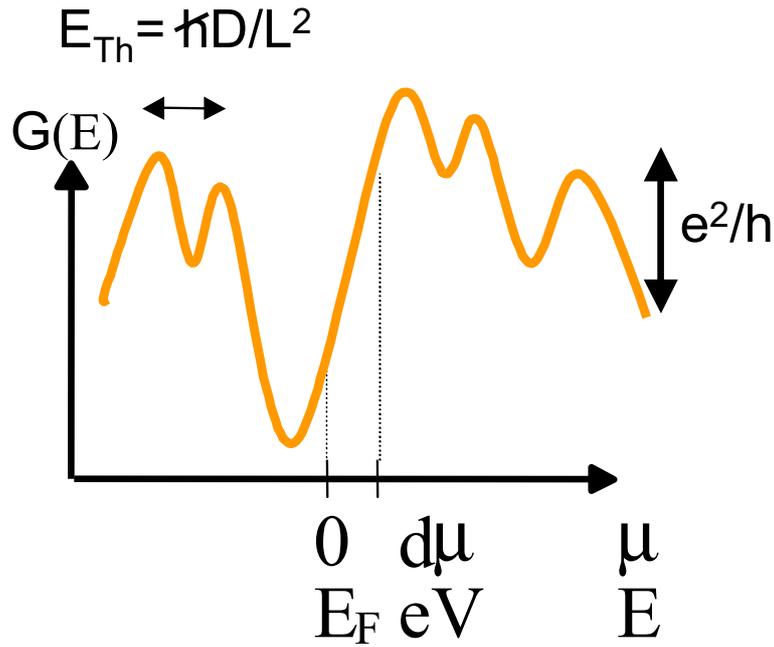


FIG. 4.18 – La conductance n'est pas symétrique en  $V/-V$  autour de l'énergie de Fermi à cause des fluctuations de la densité d'états dues aux interférences quantiques. Les échelles typiques des fluctuations de la conductance et de l'énergie sont  $e^2/h$  et  $E_{\text{Th}}$  respectivement.

extérieurement ou peuvent être dus à des polarisations électriques et magnétiques respectivement du matériau. Cet effet a été observé expérimentalement dans des transistors à effet de champ [58].

### Effets des interférences quantiques dans un échantillon mésoscopique sans interaction électron-électron - Contribution à $G_2^S$

Considérons à présent, des échantillons quantiquement cohérents, désordonnés, sans symétries géométriques particulières. Dans ces conditions, les propriétés de transport sont déterminées par les interférences quantiques. On a vu au chapitre 2 que si on changeait la tension aux bornes d'un échantillon cohérent, on changeait les figures d'interférence du système puisque celles-ci sont très sensibles aux détails du potentiel électrique à l'intérieur de l'échantillon. Cette modification est reproductible et ne provoque pas de brisure de cohérence de phase. Dans les références [42, 43], une théorie diagrammatique sans interaction est développée pour des échantillons mésoscopiques diffusifs. Elle prédit que la caractéristique ( $I-V$ ) n'est pas linéaire à cause des interférences quantiques. Cela signifie que la conductance n'est pas constante mais fluctue avec une échelle caractéristique de l'ordre de  $V_{\text{Th}} = \hbar D/eL^2$  (cf. Fig. 4.18). Les fluctuations sont maximales pour  $V$  de l'ordre de  $V_{\text{Th}}$  et valent  $\delta g = g - \langle g \rangle \approx 1$ . En outre, ils prévoient que comme ces échantillons sont non centro-symétriques, la courbe doit être asymétrique en tension avec pour  $V < V_{\text{Th}}$  :  $\delta G = \sqrt{\langle [G(V) - G(-V)]^2 \rangle} \cong \frac{e^2}{h} \frac{eV}{E_{\text{Th}}}$  où la moyenne est réalisée comme d'habitude sur la configuration aléatoire du potentiel de désordre.

Essayons de mieux comprendre cette asymétrie ( $V/-V$  par rapport au niveau de Fermi)

due aux fluctuations. Plaçons-nous dans le cas simple où toutes les impuretés sont regroupées près d'un contact. La chute de potentiel a alors lieu aux contacts et de façon dissymétrique<sup>14</sup>. Ecrivons  $G(V)$  sous la forme :

$$G(V) = \frac{\partial}{\partial V} \left[ \int_{-(1-\alpha)V}^{\alpha V} G(\epsilon) d\epsilon \right] \quad (4.69)$$

avec  $\alpha V$  ( $0 \leq \alpha \leq 1$ ) la chute de potentiel au contact de gauche, et  $-(1-\alpha)V$  la chute de potentiel au contact de droite, quand l'échantillon est soumis à une différence de potentiel  $V$ . En supposant que  $G \propto \nu(\epsilon)$  (de façon analogue à la relation d'Einstein, mais pour le cas balistique), où  $\nu(\epsilon)$  est la densité d'états par unité de surface. En notant  $N(\epsilon)$  le nombre d'états disponibles à l'énergie  $\epsilon$ , il vient :

$$G(V) \propto \frac{\partial}{\partial V} [N(\alpha V) - N(-(1-\alpha)V)] \propto [\alpha \nu(\alpha V) + (1-\alpha)\nu(-(1-\alpha)V)] \quad (4.70)$$

De même pour  $G(-V)$  et finalement :

$$G(V) - G(-V) \propto \alpha [\nu(\alpha V) - \nu(-\alpha V)] + (1-\alpha) [\nu(-(1-\alpha)V) - \nu((1-\alpha)V)] \quad (4.71)$$

On voit que pour que cet effet contribue à la conductance non linéaire d'ordre 2, il faut à la fois une asymétrie dans la chute de potentiel (par exemple aux contacts  $\alpha \neq 1/2$ ) et une asymétrie de la densité d'états en énergie autour du niveau de Fermi ( $\nu(\epsilon) \neq \nu(-\epsilon)$ ) causée par les interférences quantiques.

On s'attend à ce que ces fluctuations soient paires en champ magnétique. En effet,  $G(\epsilon, B) \propto \nu(\epsilon, B)$  et la densité d'états est paire en champ magnétique parce que les niveaux d'énergie le sont. Donc cette contribution sans interaction électron-électron est bien paire en champ magnétique et vaut  $\delta G_2^S \cong \frac{e^2}{h} \frac{eV}{E_{\text{Th}}}$ . On verra que quand elle est présente, elle domine la contribution venant de l'interaction électron-électron.

On a vu que les relations d'Onsager sont valables pour toutes les énergies. Or, sans interaction le courant total est la somme des différentes contributions à toutes les énergies, donc il est pair en champ magnétique. Cependant, la tension de polarisation induit des changements dans le courant local et dans la densité électronique locale qui contiennent des termes impairs en  $B$  (comme par exemple des termes de Hall). Via les interactions coulombiennes ces changements de densité produisent des composantes paires et impaires en  $B$  dans le potentiel électrique interne et donc contribuent à  $G_2^S$ , mais aussi à  $G_2^{AS}$ .

### Interférences quantiques et contribution de l'interaction électron-électron à $G_2^{AS}$

L'activité de recherche dans le transport non linéaire a été relancée en 2004 par les travaux de B. Spivak, A. Zyuzin d'une part [26] et D. Sanchez, M. Büttiker d'autre part [27]. Ils ont prédit une contribution au courant, linéaire en champ magnétique de la forme :  $I = \alpha V^2 B$ . Comme  $\vec{B}$  est un vecteur axial et que le courant est un vecteur polaire, le coefficient  $\alpha$  ne peut être non nul que si le milieu considéré est non centrosymétrique. De plus, ils ont montré que sans interaction électron-électron,  $\alpha = 0$  donc  $\alpha$  doit être, au premier ordre, proportionnel à la constante d'interaction  $\gamma_{\text{int}}$  (définie dans la sous-section 4.3.2).

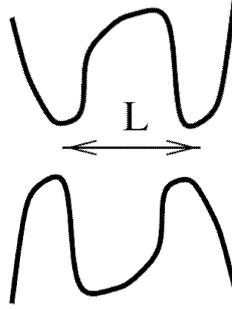


FIG. 4.19 – Schéma typique de l'échantillon pour lequel Spivak et al. effectuent leurs calculs..

### Approche qualitative des dipôles de Landauer à l'échelle d'une impureté

Dans cette sous-section, j'expose dans un premier temps, une image intuitive du transport non linéaire que nous nous sommes forgée à l'aide des dipôles de Landauer dans un échantillon mésoscopique diffusif (cf. Fig. 4.19). Mon but est ici de faire sentir d'où peut venir  $G_2^{AS}$ , une démonstration plus rigoureuse viendra par la suite. On regarde à l'échelle d'une impureté (pas d'interférences quantiques) et on adopte une vision perturbative des interactions. Dans la section (4.1.4), nous avons vu que lorsqu'on injectait un courant, se créaient au niveau des impuretés une accumulation et une déplétion de charges (cf. Fig. 4.4). Cette variation de densité électronique locale  $dn(\vec{r})$ <sup>15</sup> est proportionnelle au courant injecté :

$$dn(\vec{r}) = h(\vec{r})I \quad (4.72)$$

où  $h$  est une fonction compliquée. On comprend son origine à l'aide de l'image des dipôles de Landauer, mais un calcul rigoureux ne peut se faire qu'à l'aide de la théorie diagrammatique.

Cette variation de densité électronique locale induit, grâce à **l'interaction électron-électron**, une modification locale  $dU_{\text{dés}}$  dans le potentiel électrique interne de l'échantillon (aussi appelé potentiel de diffusion par Spivak et Zyuzin [26] ou paysage de potentiel par Sanchez et Büttiker [27] ou potentiel de désordre [59]). Au premier ordre en interaction et pour des interactions très courte portée, on peut écrire :

$$dU_{\text{dés}}(\vec{r}) = \frac{\gamma_{\text{int}}}{2\nu} dn(\vec{r}) \quad (4.73)$$

où  $\gamma_{\text{int}}$  est la constante d'interaction définie au sens de Spivak et Zyuzin dans la section (4.3.2).

Tous les électrons passant au voisinage de cette impureté [5] ressentent cette variation du potentiel électrique interne et sont déphasés d'une quantité :

$$d\phi = \int dU_{\text{dés}}(\vec{r}(t))dt \quad (4.74)$$

<sup>14</sup>Ce cas est peu réaliste, mais on cherche seulement à avoir une vision plus intuitive du résultat précédent. Pour aller plus loin, on aura besoin de la théorie semi-classique.

<sup>15</sup>le  $d$  est présent pour dire qu'il s'agit d'une variation par rapport à l'équilibre, *i.e.* une fois la différence de potentiel appliquée. En l'occurrence  $dn = n(V) - n(V = 0)$ .

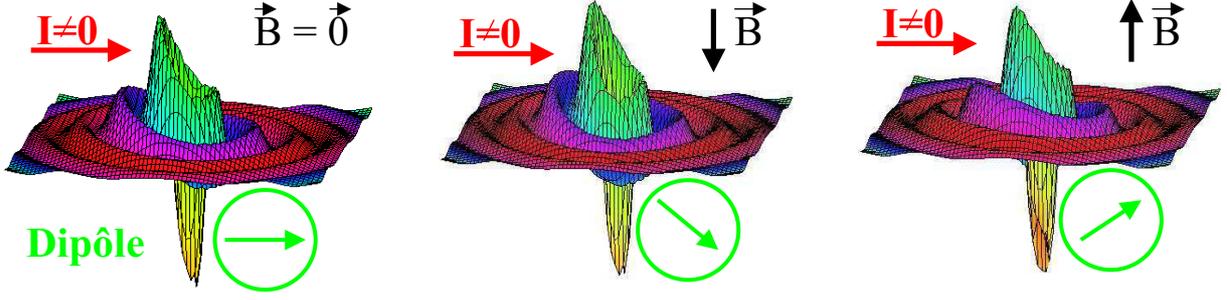


FIG. 4.20 – Densité électronique autour d’une impureté hors-équilibre avec  $B = 0$  (à gauche),  $B < 0$  (au milieu) et  $B > 0$  (à droite). Le dipole formé par l’accumulation et la déplétion des électrons en amont et en aval de l’impureté tourne suivant le signe de  $B$ .

C’est un petit effet, mais la phase électronique accumulée le long de la trajectoire est très sensible à un petit changement dans le désordre. Et ce déphasage, proportionnel à  $V$  au premier ordre en perturbation, va pouvoir être mesuré sur la conductance (en régime cohérent). Pour résumer, on peut écrire :

$$G = G[U(\vec{r})] \quad \text{or} \quad U(\vec{r}) = U_{\text{éq}}(\vec{r}) + dU_{\text{dés}}(\gamma_{\text{int}}, h(\vec{r}), V) \quad (4.75)$$

Donc<sup>16</sup> :

$$G = G[U_{\text{éq}}(\vec{r})] + dG[dU_{\text{dés}}(\gamma_{\text{int}}, h(\vec{r}), V)] \quad (4.76)$$

Avec :

$$G_1 = G[U_{\text{éq}}(\vec{r})] \quad \text{et} \quad G_2 = \left( \frac{\partial dG[dU_{\text{dés}}, V, \gamma_{\text{int}}]}{\partial V} \right)_{(V=0)} \quad (4.77)$$

Par conséquent, il y a une contribution des interactions dans  $G_2$ .

Maintenant, **on branche le champ magnétique  $B$** . Les trajectoires vont être très légèrement déviées, l’accumulation et la déplétion de charges ne vont plus être dans l’axe de l’échantillon et les dipôles vont tourner (cf. Fig. 4.20). Le sens de la rotation ne va pas être le même suivant le signe du champ magnétique, donc  $dn(-B) \neq dn(B)$  et  $dn$  a un terme impair en  $B$ . Il en résulte un changement dans le potentiel interne local qui va modifier la phase accumulée par les électrons le long de leur trajectoire. Cela va contribuer à créer  $G_2^{AS}$ , un terme de la conductance non linéaire impair en  $B$  qui n’existait pas sans interaction. Cet effet intervient aussi dans  $G_2^S$  comme une correction à la contribution sans interaction vue dans la sous section précédente.

**Remarque :** Ici, on est allé plus loin dans le modèle des dipôles de Landauer. Pour retrouver  $G_{Drude}$ , on s’était contenté de sommer les champs électriques locaux. Les dipôles de Landauer ne jouaient que sur le champ électrique par leur moyenne spatiale. Ici, on a pris en compte leur influence sur la conductance par l’intermédiaire de la cohérence de phase. On a été tenté de prolonger ce modèle pour être quantitatif et calculer  $G_2^{AS}$  en prenant en compte d’autres impuretés, mais nous ne sommes pas parvenus à retrouver les résultats de Spivak-Zyuzin [26] et Büttiker-Sanchez [27]. La principale faiblesse de ce modèle est qu’il ne prend pas en compte les interférences quantiques. Nous sommes donc obligés d’avoir

<sup>16</sup>En toute rigueur, on aurait dû écrire  $d\Delta G$  où  $\Delta$  signifie correction mésoscopique. Mais pour ne pas alourdir la notation, on décide d’ôter le  $\Delta$ .

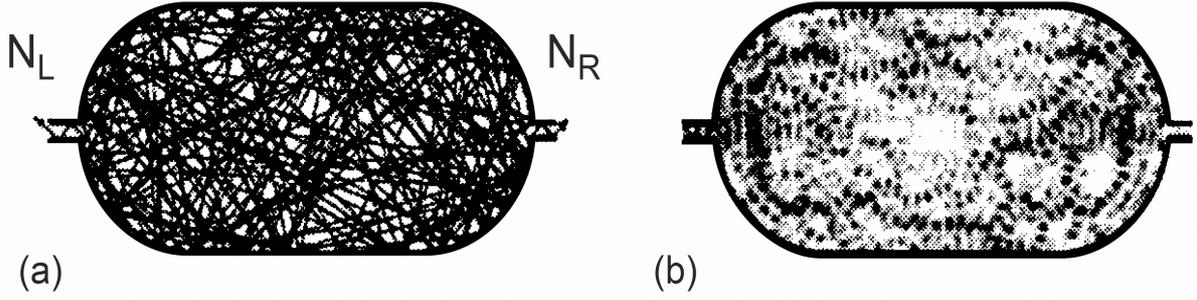


FIG. 4.21 – (a) Trajectoire chaotique classique dans un billiard ouvert. (b) Schéma en dégradé de gris d'une fonction d'onde quantique pour la même structure. Notez comme les interférences quantiques modulent la fonction d'onde. Il en va de même pour la densité électronique et le potentiel électrique interne. Figure tirée de la référence [60].

une vision plus globale de l'échantillon.

#### Approche perturbative de Spivak-Zyuzin [26] à l'échelle mésoscopique

A l'échelle de l'échantillon, il faut prendre en compte les interférences quantiques des ondes électroniques empruntant différentes trajectoires électroniques. Ces dernières sont à l'origine de fluctuations mésoscopiques de la densité de courant et de la densité électronique hors équilibre  $dn$  (cf. Fig. 4.21). Même si le courant total traversant l'échantillon doit être une fonction paire du champ magnétique, la densité de courant locale peut posséder un terme proportionnel à  $B$  (par exemple un terme de Hall). De même, selon Spivak-Zyuzin [26], il existe un terme dans la variation de densité électronique locale qui peut se mettre sous la forme :  $dn(\vec{r}, \vec{B}) = h(\vec{r}, \vec{B})IB$ .

Au premier ordre en interaction, on peut écrire :

$$dU_{\text{dés}}(\vec{r}, \vec{B}) = \frac{\gamma_{\text{int}}}{2\nu} dn(\vec{r}, \vec{B}) \quad (4.78)$$

où  $\gamma_{\text{int}}$  est la constante d'interaction définie au sens de Spivak et Zyuzin [26] dans la section (4.3.2).

Selon eux, la principale contribution à la variation de  $G_2$  vient de la moyenne spatiale du potentiel électrique interne. Ceci est relié au caractère longue portée de la fonction de corrélation  $\langle dn(\vec{r})dn(\vec{r}') \rangle$ <sup>17</sup>. Ce qui donne à 2D<sup>18</sup> :

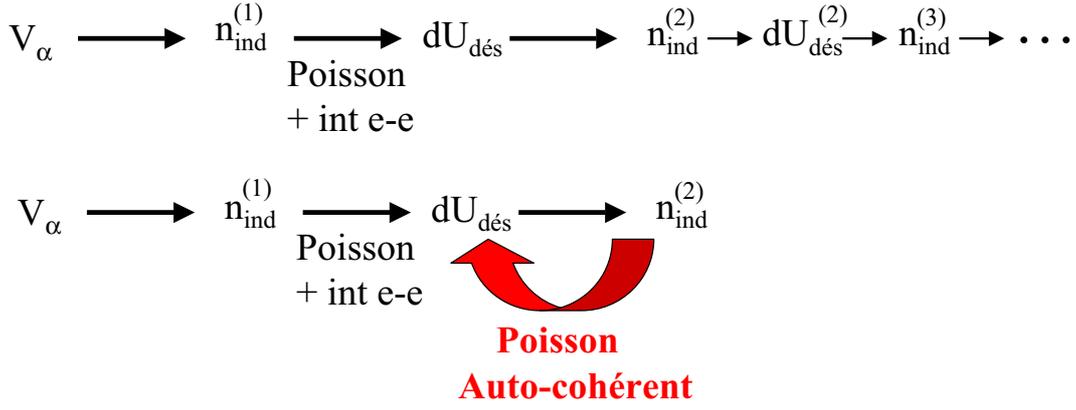
$$\langle dU_{\text{dés}} \rangle_{\vec{r}} = \frac{\gamma_{\text{int}}}{\nu S} \int d\vec{r} \left[ dn(\vec{r}, V, \vec{B}) - dn(\vec{r}, V, \vec{0}) \right] \quad (4.79)$$

Après moyennage sur le désordre, les auteurs trouvent à l'aide de la théorie diagrammatique pour l'amplitude typique (sur le désordre<sup>19</sup>) des fluctuations du potentiel électrique

<sup>17</sup>Attention la fonction de corrélation densité-densité à l'équilibre est courte portée!!! [61]. Ici, il s'agit de la variation de densité par rapport à l'équilibre!

<sup>18</sup> $\langle \rangle_{\vec{r}}$  signifie moyenne spatiale

<sup>19</sup> $\delta$  signifie amplitude moyenne des fluctuations sur le désordre, on parlera aussi d'amplitude typique ou de racine carrée de la variance sur le désordre



$$\text{Puis: } \delta G_2 \cong \left( \frac{dG}{dU_{\text{dés}}} \right) \frac{\delta dU_{\text{dés}}}{V}$$

FIG. 4.22 – Résumé des interactions mutuelles entre variation de densité électronique et potentiel électrique interne. Cela explique l'intérêt d'un traitement auto-cohérent pour calculer la conductance non linéaire.

interne :

$$\delta \langle dU_{\text{dés}} \rangle_{\vec{r}} = \frac{\gamma_{\text{int}}}{g} f \left( \frac{B}{B_c} \right) eV \quad (4.80)$$

où  $B_c$  correspond à l'échelle typique des fluctuations de conductance, *i.e.* à un quantum de flux  $\Phi_0$  dans une trajectoire typique des électrons à l'intérieur de l'échantillon (cf. section (2.5.1)) et où  $f$  est une fonction telle que  $f(x) = x$  pour  $x \ll 1$  et  $f(x) = 1$  pour  $x > 1$ . Et en utilisant que :

$$\delta G_2 \cong \left( \frac{dG}{\langle dU_{\text{dés}} \rangle_{\vec{r}}} \right) \frac{\delta \langle dU_{\text{dés}} \rangle_{\vec{r}}}{V} \quad (4.81)$$

et que [42] :

$$\delta \left( \frac{dG}{\langle dU_{\text{dés}} \rangle_{\vec{r}}} \right) = \frac{e^2}{h} \frac{1}{E_{\text{Th}}} \quad (4.82)$$

on obtient le résultat final :

$$\delta G_2^{AS} \cong \frac{e^2}{h} \frac{\gamma_{\text{int}}}{g} f \left( \frac{B}{B_c} \right) \frac{e}{E_{\text{Th}}} \quad (4.83)$$

### Approche auto-cohérente de Büttiker-Sanchez [27] à l'échelle mésoscopique

Le résultat de Spivak-Zyuzin [26] est au premier ordre en interaction (tout en considérant un fort écrantage, ce qui est un peu paradoxal). On va voir que dès que les interactions sont un peu plus fortes, il faut trouver le potentiel électrique interne de façon auto-cohérente. Nous nous inspirerons pour cela assez largement de la référence [62]. La méthode que nous allons décrire ressemble à la RPA pour un système hors d'équilibre. En effet, on a vu que la non linéarité était déterminée par le potentiel électrique interne généré

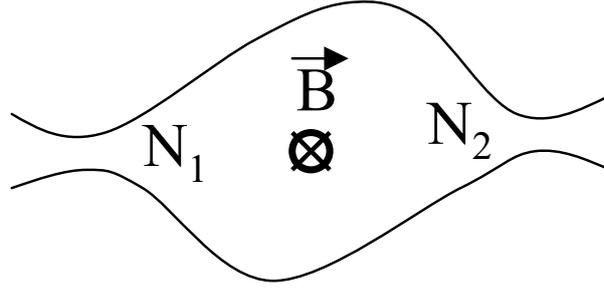


FIG. 4.23 – Schéma typique d'une cavité chaotique du type de celles qu'utilisent Büttiker *et al.* pour leurs calculs.

par les variations locales de la densité de charge. Mais, à son tour le nouveau potentiel électrique interne fait varier localement la densité de charge et ainsi de suite... (cf. Fig. 4.22)

Soit une cavité chaotique<sup>20</sup> (cf. Fig. 4.23) dans le régime universel avec une force d'interaction arbitraire. Elle est connectée à  $N$  réservoirs électroniques<sup>21</sup> par l'intermédiaire de contacts :  $\alpha = 1, \dots, N$ . La statistique du transport dans un tel échantillon est bien décrite par la théorie des matrices aléatoires : RMT<sup>22</sup> (cf. annexe (C) et la référence [33] par exemple pour une revue). La théorie présentée conserve les charges et le courant total, elle est aussi invariante par variation globale de la tension (invariance de Jauge)<sup>23</sup>. On utilise la matrice de diffusion  $S_{\alpha\beta, nm}$  définie dans la section (4.2.1). Elle dépend de l'énergie  $E$  de l'onde électronique et du potentiel électrique interne  $U_{\text{dés}}[x, V_\alpha]$  au sein du conducteur. Supposant la matrice de diffusion connue, nous avons trouvé la formule 4.15 qui peut se mettre sous la forme :

$$\hat{I}_\alpha = \frac{e}{h} \sum_\beta \int d\epsilon f_\beta(\epsilon) A_{\alpha\beta}(\epsilon, V_\alpha, V_\beta, \dots) \quad (4.84)$$

ce qui nous avait amené à la loi de Kirchhoff quantique :

$$I_\alpha = \sum_\beta G_{\alpha\beta} V_\beta \quad (4.85)$$

avec :

$$G_{\alpha\beta} = \frac{e^2}{h} \int d\epsilon \left( -\frac{\partial f}{\partial \epsilon} \right) \mathcal{T}_{\alpha\beta} \quad \text{où} \quad \mathcal{T}_{\alpha\beta} = \text{Tr} \left[ \mathbf{1}_\alpha \delta_{\alpha\beta} - S_{\alpha\beta}^\dagger S_{\alpha\beta} \right] \quad (4.86)$$

<sup>20</sup>Le caractère chaotique de la cavité peut venir de la diffusion sur des impuretés quand  $l_e \ll L$  ou de la forme irrégulière d'une cavité dont la dynamique classique est chaotique

<sup>21</sup>Certains réservoirs peuvent être déconnectés du reste pour autoriser les grilles (couplage capacitif)

<sup>22</sup>la RMT (Random Matrix Theory) peut être appliquée seulement quand la cavité est chaotique et dans le régime universel. Cela revient à ce que l'énergie de Thouless de la cavité soit la plus grande échelle d'énergie du système. Au contraire, la méthode semi-classique peut aussi être utilisée pour des cavités non chaotiques, pourvu que  $k_F l_e \gg 1$

<sup>23</sup>En effet, il existe toujours un volume de Gauss qui englobe le conducteur et les grilles aux alentours de façon à ce que le flux électrique à travers la surface de ce volume soit nul. Ainsi, la caractéristique I-V est invariante de Jauge.

Pour le transport linéaire, la matrice de diffusion est évaluée à  $U_{\text{éq}}$  (potentiel électrique interne à l'équilibre) qui est une fonction paire de  $B$ . Donc, à l'équilibre  $S_{\alpha\beta}(B) = S_{\beta\alpha}(-B)$  [27] et la conductance linéaire 2 contacts est paire en champ magnétique.

Allons un peu plus loin et écrivons le courant au second ordre en tension :

$$I_\alpha = \sum_{\beta} G_{\alpha\beta} V_\beta + \sum_{\beta\gamma} G_{\alpha\beta\gamma} V_\beta V_\gamma + \dots \quad (4.87)$$

Développons (Eq.4.84) par rapport à la tension au second ordre<sup>24</sup> :

$$G_{\alpha\beta\gamma} = \frac{e^2}{h} \int d\epsilon \left( -\frac{\partial f}{\partial \epsilon} \right) \left( \frac{\partial \mathcal{T}_{\alpha\beta}}{\partial V_\gamma} + \frac{e}{2} \frac{\partial \mathcal{T}_{\alpha\beta}}{\partial E} \delta_{\beta\gamma} \right) \quad (4.88)$$

L'invariance de Jauge et la conservation du courant conduisent à de nouvelles règles de somme :

$$\sum_{\alpha} G_{\alpha\beta\gamma} = \sum_{\gamma} (G_{\alpha\beta\gamma} + G_{\alpha\gamma\beta}) = 0 \quad \text{et} \quad \frac{e}{2} \frac{\partial \mathcal{T}_{\alpha\beta}}{\partial E} + \sum_{\gamma} \frac{\mathcal{T}_{\alpha\beta}}{\partial V_\gamma} = 0 \quad (4.89)$$

Pour déterminer les dérivées :  $\partial \mathcal{T}_{\alpha\beta} / \partial V_\gamma$ , on rappelle que les  $\mathcal{T}_{\alpha\beta}$  dépendent du potentiel électrique interne  $U(x)$ . La variation du potentiel hors équilibre :  $dU_{\text{dés}}(x) = U_{\text{dés}}(x) - U_{\text{éq}}(x)$  est déterminée par les potentiels caractéristiques qui sont définis par :  $u_\gamma(x) = (\partial U_{\text{dés}}(x) / \partial V_\gamma)_{\text{éq}}$ . On a donc  $dU_{\text{dés}} = \sum_{\alpha} u_\alpha V_\alpha$ . Pour calculer les potentiels caractéristiques, on introduit les injectivités :

$$\frac{dn(x, \alpha)}{d\epsilon} = -\left(\frac{1}{4\pi i}\right) \sum_{\beta} \left[ S_{\beta\alpha}^\dagger \left( \frac{\delta S_{\beta\alpha}}{e\delta U_{\text{dés}}(x)} \right) - \left( \frac{\delta S_{\beta\alpha}^\dagger}{e\delta U_{\text{dés}}(x)} \right) S_{\beta\alpha} \right] \quad (4.90)$$

Elles correspondent aux électrons injectés par le contact  $\alpha$ . Ce sont des densités d'état locales et partielles, c'est-à-dire que leur somme sur tous les contacts redonne la densité d'états locale  $dn(x)/d\epsilon$ .

Les variations  $eV_\alpha$  des potentiels électro-chimiques des contacts induisent, dans le conducteur à potentiel électrique interne fixé  $U_{\text{éq}}(x)$ , un changement de la densité de charge :

$$n_{\text{ind}}^{(1)}(x) = \sum_{\alpha} \int d\epsilon f_\alpha(\epsilon) \frac{dn(x, \alpha)}{d\epsilon} = e^2 \sum_{\alpha} \frac{dn(x, \alpha)}{d\epsilon} V_\alpha \quad (4.91)$$

Mais en général, et c'est **là qu'intervient la non linéarité**, cette variation de la densité de charge locale engendre **aussi** un changement dans le potentiel interne local au sein de l'échantillon  $dU_{\text{dés}}(x)$ . Lui même à son tour va induire une variation dans la densité de charges  $n_{\text{ind}}^{(2)}(x)$  et ainsi de suite... (cf. Fig. 4.22) Pour prendre en compte de façon auto-cohérente ces variations imbriquées, il est utile d'écrire :

$$n_{\text{ind}}^{(2)}(x) = -e^2 \int \Pi(x, y) dU_{\text{dés}}(y) d^3y \quad (4.92)$$

où  $\Pi(x, y)$  est la fonction de polarisation de Lindhard qui correspond à un terme d'écran-tage non local. Quand l'écran-tage est fort :  $\Pi(x, x') = k^2 \delta(x - x')$  où  $k = 1/\lambda_{TF}$ . On

<sup>24</sup>Dans la référence [62], le spin des électrons est pris en compte, ce qui n'est pas le cas ici d'où les facteurs 2 qui diffèrent.

utilise ensuite l'équation de Poisson  $\nabla^2(dU_{\text{dés}}(x)) = -4\pi e^2/\epsilon_0\epsilon_r \left( n_{\text{ind}}^{(1)}(x) + n_{\text{ind}}^{(2)}(x) \right)$ . Ce qui donne :

$$-\nabla^2 u_\alpha(x) + 4\pi e^2 \int \Pi(x, y) u_\alpha(y) d^3y = \frac{4\pi e^2}{\epsilon_0\epsilon_r} \frac{dn(x, \alpha)}{d\epsilon} \quad (4.93)$$

qui est l'équation auto-cohérente dont les solutions  $u_\alpha$  déterminent à la fois la densité locale de charge  $n(x)$ , le potentiel interne local  $U_{\text{dés}}(x)$  de l'échantillon, et par la-même la conductance non linéaire d'ordre 2. En effet, on peut réécrire l'équation (4.88) à l'aide des potentiels caractéristiques selon :

$$G_{\alpha\beta\gamma} = \frac{e^3}{h} \int d\epsilon \left( -\frac{\partial f}{\partial \epsilon} \right) \int d^3x \frac{\partial \mathcal{T}_{\alpha\beta}}{e\partial U_{\text{dés}}(x)} \left( u_\gamma(x) - \frac{1}{2}\delta_{\beta\gamma} \right) \quad (4.94)$$

Pour résumer, la non linéarité est décrite par les potentiels caractéristiques  $u_\alpha$  qui proviennent de l'écrantage d'une charge supplémentaire (reliée à l'injectivité  $dn(\alpha)/d\epsilon$ ) injectée par le contact  $\alpha$ . De même, le courant supplémentaire arrivant dans le contact  $\alpha$  à cause d'une variation du potentiel interne local est donné par l'émissivité dans  $\alpha$  :  $dn_{\text{ém}}(\alpha)/d\epsilon$ . A cause de la micro-réversibilité, on a :

$$dn(\alpha, B, x)/d\epsilon = dn_{\text{ém}}(\alpha, -B, x)/d\epsilon \quad (4.95)$$

Néanmoins, ni l'injectivité, ni l'émissivité seules ne sont invariantes par renversement de  $B$ . Il en résulte que les potentiels caractéristiques ne sont pas pairs en champ magnétique et donc la conductance non linéaire non plus ! Soulignons que dans l'équation (4.94), l'asymétrie en champ magnétique provient seulement de la modification (par l'intermédiaire de l'interaction électron-électron) du potentiel interne écranté  $dU_{\text{dés}}$  dans l'échantillon soumis à une différence de potentiel  $V$  (à l'équilibre, on a pour une mesure 2 contacts  $U_{\text{éq}}(B) = U_{\text{éq}}(-B)$ ). Il est donc important de connaître parfaitement (à tout ordre) cette modification, ce qui explique l'intérêt de la méthode auto-cohérente.

Finalement, la référence [32] donne l'amplitude typique des fluctuations de la partie antisymétrique en  $B$  de la conductance non linéaire selon<sup>25</sup> :

$$\delta G_2^{AS}(\Phi) \cong \frac{\gamma_{\text{int}}}{g} f\left(\frac{\Phi}{\Phi_c}\right) \frac{e^2}{h} \frac{e}{E_{\text{Th}}} \quad (4.96)$$

avec  $f$  qui est une fonction telle que  $f(x) = x$  pour  $x \ll 1$  et  $f(x) = 1$  pour  $x > 1$ . où  $\gamma_{\text{int}}$  est définie au sens de Sanchez et Büttiker [27] dans la section (4.3.2). Attention, dans une cavité comme celle de la figure (4.23) où les ouvertures sont étroites,  $\Phi_c \neq B_c S$  (alors dans les systèmes ouverts on a  $\Phi_c = B_c S$ , cf. section (2.5.1)). Ici, le temps  $\tau_{dw} = h/(N\Delta)$  que l'électron passe à l'intérieur ("dwell time" en anglais) est plus grand que le temps mis pour explorer l'espace des phases  $\tau_{\text{erg}} = \hbar/E_{\text{Th}}$ . A chaque tour dans la cavité la trajectoire de l'électron englobe un flux  $BS = \Phi$ . L'électron faisant dans l'anneau  $n_t = \tau_{dw}/\tau_{\text{erg}}$  tours incohérents entre eux, sa trajectoire englobe au total un flux  $BS\sqrt{n_t} > BS$ . Ainsi, Büttiker et Sanchez définissent  $\Phi_0$  par  $B_c S$  et  $\Phi_c$  par  $B_c S/\sqrt{n_t}$  (ils ont  $\Phi_c \ll \Phi_0$ ).  $B_c/\sqrt{n_t}$  correspond au champ qu'il faut dans la cavité pour déphaser l'électron de  $2\pi$  le long de sa trajectoire. On voit ainsi que pour un système ouvert, comme  $\tau_{dw} = \tau_{\text{erg}}$ , on a  $\Phi_c = \Phi_0$ . Pour nos expériences, on a également  $n_t \approx 1$  (cf. annexe (C)) et donc  $\Phi/\Phi_c \approx B/B_c$ .

<sup>25</sup>le  $\delta$  de cette formule signifie amplitude moyenne des fluctuations sur le désordre ou sur différents échantillons ce qui revient au même.

Pour résumer, les différentes théories prédisent (pour  $\delta G_2^S$  voir [42, 43]; pour  $\delta G_2^{AS}$  dans le cas d'un échantillon diffusif en faible interaction voir [26], dans le cas d'une cavité chaotique voir [27]) :

$$\delta G_2^S \cong \frac{e^2}{h} \frac{e}{E_{Th}} \quad , \quad \delta G_2^{AS}(\Phi) \cong \frac{\gamma_{\text{int}}}{g} f\left(\frac{\Phi}{\Phi_c}\right) \frac{e^2}{h} \frac{e}{E_{Th}} \quad (4.97)$$

où  $\frac{\Phi}{\Phi_c} = \frac{B}{(B_c/\sqrt{n_i})}$ .

## Autres contributions expérimentales possibles au transport non linéaire d'ordre 2

La présence d'une grille électrostatique, utilisée pour moduler le potentiel électrochimique (à l'intérieur) de l'échantillon, peut aussi rajouter un courant non linéaire appelé de "self-gating" [57], [63]. La partie  $AC$  de la tension de grille :  $V_g(t) = V_g^{DC} + V_g^{AC} \sin(\omega t)$  peut en effet se coupler aux réservoirs de source et de masse donnant naissance à une tension :  $V_{ds}(t) = \alpha V_g^{AC} \sin(\omega t + \phi)$ . Cela donne naissance à un courant rectifié de la forme :  $I_{\text{rect}} = \frac{\omega}{2\pi} \int_0^{2\pi} \alpha V_g^{AC} \sin(\omega t + \phi) G[V_g(t)] dt$ . Pour  $V_g^{AC}$  très inférieure à l'échelle de corrélation de la tension de grille, cela donne :  $I_{\text{rect}} \approx \frac{\alpha}{2} \cos(\phi) (V_g^{AC})^2 (dG/V_g)$ .

Brouwer a aussi montré que pour un point quantique, une contribution au transport non linéaire, liée à un effet de pompage et proportionnelle à la pulsation  $\omega$  pourrait intervenir si on modulait la grille avec 2 tensions indépendantes [64]. Elle serait paire en champ magnétique et donc interviendrait dans  $G_2^S$  seulement.

La grille peut aussi briser la symétrie du dispositif de mesure. En effet, la grille est souvent définie par rapport à la masse connectée à l'échantillon.

Enfin, la grille peut aussi ajouter un contact couplé capacitivement à l'échantillon, et ainsi la mesure de la conductance pourrait ne plus être une vraie mesure à 2 contacts. Cela pourrait donner une contribution à  $G_2^{AS}$  (cf. calcul de la section (4.2.2)). C'est pour éviter ces différents effets que nous avons préféré ne pas utiliser d'échantillons avec des grilles électrostatiques.

De Vegvar *et al.* [52] ont montré que les sources de non linéarité ne peuvent pas être dues à une éventuelle dépendance en tension de  $L_\phi$  (car  $L_\phi$  est paire en  $V$ ).

Les différentes symétries en champ magnétique observées sur les conductances non linéaires d'ordre pair ou impair [65] excluent des effets thermoélectriques qui donneraient la même symétrie pour tous les termes.

À plus haute température,  $\delta G_2^{AS}$  peut être calculé par une approche basée sur l'équation de Boltzmann. Cela donnerait [26] un terme proportionnel au taux de relaxation ou à  $\gamma_{\text{int}}^2$  donc d'ordre supérieur.

Enfin, Spivak et Zyuzin [26] ont étudié un autre effet proportionnel à  $B$ . Il se produit quand un électron incident est transmis à travers l'échantillon sous la forme de 2 électrons et un trou. Mais ce processus donne un terme proportionnel à  $V^2 B$  dans  $G_1$ , c'est-à-dire une contribution à  $G_3$ .

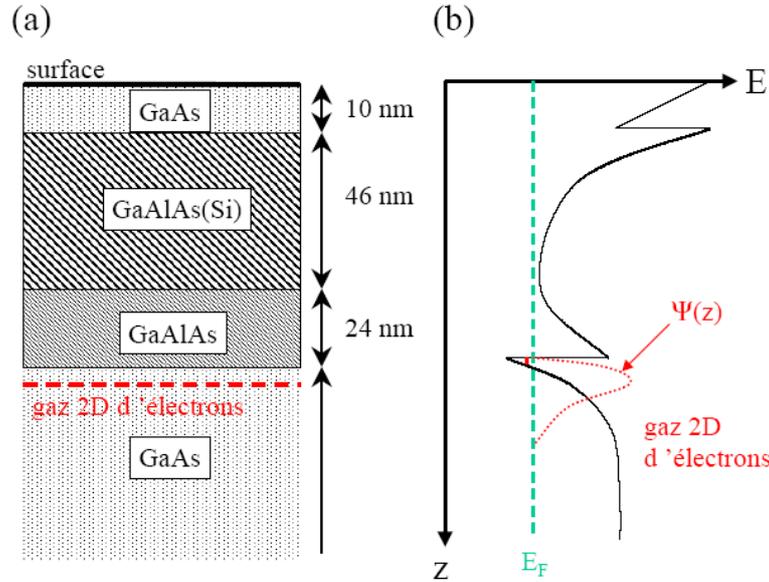


FIG. 4.24 – (a) Coupe de l'hétérojonction où l'on voit les empilements des semi-conducteurs. (b) Profil du potentiel ressenti par les électrons. Le puits de potentiel se forme à l'interface, la fonction d'onde électronique a une extension inférieure à  $\lambda_F$  suivant  $z$ . Il se forme un gaz bidimensionnel d'électrons (2DEG).

## 4.4 Echantillons

### 4.4.1 Hétérojonctions

Les anneaux que l'on a mesurés dans cette partie ont été réalisés à partir d'une hétérojonction GaAs/AlGaAs fabriquée par A. Cavanna et U. Gennser au LPN à Marcoussis. Cette hétérojonction est constituée de 2 semi-conducteurs de bande interdite différente. En dopant l'une des couches avec des atomes donneurs d'électrons (Si) il est possible de créer à l'interface GaAs/AlGaAs un gaz d'électrons qui se trouve confiné sur une épaisseur inférieure à  $\lambda_F$  (cf. Fig. 4.24). On parle alors de gaz bidimensionnel d'électrons (2DEG). Le désordre vu par les électrons est créé par les donneurs Si (qui deviennent  $Si^+$ ). Ces ions créent un potentiel désordonné au niveau du 2DEG qui est assez faible car ils sont situés à une distance importante. Ceci explique les grandes valeurs de libre parcours moyen et donc de mobilité électronique obtenues dans ces systèmes. Les caractéristiques avant gravure des gaz 2D utilisés pour nos échantillons sont les suivantes : densité  $n_e = 3.8 \cdot 10^{15} e/m^2$  et mobilité  $\mu_e = 6 \cdot 10^5 \text{cm}^2 \text{Vs}^{-1}$ , ce qui correspond à<sup>26</sup>  $\lambda_F \approx 40 \text{nm}$  et  $l_e \approx 6 \mu\text{m}$ .

### 4.4.2 Fabrication

Par les techniques de nanolithographie habituelles (cf. section (3.3.1)), on commence par mettre en place les contacts ohmiques en or-germanium-nickel et les croix d'alignement. Puis, on les chauffe pour qu'ils diffusent jusqu'au (2DEG). Ensuite dans une seconde étape, on vient se réaligner sur les croix qu'on avait dessiné en même temps que les contacts

<sup>26</sup>En effet, on a  $\mu_e = e\tau_e/m = \sigma/(n_e e) = v/E$  et à 2D  $k_F^2 = 2\pi n_e$ .

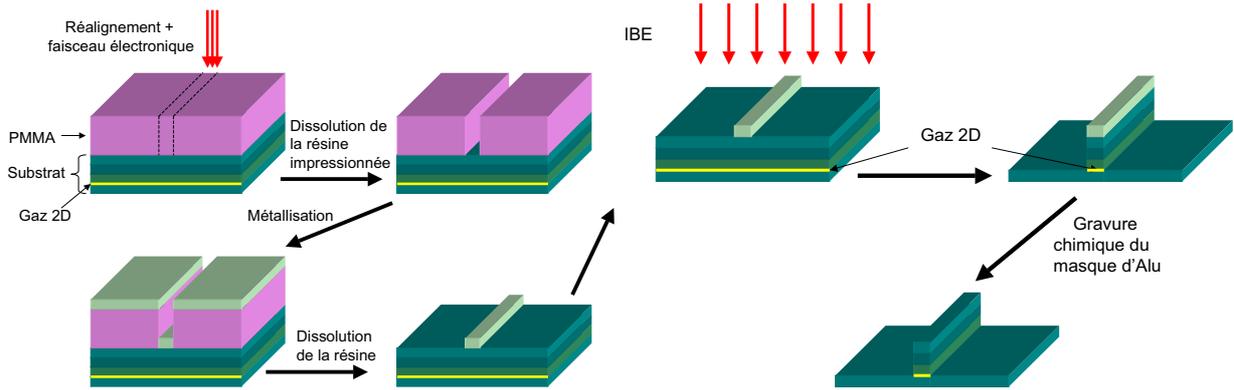


FIG. 4.25 – Procédé de fabrication des anneaux (2DEG). On dépose d'abord un masque d'Aluminium par lithographie électronique, puis on grave au canon à Argon (IBE) tout ce qui n'est pas protégé. Les électrons ne restent qu'aux endroits non gravés. En réalité, on utilisait plutôt une bicouche de PMMA/PMMA-MAA qu'une seule couche de PMMA, au contraire de ce qui est indiqué sur le dessin.

ohmiques, pour déposer un masque d'aluminium ayant la forme de l'échantillon à réaliser (cf. Fig. 4.25). On grave tout ce qui n'est pas protégé à l'aide d'un canon à Argon (Ion Beam Etching : IBE<sup>27</sup>). On peut ensuite tester sous pointe la résistance entre 2 contacts ohmiques et vérifier qu'elle est modifiée en éclairant. Si on ne trouve pas de modification, cela signifie que les échantillons n'ont pas été assez gravés et on utilise à nouveau l'IBE<sup>28</sup>. Enfin, il ne reste plus qu'à ôter le masque d'Aluminium avec une solution basique concentrée (soude, potasse ou autre... On a utilisé le MF319 qui est un développeur optique  $\approx 30s$  pour 50nm d'Aluminium). Une photographie globale ainsi qu'un agrandissement de l'échantillon et de ses contacts, prise au microscope optique est représentée dans la figure (4.26). Les anneaux 1 et 2 sont identiques à la largeur près. L'anneau 3 qui s'est avéré en fait, avoir un fil cassé est représenté sur la figure (4.27). Il est beaucoup plus ancien que les 2 autres.

### 4.4.3 Caractérisation

Nous avons déterminé la densité électronique par effet Shubnikov de Haas [19]. Nous avons trouvé une densité identique à celle de départ<sup>29</sup>  $n_e = 3.8 \times 10^{15} m^{-2}$ . Ensuite, la période des oscillations AB correspondant à un  $\Phi_0$  dans la surface  $L^2$  de l'anneau donne la longueur  $L = 1.2 \mu m$  des côtés de l'anneau carré. Cela correspond bien à la valeur mesurée au microscope optique. De plus, la largeur du pic en  $\Phi_0$  de la transformée de Fourier permet de remonter à  $W_{\text{eff}}$  où  $W_{\text{eff}} = W \sqrt{3W/(9.5l_e)}$ . Il semble que les réflexions soient plutôt spéculaires dans ce type de jonction [66]. Pour obtenir la conductance  $G = 1/R$  d'un côté de l'anneau, on procède comme suit. On compte le nombre de carrés dans les fils et sachant la résistance par carré du gaz 2D, on estime la résistance de contact à  $1k\Omega$ .

<sup>27</sup>Les paramètres de gravure étaient de 500V, 10mA,  $P_{Ar} = 2 \cdot 10^{-4} \text{mbar}$

<sup>28</sup>Les anneaux appelés 1, 2 et 3 ont été moins gravés que l'anneau destiné aux mesures haute fréquence.

<sup>29</sup>En fait, comme la mesure de résistance est seulement 2 contacts, on sonde par cette méthode essentiellement la densité électronique dans les fils arrivant à l'échantillon et non l'échantillon lui-même. Comme ces fils sont très larges, il est naturel que la densité n'ait pas été beaucoup modifiée par la gravure dans ces derniers. Dans la suite, on supposera que la densité électronique dans l'anneau est la même qu'ailleurs.

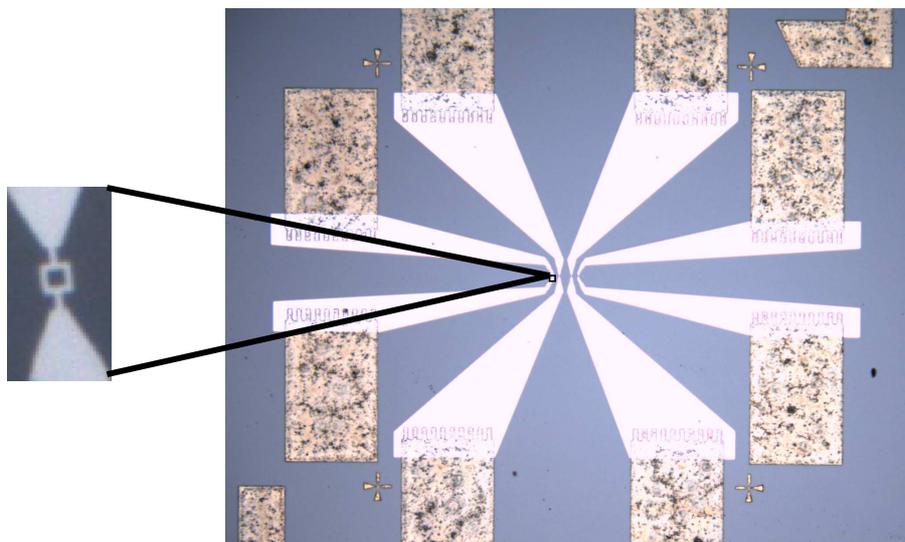


FIG. 4.26 – Photographie prise au microscope optique de l'échantillon contenant 4 anneaux dont l'anneau 1 à gauche. A gauche, agrandissement et à droite vue globale. Les structures en haut à droite et en bas à gauche sont des croix pour l'alignement grossier. Les 4 autres petites croix sont destinées à l'alignement fin.

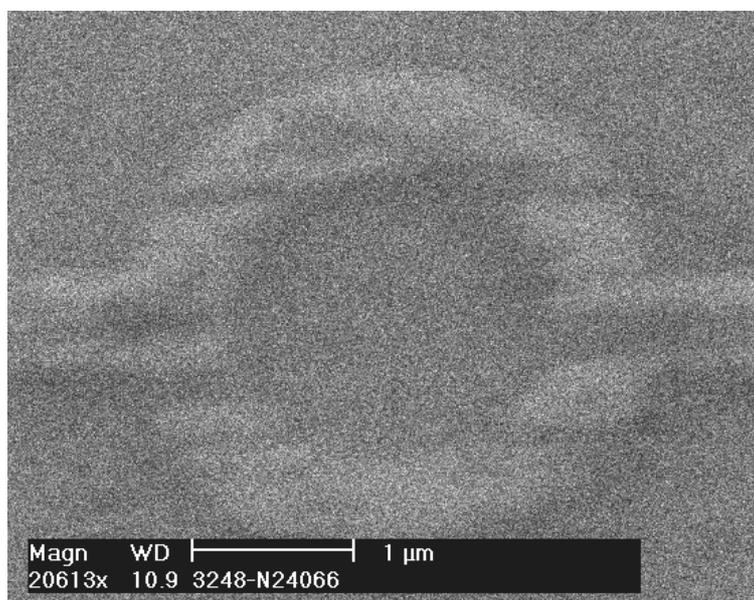


FIG. 4.27 – Image prise au microscope électronique à balayage de l'anneau 3. Il s'est avéré que l'un des bras était cassé.

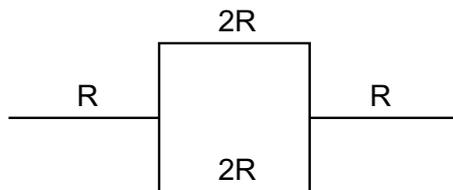


FIG. 4.28 – Schématisation de la résistance des anneaux 1 et 2 et des fils les connectant au réservoir.  $R$  correspond à la résistance d'un côté de l'anneau de longueur  $L$ .

$n_e$	$3.8 \cdot 10^{15} \text{ e/m}^2$
$\lambda_F$	40 nm
$v_F$	$2.3 \cdot 10^5 \text{ m/s}$
$E_F$	$\approx 100 \text{ K}$
Côté de l'anneau $L$	$1.2 \mu\text{m}$
$W$ , dépend des échantillons	$0.3 - 0.45 \pm 0.05 \mu\text{m}$
$l_e$ , dépend des échantillons	$1 - 2 \mu\text{m}$
Avant gravure $l_e$	$6 \mu\text{m}$
$E_{\text{Th}} = \hbar D/L^2$	$\approx 200 \text{ mK}$
Ecart moyen entre niveau $\Delta = 2\pi\hbar^2/(mS)$	100 mK
Nombre d'électrons dans l'anneau $N_e$	$\approx 1000$
Nombre de canaux, dépend des échantillons $g$	$1 - 21$

TAB. 4.1 – Caractéristiques des anneaux 1 et 2.  $n_e$  est déduit des mesures de l'effet Shubnikov de Haas.  $L$ ,  $W$  et  $l_e$  sont calculés à partir des oscillations AB et de la mesure de la conductance. Les autres paramètres sont déduits de ces valeurs.

C'est approximativement la valeur obtenue dans des systèmes analogues en comparant les mesures 2 et 4 contacts. Comme la résistance mesurée est la résistance de contact en série avec  $3R$  (cf. Fig. 4.28), on peut calculer  $G = 1/R$ . Ensuite, des formules de  $W_{\text{eff}}$  et de  $G = (e^2/h)(k_F W l_e/L) = (e^2/h)g$ , on tire  $W$  et  $l_e$ . Les caractéristiques sont regroupées dans le tableau (4.1).

Les parties protégées font approximativement  $0.5\mu\text{m}$  et  $0.7\mu\text{m}$  de large, c'est-à-dire un peu plus que ce qui est déduit des mesures de transport. Ceci est normal parce que la gravure crée une petite zone de déplétion sous le masque d'Aluminium<sup>30</sup>. Contrairement aux expériences précédentes sur le même sujet [57, 67, 65], il n'y a pas de grilles électrostatiques au dessus du 2DEG.

Les échantillons étudiés dans la partie AC sont constitués d'anneaux carrés ( $1.5\mu\text{m}$  de côté) gravés de même que les échantillons précédents dans un gaz bidimensionnel d'électrons (cf. Fig. 4.29). Ces anneaux sont dans le régime diffusif et ne contiennent que quelques canaux de conduction avec une conductance sans dimension variant de 2 à 5. De même que pour les autres échantillons, des mesures de magnétoconductance linéaire à très basse température on peut déduire les paramètres caractéristiques des anneaux qui sont détaillés

<sup>30</sup>D'habitude la zone de déplétion est légèrement plus grande, mais la différence vient peut être du fait que l'on a très peu gravé les anneaux ici.

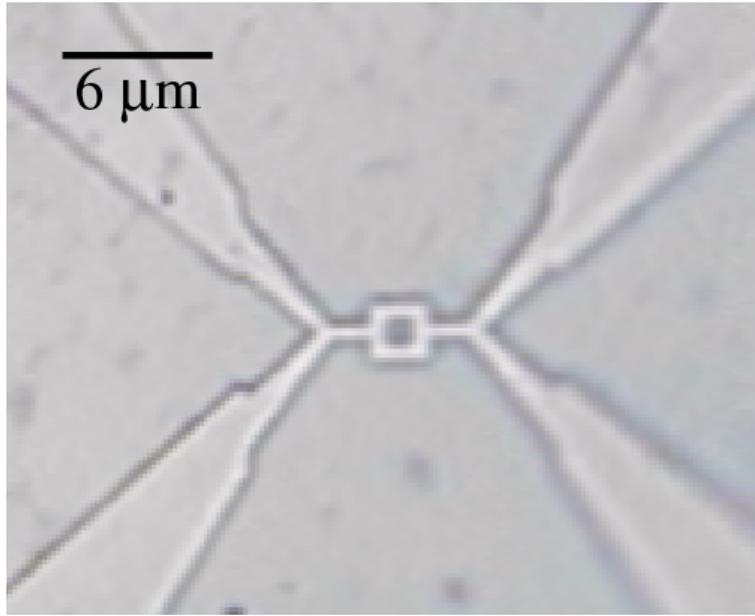


FIG. 4.29 – Photographie de l’anneau étudié dans la partie  $AC$  prise au microscope optique.

dans le tableau 4.2. Il n’y a pas non plus de grille électrostatique sur ces échantillons.

#### 4.4.4 Modification de la conductance

Pour accroître la conductance, on a éclairé l’échantillon à l’aide d’une diode électroluminescente située près de ce dernier. Cela a pour effet principal d’augmenter la largeur des bras des anneaux. Des mesures précédentes ont montré que cela augmentait également la densité électronique (cf. Fig. 4.30) et diminuait le libre parcours moyen [68].

On a pu aussi diminuer la conductance et changer la configuration du désordre en appliquant des impulsions de courant entre 10 et  $50\mu A$  comme cela avait été fait auparavant [69].

Périmètre moyen $2L$	$6\ \mu\text{m}$
Largeur $W$	$0.2\ \mu\text{m}$
Largeur effective $W_{\text{eff}} = 0.6W(W/l_e)^{1/2}$	$0.07\ \mu\text{m}$
$l_e$	$2\ \mu\text{m}$
$D = v_F l_e / 2$	$0.2\ \text{m}^2\text{s}^{-1}$
$\tau_D = L^2 / D$	$0.45\ 10^{-10}\ \text{s}$
$f_c = 1 / (2\pi\tau_D)$	$3.5\ \text{GHz}$
$E_{Th} = \hbar D / L^2$	$170\ \text{mK}$

TAB. 4.2 – Caractéristiques de l’anneau étudié dans la partie  $AC$ .  $W$ ,  $l_e$  sont déduits de mesures de localisation faible sur des fils gravés dans la même hétérojonction et ayant la même largeur.

## Diode électro-luminescente

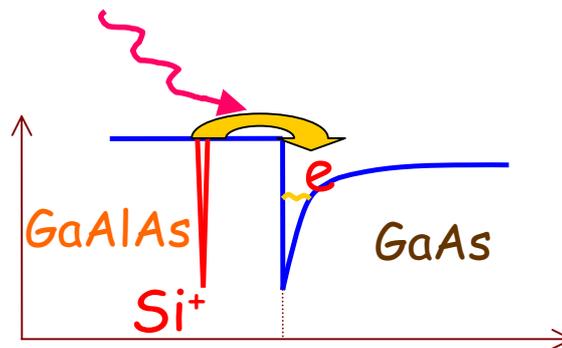


FIG. 4.30 – Densité d'états en fonction de la distance à la surface. On utilise la diode électro-luminescente pour augmenter la conductance de l'échantillon. Habituellement, cela se produit grâce à un accroissement la densité de porteurs électroniques, dans notre cas c'était essentiellement par un élargissement des bras de l'anneau.

# Chapitre 5

## Expériences très basses fréquences

### 5.1 Dispositif expérimental

Le dispositif expérimental (cf. Fig. 5.1) est exactement le même que pour la mesure de la conductance linéaire (cf. Fig. 4.14). La seule différence est qu'au lieu de mesurer le signal à  $f$  (i.e. l'harmonique 1 :  $V_1 \cos(2\pi ft)$ ), on le mesure à  $2f$  (i.e. l'harmonique 2 :  $V_2 \cos(4\pi ft)$ ). La détection synchrone permet très facilement de faire cela.

Pour être sûr de ne mesurer que l'harmonique 2 et bien couper l'harmonique 1, on vérifie que la constante de temps d'intégration  $\tau$  du lock-in est bien supérieure à  $1/2\pi f \approx 5\text{ms}$ . Ce qui est largement réalisé puisqu'on a pris  $\tau = 1\text{s}$ . On a aussi remarqué que tout le signal à  $2f$  était en quadrature par rapport à l'excitation. Il semblerait que ce ne soit dû qu'à l'électronique du lock-in SR830 puisque ça ne dépend pas de l'échantillon. En effet, on a vérifié que l'harmonique 2 pour une diode macroscopique était aussi en quadrature par rapport à l'harmonique 1 d'une résistance macroscopique.

#### Choix de l'amplitude de l'excitation

Toujours à champ nul, on a fait varier l'amplitude du courant de modulation jusqu'à 100nA (cf. Fig. 5.2). Les courbes sont indépendantes de la fréquence jusqu'à quelques kHz. On se place dans cette partie autour de  $f = 30\text{Hz}$ . Le courant a été choisi de façon à maximiser le signal de l'harmonique 2, tout en restant dans le régime quadratique ( $V_2 \propto I^2$ ). Si, on va au delà, des termes d'ordre supérieur apparaissent, réduisant d'autant les 2 premières harmoniques. C'est le cas, par exemple de l'harmonique 3 qui est sensible au chauffage. En effet :

$$V = R_1 I + R_2 I^2 + R_3 I^3 + \dots \quad (5.1)$$

Or, si le chauffage est important,  $R_1$  est modifiée telle que :

$$R_1 = R_1^0 + R_1^{chouf} \quad (5.2)$$

où [54] :  $R_1^{chouf}$  est paire en  $V$  et oscille à  $2\omega$ . Donc  $R_1^{chouf} I$  contribue à l'harmonique 3 qui n'est alors plus négligeable<sup>1</sup>.

---

<sup>1</sup>L'un des intérêts de notre mesure est justement qu'elle n'est sensible qu'à l'harmonique 2 (plus précisément qu'aux harmoniques pairs, mais on considère que dans le domaine où l'on se place (cf. Fig. 5.2), les harmoniques supérieurs ou égaux à 4 sont négligeables). Ce n'est pas le cas par exemple d'une méthode

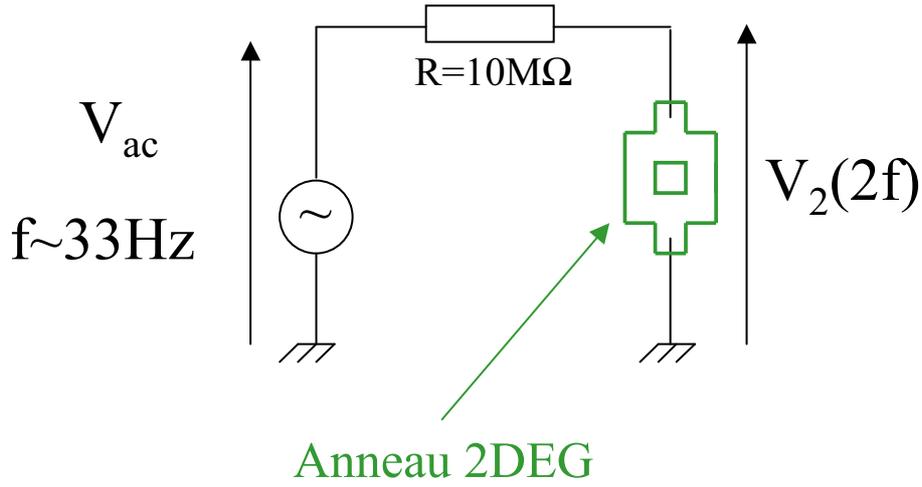


FIG. 5.1 – Schéma du dispositif expérimental pour la mesure de la seconde harmonique  $V_2$ .

On remarque que pour les valeurs de courant choisis, on a :  $eV \lesssim Ec$  (condition nécessaire pour développer la conductance en puissances de  $V$ ). En effet dans la section (4.4.3), on a calculé  $Ec \approx 200\text{mK} \approx 20\mu\text{V}$ . Or  $V = RI \approx 2\text{k}\Omega * 15\text{nA} \approx 30\mu\text{V}$ . On est légèrement au dessus de cette condition, mais la figure(5.2) prouve que nous sommes toujours dans le régime quadratique.

### Calcul de $G_2$ à partir de $V_1$ et de $V_2$

Les formules (4.97) donnent un courant et non une tension, qui est ce que l'on mesure en pratique.  $G_1$  et  $G_2$  se déduisent très simplement à partir des données expérimentales  $V_1$ ,  $V_2$  et  $I$  de la façon suivante :

$$G_1 = \frac{V_1}{I} \quad G_2 = -\frac{2V_2I}{V_1^3} \quad (5.3)$$

Puisque :

$$V = R_1I + R_2I^2 + \dots \quad I = G_1V + G_2V^2 + \dots \quad (5.4)$$

et qu'on a supposé que :  $V_1 \gg V_2$  ce qui est toujours le cas expérimentalement :  $R_1I \approx 2\text{k}\Omega * 15\text{nA} \approx 30\mu\text{V} \gg 200\text{nV}$  (cf. Fig. 5.2).

Le facteur 2 de l'équation (5.3) vient de :

$$V = R_1I + R_2I^2 = R_1I_{max} \cos(2\pi ft) + R_2I_{max}^2 \frac{1 + \cos(2\pi (2f) t)}{2} \quad (5.5)$$

Or ce qui est mesuré est bien l'amplitude du terme à  $2f$  :

$$V_2 = \frac{R_2I_{max}^2}{2} \quad \text{d'où} \quad R_2 = 2 \frac{V_2}{I_{max}^2} \quad (5.6)$$

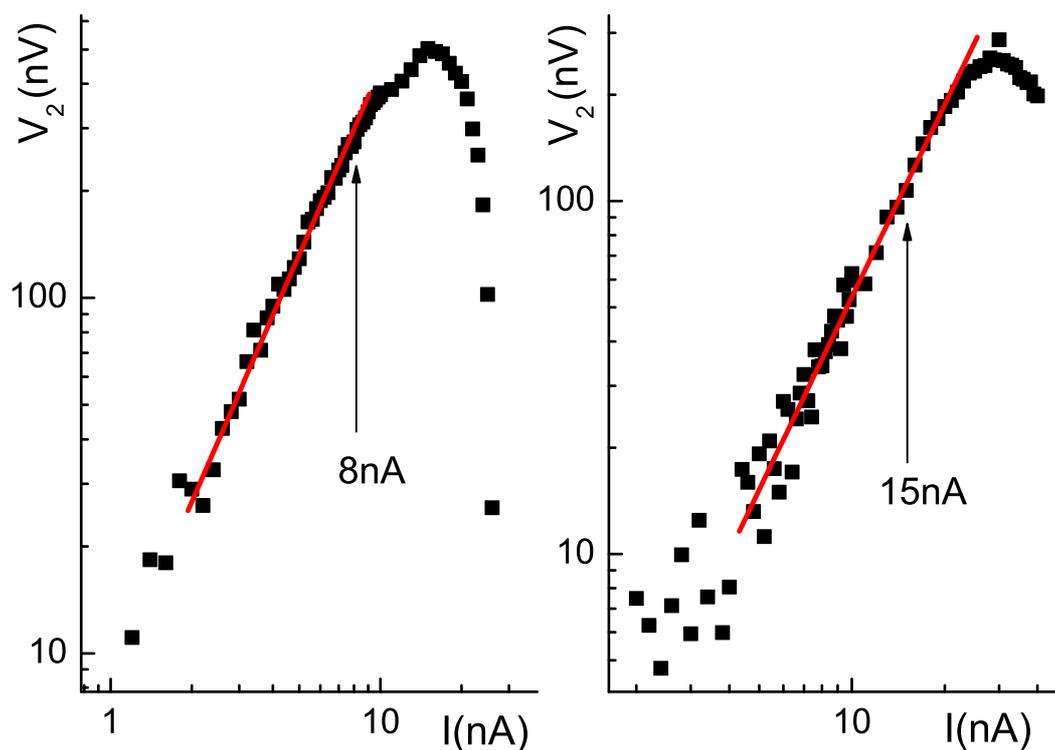


FIG. 5.2 – Harmonique 2 en fonction de l’amplitude du courant d’excitation pour l’anneau 2 à gauche et l’anneau 1 à droite. La pente est proche de 2. Les flèches indiquent les amplitudes des courants d’excitation qui ont été choisies pour maximiser le signal de l’harmonique 2 tout en restant dans le régime quadratique pour chaque échantillon.

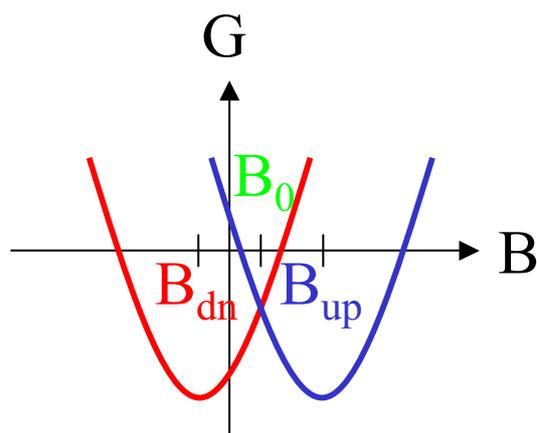


FIG. 5.3 – Exemple de courbes de magnéto-conductance. Celle dont le minimum est  $B_{up}$  est prise en balayant le champ de façon croissante, celle dont le minimum est  $B_{dn}$  est prise en balayant le champ de façon décroissante. Les 2 courbes sont décalées (de l’ordre de quelques Gauss).

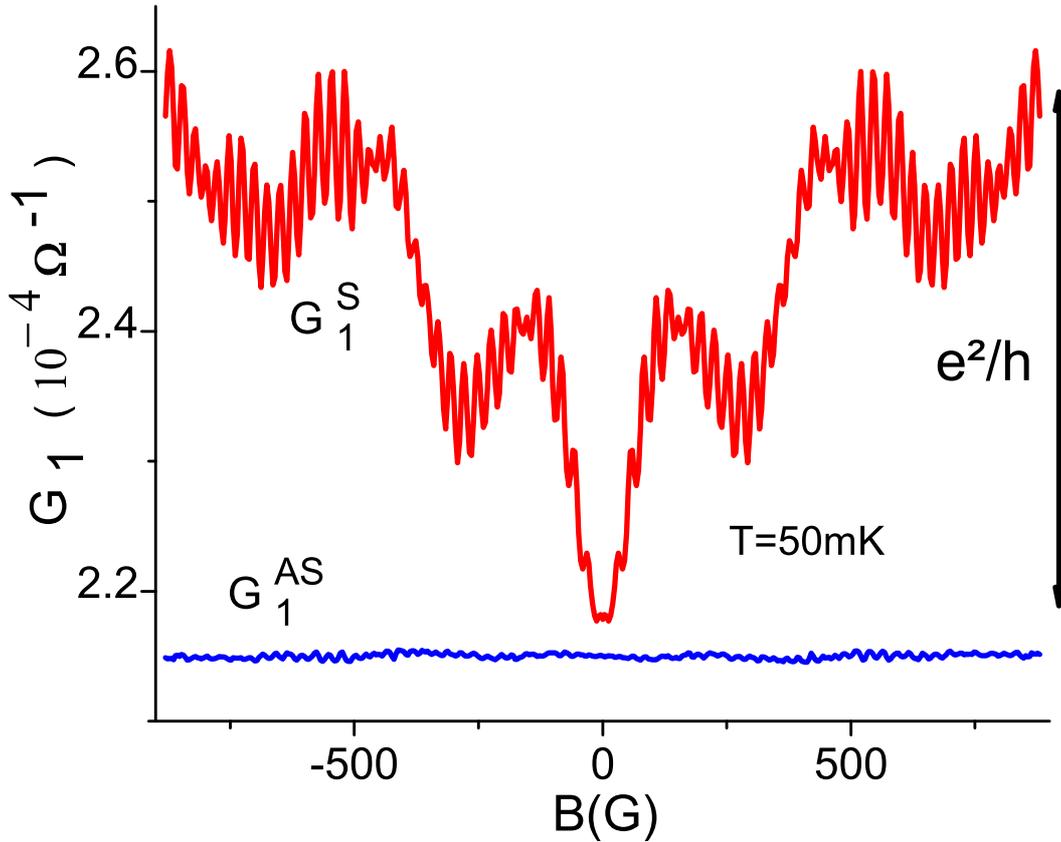


FIG. 5.4 – Partie symétrique  $G_1^S$  et antisymétrique  $G_1^{AS}$  de la conductance linéaire  $G_1$  pour l'anneau 1  $g = 5.3$ . Notez que  $G_1^S$  est largement négligeable devant  $G_1^{AS}$ . La courbe de  $G_1^S$  a été décalée pour mieux la comparer à son homologue antisymétrique.

### Traitement des données en fonction du champ magnétique

Le schéma de la figure (5.3) illustre le fait que les courbes en champ magnétique sont légèrement décalées en champ (de l'ordre de quelques Gauss) suivant qu'on balaye dans le sens des champs croissants (courbes qu'on appellera "up") ou dans le sens des champs décroissants (courbes qu'on nommera "dn"). On peut expliquer cela à cause de l'hystérésis des soudures en étain de la dilution. Pour pallier à ce problème, on traite les données de la façon décrite dans l'annexe (D). Cette méthode est validée parce que la conductance linéaire  $G_1$  obtenue est paire à mieux que 2 pour mille près (cf. Fig. 5.4).

## 5.2 Mesure de la conductance non linéaire d'ordre 2 $G_2$ et comparaison avec $G_1$

Dans la figure (5.4), on a décomposé numériquement  $G_1$ , en sa partie paire et impaire selon :  $G_1^{S,AS} = (G_1(B) \pm G_1(-B))/2$ . De même pour  $G_2$  dans la figure (5.5). On constate d'abord que  $G_2 = G_2^S + G_2^{AS}$  se comporte de façon analogue à  $G_1$ . En effet, elle est aussi

---

qui consiste à retirer la partie linéaire du signal. En effet, cette dernière est en particulier aussi sensible aux harmoniques impairs qui dépendent du chauffage [65].

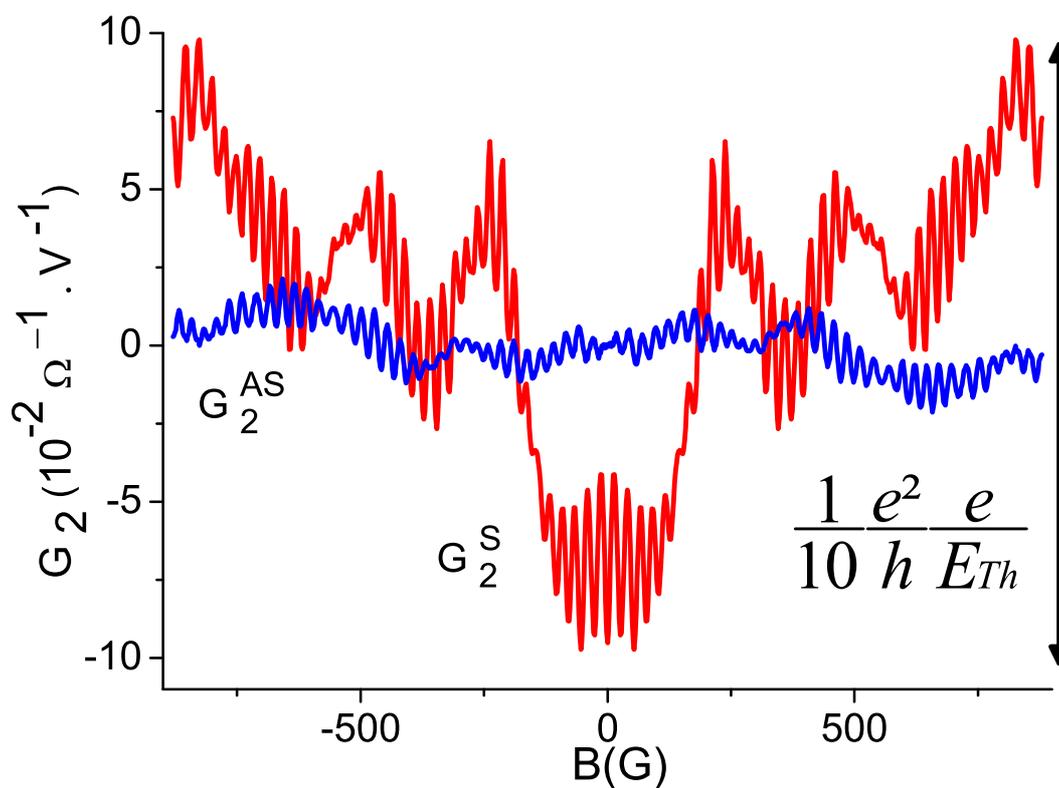


FIG. 5.5 – Partie symétrique  $G_2^S$  et antisymétrique  $G_2^{AS}$  de la conductance non linéaire d'ordre 2  $G_2$  pour l'anneau 1  $g = 5.3$ . Notez que  $G_2^{AS}$ , contrairement à  $G_1^{AS}$ , est loin d'être négligeable devant son homologue symétrique.

Anneau 1	Anneau 2
$g = 5.3$	$g = 13.5$
$g = 0.0$	$g = 12.0$
$g = 0.0$	$g = 10.5$
$g = 0.0$	$g = 11.1$
$g = 1.2$	$g = 13.0$
$g = 2.5$	$g = 18.5$
$g = 4.2$	$g = 17.1$
$g = 6.7$	$g = 21.4$

TAB. 5.1 – Différentes conductances des anneaux 1 et 2. Nous avons appliqué successivement 2 impulsions de courant, puis on a éclairé 5 fois l'échantillon.

constituée d'oscillations rapides et périodiques en  $h/e$ , correspondant à un  $\phi_0$  dans la surface de l'anneau : c'est l'effet Aharonov-Bohm (AB). Ces oscillations sont modulées par des variations lentes dont l'échelle caractéristique est :  $B_c$  où  $B_c$  qui est définie dans la section (2.5.1) correspond à un  $\Phi_0$  dans  $LW_{\text{eff}}$ . Ces variations lentes sont les fluctuations universelles de conductance (UCFs). On remarque ensuite que  $G_1$  est bien **paire en champ**, comme prévu par les relations d'Onsager. Au contraire,  $G_2$  contient une **composante impaire en champ** non négligeable. Une autre famille de courbes également de l'anneau 1, pour plusieurs conductances, sont représentées sur la figure (5.6). On conçoit bien que  $G_2$  se moyenne à 0 sur le désordre.

Pour être un peu plus quantitatif, on a pour chaque courbe retranché la valeur moyenne quand elle n'était pas nulle (pour s'affranchir du pic à fréquence nulle) et calculé la transformée de Fourier de chaque courbe (cf. Fig. 5.7). On a ensuite pris l'aire du pic en  $h/e$  qui donne l'amplitude typique des oscillations AB notée  $\delta\tilde{G}_{1,2}^{S,AS}$  et l'aire du pic à basse fréquence qui fournit l'amplitude typique des UCFs noté  $\delta G_{1,2}^{S,AS}$ . Ces moyennes, réalisées sur une échelle bien plus grande que  $B_c$ , ne dépendent pas de cette échelle. Les prédictions théoriques s'intéressent surtout à l'amplitude typique des UCFs, du fait de notre géométrie annulaire nous avons également une contribution AB. On a d'ailleurs observé que les oscillations AB de  $G_2^{AS}$  étaient modulées linéairement à bas champ (tel ne serait pas le cas pour  $G_1$  même s'il était mesuré à plus de 2 contacts). On a également remarqué que l'amplitude des UCFs était plus large sur  $G_1$  que sur  $G_2$ , à amplitude des oscillations AB égales. Ces 2 phénomènes pourront être compris dans la section (5.6.1) à l'aide d'un modèle semi-classique des interférences quantiques.

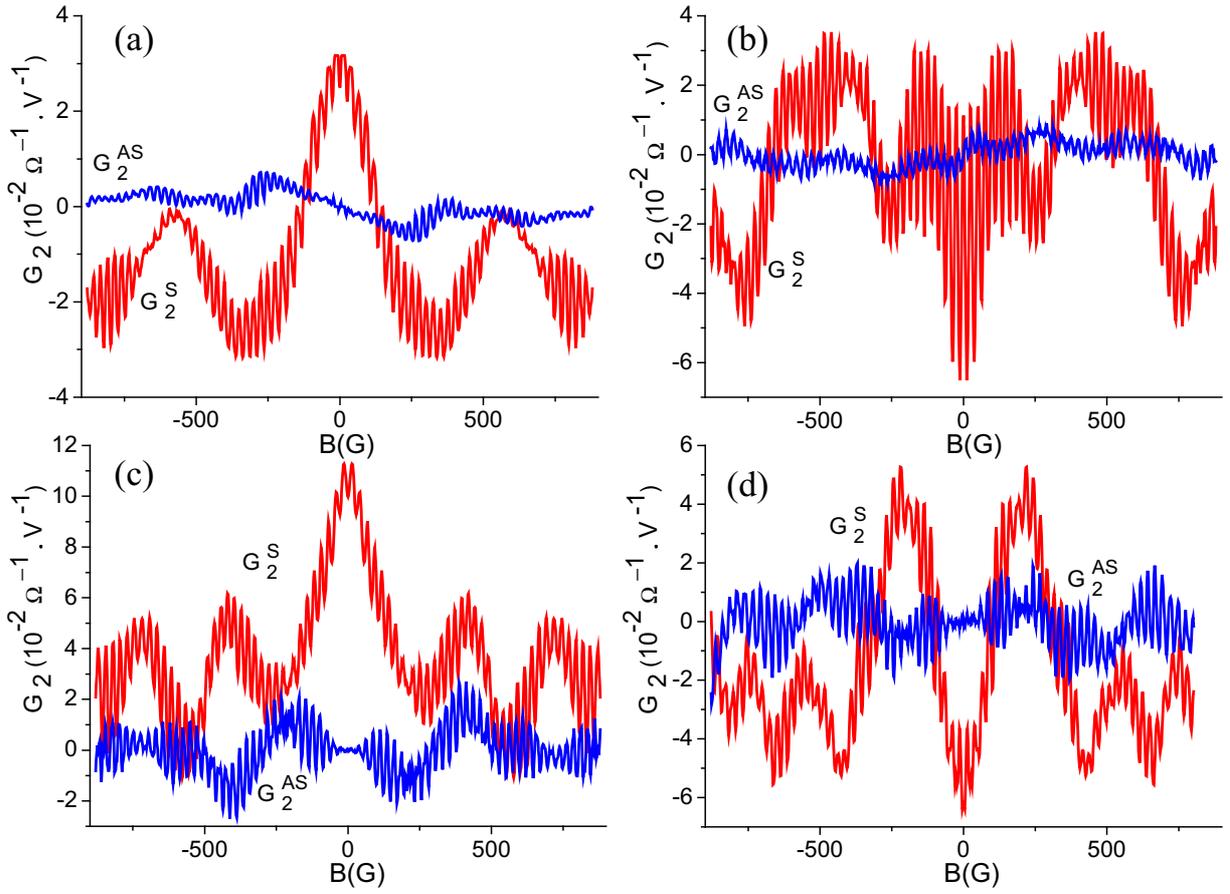


FIG. 5.6 – Partie symétrique  $G_2^S$  et antisymétrique  $G_2^{AS}$  de la conductance non linéaire d'ordre 2  $G_2$  pour l'anneau 1 et différentes conductances ((a)  $g = 1.2$ , (b)  $g = 2.5$ , (c)  $g = 4.2$ , (d)  $g = 6.7$ ).  $G_2$  est une quantité mésoscopique dont la moyenne sur le désordre est nulle.

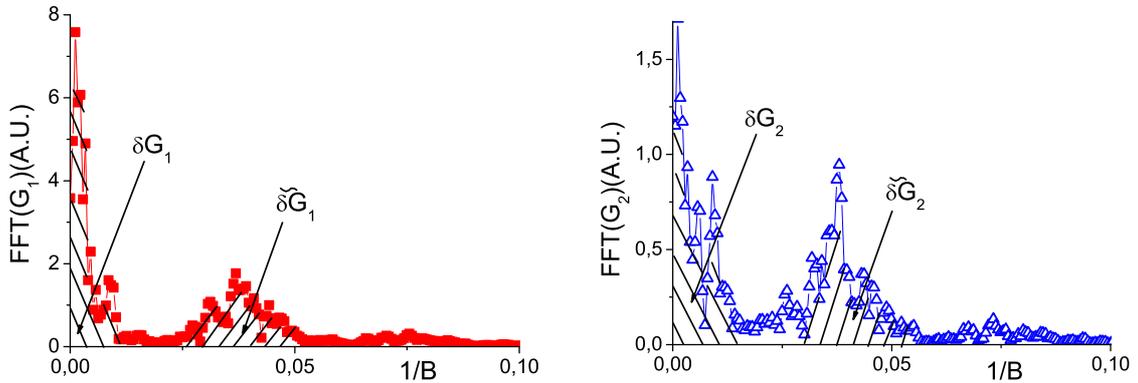


FIG. 5.7 – Transformée de Fourier pour l'anneau 1 de  $G_1$  à gauche et de  $G_2$  à droite. L'aire du pic en  $h/e$  correspond à l'amplitude typique des oscillations AB (noté  $\delta\tilde{G}$ ) et l'aire du pic le plus à gauche correspond à l'amplitude typique des UCFs (noté  $\delta G$ ).

### 5.3 Modification de la conductance - Détermination de la constante d'interaction

Afin de vérifier les formules (4.97)<sup>2</sup>, on souhaite faire varier la conductance. Pour cela, nous avons appliqué successivement 2 impulsions de courant  $10\mu\text{A}$  puis  $50\mu\text{A}$ , puis nous avons éclairé 5 fois l'échantillon (cf. section (4.4.4)). Ce qui nous fait une gamme de conductance  $g$  variant entre 1 et 21 (cf. Tab. 5.1). Les illuminations suivantes ne changeaient plus la conductance. Après la première impulsion de courant, nous avons complètement déplété l'anneau 1 et pas l'anneau 2 parce que ce dernier est plus large. A chaque modification de la conductance, on a attendu au moins 1 heure, puis on s'est placé dans le régime quadratique et on a fait le même traitement en champ magnétique que dans la partie précédente. Les points obtenus sont reportés sur la figure (5.8).

La première chose que l'on voit, est que tous les points sont alignés en échelle logarithmique pour les 3 échantillons, alors qu'ils n'ont pas la même largeur, pas le même  $l_e$  et bien sûr pas la même configuration du désordre. Cela nous a conforté dans l'idée que l'effet dépendait de la conductance et pas de l'échantillon. En effet, les impulsions de courant et l'éclairement modifient plusieurs paramètres en même temps :  $k_F, l_e, W$  et de façon différente (plutôt  $l_e$  pour les impulsions et plutôt  $k_F$  et  $W$  pour les éclairissements bien qu'on ne puisse pas le vérifier avec exactitude). Or, en diminuant, puis en augmentant la conductance  $g$ , on retrouve les mêmes valeurs de  $\delta G_1$  et  $\delta G_2^{S,AS}$ . Cela signifie que soit  $G_1$  et  $G_2^{S,AS}$  ne dépendent que de  $g$  (et pas de  $k_F, l_e$  ou  $W$ ) soit que les impulsions de courant et l'éclairement font varier  $k_F, l_e$  et  $W$  exactement de la même façon (ce qui est peu probable puisque ce ne sont pas les mêmes processus physiques qui sont mis en jeu).

Par contre,  $\delta G_2^S$  et  $\delta G_2^{AS}$  n'ont pas la dépendance attendue d'après la formule (4.97). Même  $\delta G_1$  n'est pas constant en fonction de la conductance. Cela veut dire qu'on n'est pas dans le régime universel de conductance pour lequel on devrait avoir  $\delta G_1 \approx e^2/h$  indépendant de  $g$  [6, 7]. L'explication est que le régime universel correspond à  $g \gg 1$ , alors que quand  $g$  se rapproche de 1, on tend vers le régime localisé pour lequel  $\delta G_1$  dépend de  $g$  selon  $\delta G_1 \approx \frac{e^2}{h} g |\ln(g)|$  [70]. Cela nous rendait assez pessimiste quant à l'interprétation de nos expériences. Heureusement, on verra qu'on arrive à expliquer nos résultats en introduisant explicitement dans les formules la valeur typique des UCFs :  $\delta G_1$  en unité<sup>3</sup>  $e^2/h$ . Tout se passe alors comme si on revenait dans le régime universel où les prédictions théoriques deviendraient :

$$\delta G_2^S \cong \delta G_1 \frac{e^2}{h} \frac{e}{E_{\text{Th}}} \quad , \quad \delta G_2^{AS} \cong \gamma_{\text{int}} \frac{\delta G_1}{g} f\left(\frac{\Phi}{\Phi_c}\right) \delta G_2^S \quad (5.7)$$

où  $f$  est la même fonction que dans la section (4.3.3) telle que  $f(x) = x$  pour  $x \ll 1$  et  $f(x) = 1$  pour  $x > 1$ .

Ensuite, le rapport entre  $\delta G_1$  et  $\delta \tilde{G}_1$  de l'ordre de 5 est en accord qualitatif bien qu'un peu plus grand que celui prédit par Ludwig et Mirlin [71]. En effet, dans un anneau diffusif

<sup>2</sup>On rappelle ces formules :

$$\delta G_2^S \cong \frac{e^2}{h} \frac{e}{E_{\text{Th}}} \quad , \quad \delta G_2^{AS} \cong \frac{\gamma_{\text{int}}}{g} f\left(\frac{\Phi}{\Phi_c}\right) \delta G_2^S$$

<sup>3</sup>C'est-à-dire que dans les formules qui vont suivre  $\delta G_1$  est sans dimension.

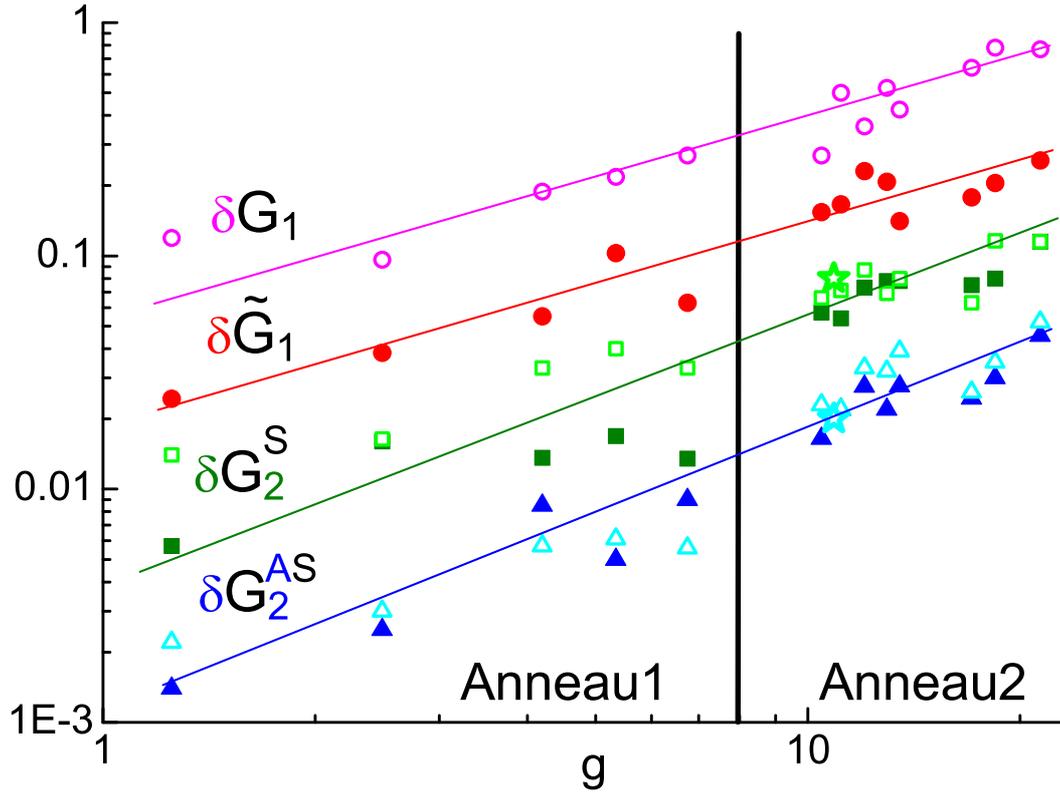


FIG. 5.8 – Amplitude typique des UCFs (symboles vides) et des oscillations AB (symboles pleins et exposant  $\sim$  pour  $G_1$ ) pour  $G_1$  en unité de  $e^2/h$ ,  $G_2^S$  et  $G_2^{AS}$  en  $(\Omega.V)^{-1}$  en fonction de la conductance adimensionnée  $g$  en échelle logarithmique. L'amplitude a été calculée à partir de l'aire des pics de la transformée de Fourier. Les droites sont des guides pour les yeux. Les 2 étoiles correspondent à l'anneau 3. Notez que les données pour les 3 échantillons s'alignent remarquablement bien alors qu'ils sont différents. Cela suggère un caractère universel. Remarquez aussi que  $\delta\tilde{G}_2 = \delta G_2$ , alors que  $\delta\tilde{G}_1 \approx 0.2\delta G_1$ .

quasi-1D, ils ont calculé l'amplitude typique des UCFs et des harmoniques des oscillations en fonction de la longueur des fils de connection aux réservoirs. Compte tenu de notre géométrie à  $T = 0\text{K}$  et sans interaction électron-électron, ils prédisent un facteur 3 environ.

En outre, ce qu'on avait remarqué dans la partie précédente est confirmé pour les autres valeurs de la conductance. Les oscillations AB relativement aux UCFs sont plus prononcées sur  $G_2^{S,AS}$  que sur  $G_1$ . En effet,  $\delta\tilde{G}_2 = \delta G_2$ , alors que  $\delta\tilde{G}_1 \approx 0.2\delta G_1$ . Nous y reviendrons dans la section (5.6.1).

De plus, on voit que  $\delta G_2^{S,AS}$  décroît plus vite que  $\delta G_1$  quand  $g$  diminue. D'après la formule (5.7), cela veut dire que  $E_{\text{Th}}$  diminue quand  $g$  augmente. Ceci semble surprenant car :

$$E_{\text{Th}} = g\Delta \quad \text{avec} \quad \Delta = \frac{2\pi\hbar^2}{m^*WL} \quad (5.8)$$

La conductance dépend évidemment de la largeur. Supposons qu'il existe  $x$  tel que :  $g = W^x$ . Il vient :

$$E_{\text{Th}} \propto \frac{g}{W} \propto g^{1-x} \quad \text{et donc :} \quad x > 1 \quad (5.9)$$

or à 2D :

$$g = \frac{\sigma W}{L} \propto \frac{k_F l_e W}{L} \quad (5.10)$$

Ce qui veut dire qu'en changeant la conductance, on ne change pas seulement la largeur des fils, mais aussi la densité électronique et le libre parcours moyen. A 2D,  $k_F$  étant relié à la densité électronique par  $k_F^2 = 2\pi n_s$ , il a plutôt tendance à augmenter après éclaircissement au contraire de  $l_e$ . On en déduit que  $l_e$  diminue plus que  $k_F$  n'augmente. On ne peut pas connaître avec précision ces paramètres puisque, comme on l'a vu dans la section (4.4.3), l'effet Shubnikov de Haas sonde essentiellement la densité électronique dans les fils arrivant à l'échantillon et non dans ce dernier.

Mais dans la figure (5.8), ce qui frappe immédiatement après l'alignement des points, ce sont les signes des pentes de  $\delta G_1$ ,  $\delta G_2^S$  et surtout  $\delta G_2^{AS}$  en fonction de la conductance. Ce n'est pas du tout ceux qui étaient attendus d'après la formule (5.7). Comme nous venons de le voir, on explique ce qui se passe pour  $\delta G_1$  par la localisation, pour  $\delta G_2$  par l'illumination qui change aussi le libre parcours moyen (que l'on ne peut connaître avec précision), mais  $\delta G_2^{AS}$  est plus compliqué. Afin de s'affranchir de ces différents problèmes expérimentaux (localisation + imprécision sur  $W$ ,  $k_F$  et  $l_e$ ) on calcule le rapport  $\delta G_2^{AS}/\delta G_2^S$  qui d'après la formule (5.7) ne doit dépendre que de 2 paramètres :  $\gamma_{\text{int}}$  (rapport entre les capacités électrochimique et géométrique de l'échantillon qui dans la limite faible interaction correspond à la constante d'interaction définie par Spivak [26]) et  $g$  (conductance adimensionnée). Comme on peut mesurer avec précision ce rapport, on va pouvoir calculer la constante d'interaction. Dans leur toute récente publication [50], Polianski et Büttiker expliquent que le rapport  $\delta G_2^{AS}/\delta G_2^S$  ne dépendant pas des fluctuations de la densité d'états, il sonde les interactions plus directement que  $\delta G_2^{AS}$ .

### Rapport $\delta G_2^{AS}/\delta G_2^S$

Là encore, nous avons été surpris en traçant ce rapport en fonction de  $g$  (cf fig. 5.9). En effet, d'après la formule (5.7), on attendait une dépendance en  $\gamma_{\text{int}}/g$ . Or, on constate que ce rapport est pratiquement indépendant de  $g$  et vaut  $0.3 \pm 0.2$ . Nous sommes alors revenus sur les hypothèses de la formule (5.7). En effet, cette formule pour  $\delta G_2^S$  n'est valable que pour des échantillons diffusifs où la chute de potentiel a lieu le long de l'échantillon [26] ou

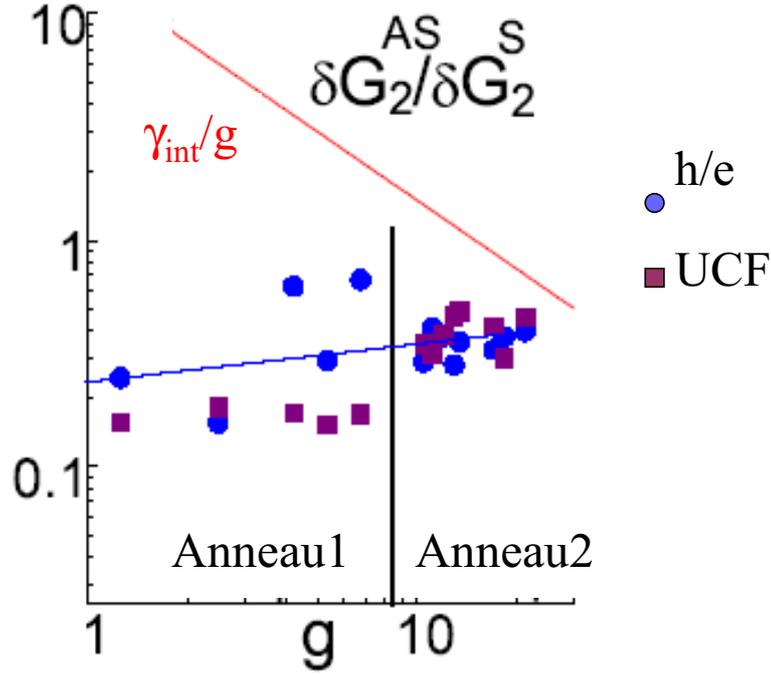


FIG. 5.9 – Rapport  $\delta G_2^{AS}/\delta G_2^S$  en fonction de la conductance adimensionnée  $g$ . Les ronds (resp. carrés) correspondent à l'amplitude typique des oscillations AB (resp. des UCF). Notez que cela ne correspond pas à la forme en  $\gamma_{int}/g$  attendue.

bien pour des cavités balistiques dont les ouvertures sont étroites et l'écrantage faible [27]. Au départ, on croyait que nos échantillons se comportaient ainsi. Mais cette formule n'est en particulier pas valable pour des cavités chaotiques balistiques dont les ouvertures sont étroites et l'écrantage est fort [50]. En effet, dans le cas où toute la chute de potentiel a lieu aux contacts le terme dominant (sans interaction) dû à la variation moyenne du potentiel électrique interne disparaît (cf. section (4.3.3)) et M. Polianski nous a fait remarquer que  $\delta G_2^S$  dépendait alors fortement de  $\gamma_{int}$ . Pour cela, il a calculé  $\delta G_2^S$  dans une cavité chaotique balistique dont les ouvertures sont suffisamment étroites pour supposer la RMT applicable et pour une force d'interaction quelconque<sup>4</sup> [50] :

$$\delta G_2^S = \frac{e^2}{h} \frac{e}{E_{Th}} \gamma_{int} \frac{\delta G_1}{g} \sqrt{1 + 2\left(\frac{g}{\delta G_1}\right)^2 \left(\frac{1}{\gamma_{int}} - 1\right)^2} \quad (5.11)$$

La limite faible écrantage ( $\gamma_{int} \ll 1$ ) redonne la valeur sans interaction électron-électron  $\delta G_2^S = \frac{e^2}{h} \frac{e}{E_{Th}}$  (c'est normal, on verra que les définitions de  $\gamma_{int}$  de Spivak et Zyuzin d'une part [26] et de Sanchez et Büttiker d'autre part [27] se rejoignent alors). La limite fort écrantage ( $\gamma_{int} = 1$ ) donne :  $\delta G_2^S = \frac{e^2}{h} \frac{e}{E_{Th}} \gamma_{int} \frac{\delta G_1}{g}$ .

Dans cette configuration et dans la limite où  $\Phi \gg \Phi_c$  ( $\Leftrightarrow B \gg B_c$  pour notre

<sup>4</sup>Pour simplifier, on a supposé que l'échantillon était symétrique (le nombre de canaux est le même dans les contacts de gauche et de droite  $N_2$ ). Cela s'applique bien à notre échantillon, comme on le verra dans la suite parce qu'il a été dessiné ainsi.

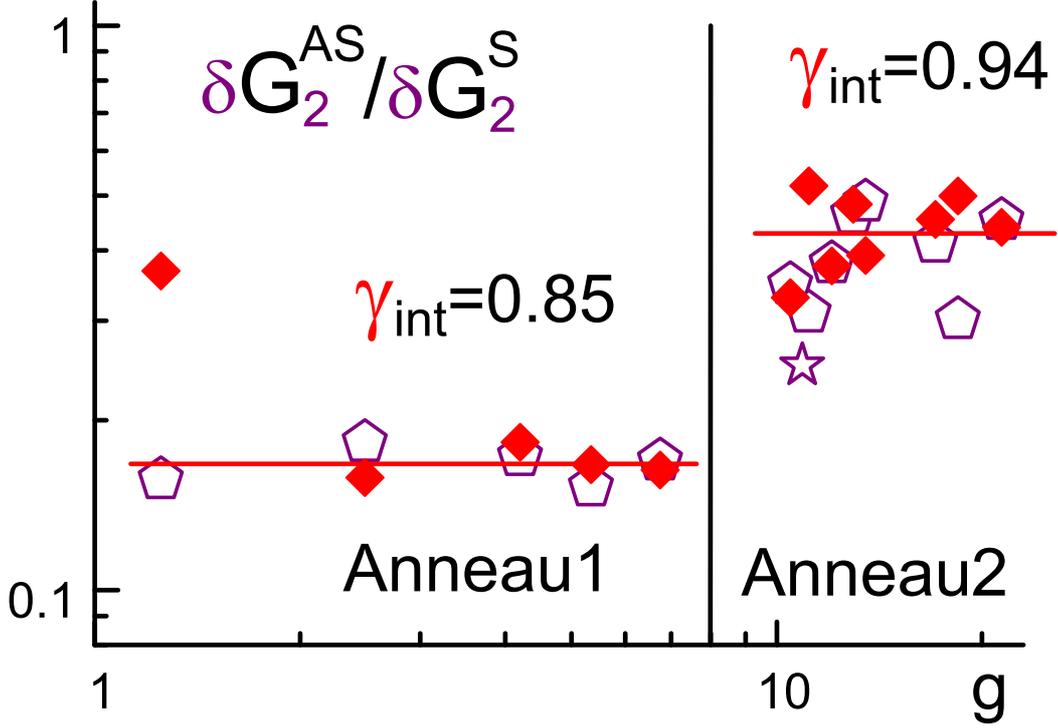


FIG. 5.10 – Rapport  $\delta G_2^{AS} / \delta G_2^S$  en fonction de la conductance adimensionnée  $g$ . Les pentagones (et l'étoile pour l'anneau 3) correspondent au rapport des données expérimentales. Par rapport à la figure (5.9), on a ôté les points correspondant aux oscillations AB et on a rajouté les diamants correspondant à l'ajustement par la formule (5.7), avec un seul paramètre  $\gamma_{int}$ . On trouve  $\gamma_{int} = 0.94 \pm 0.02$  pour l'anneau 2 ( $W = 0.45 \mu\text{m}$ ) et  $\gamma_{int} = 0.85 \pm 0.02$  pour l'anneau 1 ( $W = 0.3 \mu\text{m}$ ).

expérience), le rapport devient<sup>5</sup> :

$$\frac{\delta G_2^{AS}}{\delta G_2^S} = \frac{1}{\sqrt{1 + 2\left(\frac{g}{\delta G_1}\right)^2 \left(\frac{1}{\gamma_{int}} - 1\right)^2}} \quad (5.12)$$

On voit immédiatement que pour  $\gamma_{int} \approx 1$ , le rapport  $\delta G_2^{AS} / \delta G_2^S$  est pratiquement indépendant de  $g$ . Cette formule ajuste remarquablement les données de la figure (5.10) avec un seul paramètre libre<sup>6</sup>. On obtient  $\gamma_{int} = 0.94 \pm 0.02$  pour l'anneau 2 et  $\gamma_{int} = 0.85 \pm 0.02$

<sup>5</sup>Dans la référence [50], le rapport des variances et la variance du rapport sont calculés. En général, ces 2 quantités ne sont pas égales. En effet, alors qu'en principe tous les cumulants  $\langle \delta G_n^S \rangle$  et  $\langle \delta G_n^{AS} \rangle$  peuvent être calculés, cela est plus difficile pour les cumulants du rapport à cause des corrélations entre le numérateur et le dénominateur. Heureusement, ces corrélations sont en  $1/N$  où  $N$  est le nombre de canaux de conduction et c'est dans la limite où  $N \gg 1$  que la variance du rapport a été calculée.

<sup>6</sup>On pourrait arguer qu'on trouve un rapport constant parce que la décroissance en  $1/g$  est compensée par le fait que  $\delta G_1$  augmente avec  $g$  (en fait expérimentalement on a :  $\delta G_1 = g^{0.85}$ ). Si on utilise la formule pour un échantillon diffusif :

$$\frac{\delta G_2^{AS}}{\delta G_2^S \delta G_1} = \frac{\gamma_{int}}{\sqrt{2}g} \quad (5.13)$$

pour ajuster nos données, on trouve  $\gamma_{int} = 6$  ou  $15$ , ce qui est absurde car par définition  $\gamma_{int}$  est inférieur à 1.

pour l'anneau 1 dont la largeur est plus faible. On est tout près de la valeur  $\gamma_{\text{int}} \approx 0.99$  estimée à partir des paramètres géométriques (cf. annexe (E)). La différence vient du fait que la capacité géométrique n'est pas définie précisément, mais à notre connaissance, c'est la valeur de  $\gamma_{\text{int}}$  la plus proche de 1 qui ait jamais été trouvée expérimentalement<sup>7</sup>.

L'ajustement tend à valider l'hypothèse que la RMT est applicable dans nos échantillons et la valeur proche de 1 de  $\gamma_{\text{int}}$  montre que dans nos échantillons la chute de potentiel a lieu aux contacts, notamment à cause du grand libre parcours moyen (on rappelle que  $l_e \approx 1$  à  $2\mu\text{m}$  comparé à la demi circonférence de l'anneau  $L \approx 2.4\mu\text{m}$ ). Ce n'était pas évident a priori car  $E_{\text{Th}} \approx \omega_{\text{esc}}$  (où  $\omega_{\text{esc}}$  est le taux d'échappement cf. annexe (C)), mais cela reste compatible avec la nature des échantillons.

## 5.4 Effet de la température

L'étude des variations de l'amplitude typique des oscillations AB mesurée entre  $-100\text{G}$  et  $+100\text{G}$  en fonction de la température pour  $\delta\tilde{G}_1$ ,  $\delta\tilde{G}_2^S$  et  $\delta\tilde{G}_2^{AS}$  est représentée figure (5.11). Malheureusement, nous n'avons pas pu (pour des raisons de temps de mesure) étudier avec autant de précision la variance des UCFs.

On observe 3 domaines de température :

- $k_B T < E_{\text{Th}} \approx 150\text{mK}$  (1) où  $\delta\tilde{G}_1$  varie faiblement avec la température, comme il a déjà été vu expérimentalement (cf. [40] et Fig. 6.4 tirée de [72]). En effet à  $T=0\text{K}$ , à une configuration d'impuretés donnée correspond une certaine figure d'interférence apparaissant dans la courbe de magnéto-résistance  $G(B)$ . Les niveaux d'énergie dans un intervalle inférieur à  $E_{\text{Th}}$  conservent des corrélations spatiales et donc génèrent la même figure d'interférence dans  $G(B)$ .
- $k_B T \gg E_{\text{Th}}$ , mais  $L \ll L_\phi$  (2) où  $\delta\tilde{G}_1$  varie en  $T^{-1/2}$ . En effet, il y a alors  $N = k_B T / E_{\text{Th}}$  bandes d'énergie qui génèrent chacune leur propre figure d'interférence dans  $G(B)$ . Ces figures contribuent toutes de façon incohérente à la courbe finale et donc l'amplitude des oscillations en  $h/e$  est réduite d'un facteur  $N^{-1/2} \propto T^{-1/2}$  (cf. [40, 72] pour l'expérience et [73] pour la théorie).
- $k_B T \gg E_{\text{Th}}$ , et  $L > L_\phi$  (3) où  $\delta\tilde{G}_1$  varie en  $\exp(-L/L_\phi)$  avec  $L_\phi$  qui décroît en  $T^{-1/2}$  dans le cas diffusif ([40, 13] pour l'expérience et [74, 75, 71] pour la théorie). En effet, quand  $L > L_\phi$ , le nombre d'électrons qui arrivent à l'autre bout de l'anneau de façon cohérente est réduit exponentiellement. Toutefois, cet ajustement ne permet pas de déterminer  $L_\phi$  précisément. En effet, un ajustement en  $\exp(-L/L_\phi)$  avec  $L_\phi$  qui décroît en  $1/T$  est aussi possible. Cela correspondrait à un régime balistique<sup>8</sup> (cf. [76, 77] pour l'expérience et [78] pour la théorie). Pour résumé, cet ajustement ne nous permet pas de confirmer si nos échantillons sont dans la limite balistique. En tout cas, comme on le pensait déjà, ils sont vraisemblablement proche de la frontière balistique/diffusif.

Pour  $\delta\tilde{G}_2^{S,AS}$ , on distingue les mêmes domaines de température, mais  $\delta\tilde{G}_2^{S,AS}$  se comporte comme  $(\delta\tilde{G}_1)^2$  (cf. Fig. 5.11). En effet, pour le domaine (2), on a bien une dépendance en

<sup>7</sup>Zumbuhl *et al.* ont trouvé  $\delta\alpha' = 1.1$  au lieu de  $\pi/2$  pour un écrantage parfait parce que leur  $\delta\alpha'$  est défini comme suit :  $\delta\alpha' = \gamma_{\text{int}}\pi/2$  [67]. Mais leur mesure est moins précise puisqu'ils tirent leur valeur seulement de l'analyse de la partie à bas champ de  $\delta G_2^{AS}$ , et pas du rapport  $\delta G_2^{AS}/\delta G_2^S$  [50].

<sup>8</sup>Mais à ce moment là, dans la zone (2), on devrait avoir une dépendance en  $1/T$  pour  $\delta\tilde{G}_1$ . Or l'ajustement en  $1/T$  est moins bon qu'en  $T^{-1/2}$ .

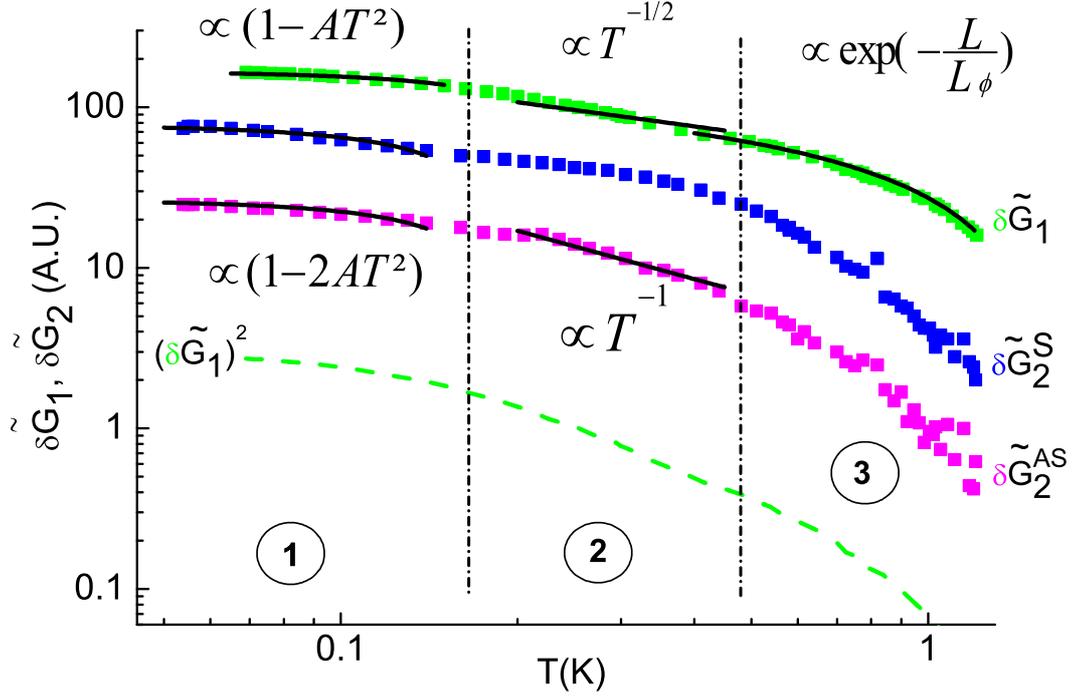


FIG. 5.11 – Dépendance de l’amplitude typique des oscillations AB de l’anneau 2 pour  $G_1$ ,  $G_2^S$  et  $G_2^{AS}$  en fonction de la température. Les données sont les carrés, les pointillés correspondent à  $(\delta\tilde{G}_1)^2$ , qu’on a translaté vers le bas pour plus de clarté. Les traits continus correspondent à des ajustements dans 3 domaines de température différents : (1)  $k_B T < E_{Th}$ ; (2)  $k_B T \gg E_{Th}$  et  $L \ll L_\phi$ ; (3)  $k_B T \gg E_{Th}$  et  $L > L_\phi$ . La limite des zones (2) et (3) n’est pas définie clairement.

$T^{-1}$  comme prévu par les références [26] et [32] et pour la région (1) on a une dépendance plus douce en  $\sqrt{1 - 8(\frac{k_B T}{E_{Th}})^2}$  [32]. Du coup, on peut essayer d’ajuster la partie (1) de  $\delta\tilde{G}_1$  par  $\sqrt{1 - 4(\frac{k_B T}{E_{Th}})^2}$  et on voit que cela fonctionne. Les variations en température ne sont donc pas surprenantes. Attention toutefois, pour le domaine des plus basses températures, la dépendance est tellement faible qu’un ajustement du type  $1/\sqrt{T}$  fonctionnait aussi pour  $\delta G_1$ .

Des variations de  $G_1$  et de  $G_2$  sont représentées sur la figure 5.12 pour différentes valeurs de champ magnétique entre  $-900$  et  $900$  G en fonction de la température. On voit que  $G_1$  varie de façon non monotone avec une échelle caractéristique de l’ordre de  $E_{Th}$  environ, et différemment suivant le champ magnétique; comme cela a déjà été observé [79]. On remarque aussi que  $G_2$  se comporte comme  $G_1$ , au sens où il varie également de façon non monotone avec une échelle caractéristique de l’ordre de  $E_{Th}$ .

## 5.5 Effet du champ magnétique

Les théories existantes concernant le transport non linéaire prévoient des résultats sur les UCFs. Du fait de la géométrie annulaire de nos échantillons, nous avons en plus une modulation rapide de la conductance par l’effet Aharonov-Bohm (cf. Fig. 5.13). On a

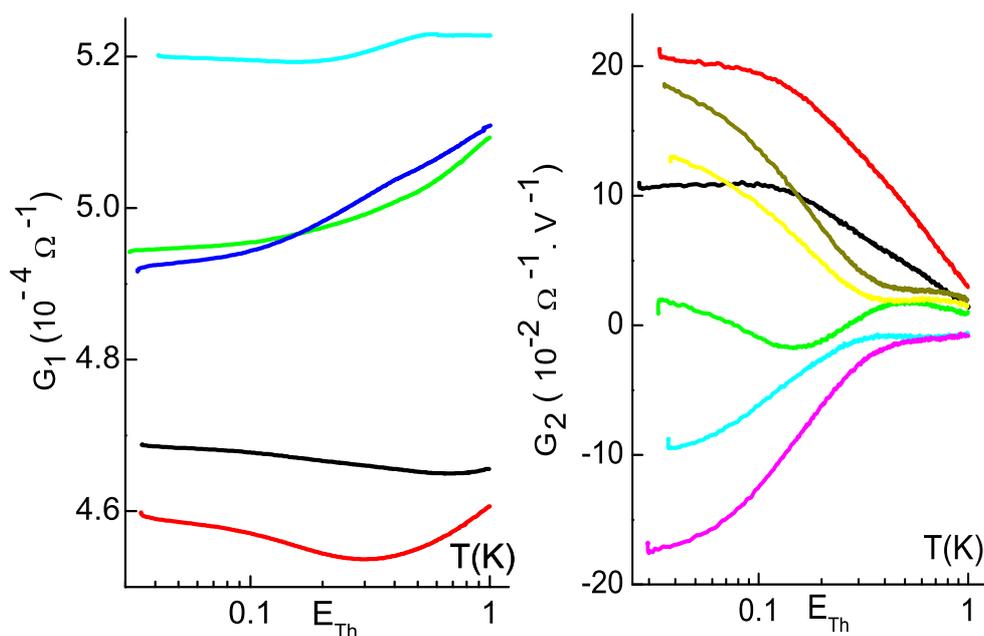


FIG. 5.12 – Exemple des dépendances de  $G_1$  et de  $G_2$  en fonction de la température pour l'anneau 2 et pour différentes valeurs de champ magnétique. Notez qu'elles varient toutes 2 de façon non monotone avec une échelle caractéristique de l'ordre de  $E_{Th}$  environ.

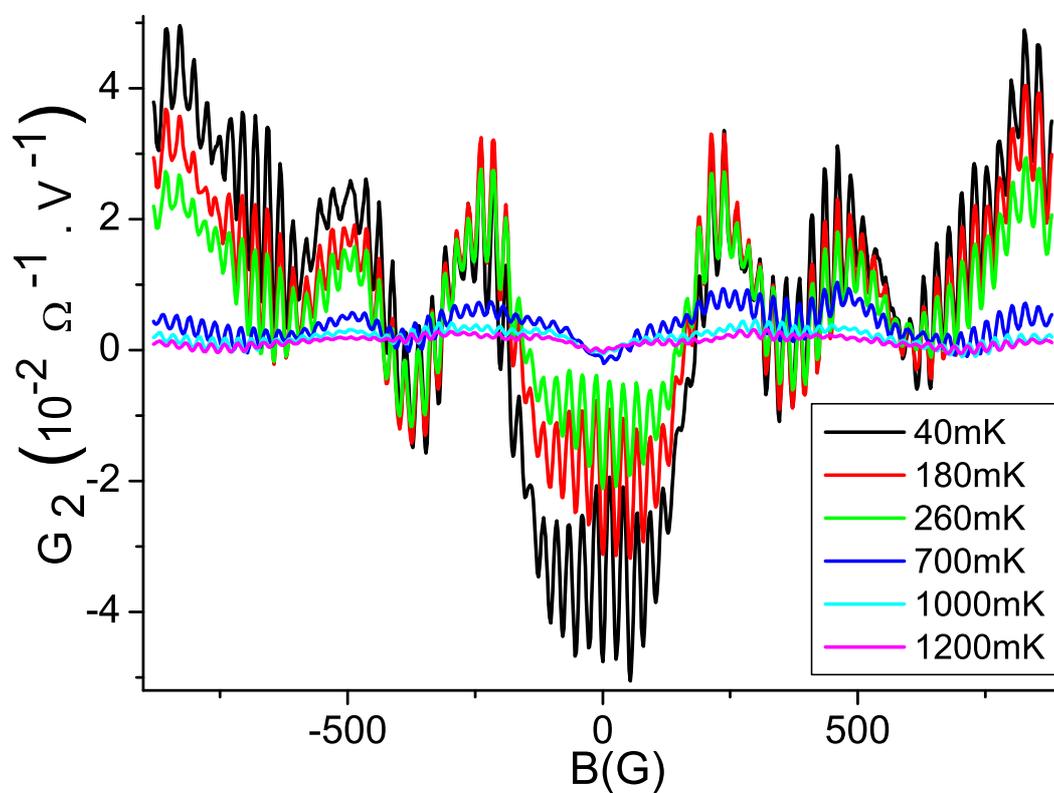


FIG. 5.13 – Dépendance en champ magnétique de  $G_2$  pour l'anneau 1 à différentes températures. A 1.2K, les oscillations AB sont très amorties.

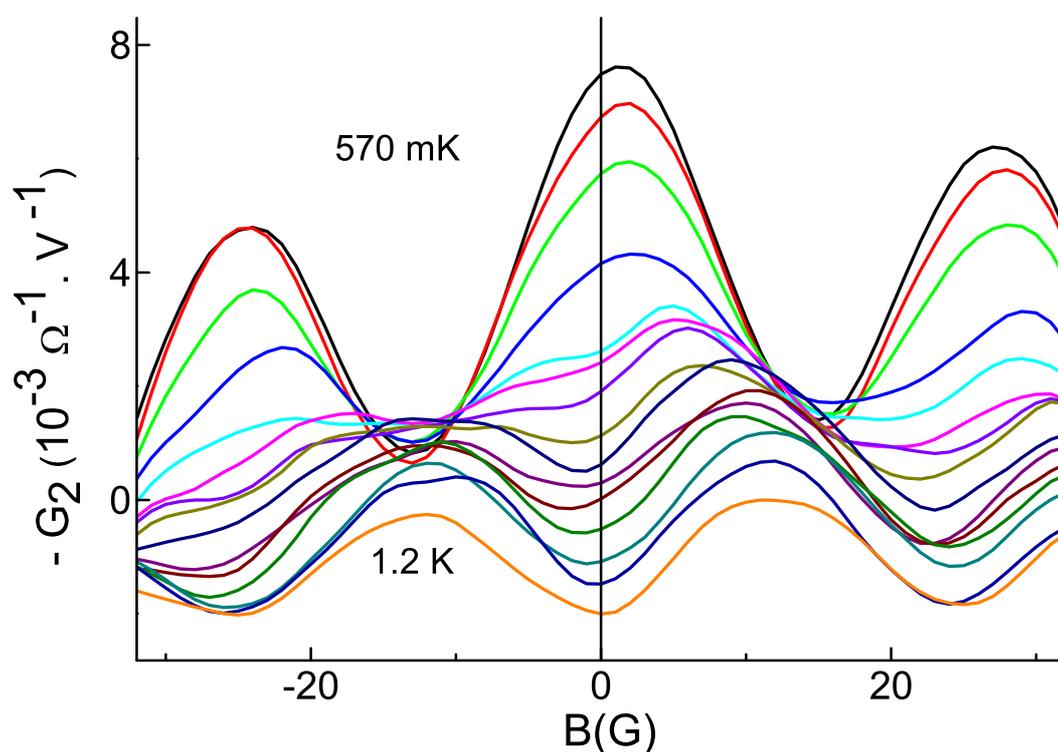


FIG. 5.14 – Dépendance en bas champ magnétique de  $G_2$  pour l’anneau 1 à différentes températures (certaines courbes ont été décalées pour plus de clarté). Notez que la phase des oscillations AB reste toujours fixée à 0 ou à  $\pi$  à champ nul (aux incertitudes de mesure près). Le passage de 0 à  $\pi$  se fait par l’apparition d’une seconde harmonique au niveau de la 5<sup>ème</sup> courbe en partant du haut.

remarqué que la phase des oscillations AB de  $G_2$  dépendait de la température à champ non nul (cf. Fig. 5.14). Par contre, de façon surprenante, elle reste toujours fixée à 0 ou à  $\pi$  à champ nul (i.e. on avait toujours un extremum de l'oscillation à 0G<sup>9</sup>) aux incertitudes de mesure près. Dans certains cas, la phase passe de 0 à  $\pi$  de manière discrète. Quand c'est la cas, il y a apparition d'une seconde harmonique (oscillations 2 fois plus rapides) dans la région de transition. Cela nous rappelle les expériences de Baselmans [80] dans une jonction Josephson contrôlable. Il a montré qu'autour de la transition de 0 à  $\pi$ , il y a un doublement de la fréquence des harmoniques dans la relation courant-phase. Cette dernière passe de  $I_{su} \approx I_c \sin(\phi)$  à  $I_{su} \approx I_c \sin(2\phi)$ .

Toutefois, à plus fort champ, la phase peut varier continûment de 0 à  $\pi$ , comme on le voit pour  $B > 20G$  sur la figure (cf. Fig. 5.14). On observe aussi cet effet sur  $G_1$ . Cela est dû à la modulation des oscillations AB par les UCF. La différence est que cette modulation est paire pour  $G_1$  et n'a pas de parité particulière pour  $G_2$ .

En d'autres termes, cela veut dire que l'enveloppe des oscillations AB de  $G_2^{AS}$  s'annule à 0G. L'asymétrie des oscillations de  $G_2$  n'apparaît qu'à plus fort champ. On le voit clairement dans la figure 5.15 où l'amplitude des oscillations AB de  $G_2^{AS}$  varie linéairement à bas champ.

Enfin, on a mesuré un troisième échantillon : anneau 3 qui est un anneau coupé. Comme l'indique la figure (5.16 (a)), on a utilisé un courant de 10nA. La largeur à mi-hauteur de la fonction d'autocorrélation en champ magnétique de  $G_2^{AS}$ <sup>10</sup> (5.16 (b)) donne un champ typique pour les UCFs  $B_c \approx 2000G$ , en accord avec les caractérisations effectuées antérieurement. Pour cet échantillon, on a pu utiliser des champs plus grands parce qu'on n'était pas gêné par l'effet Shubnikov-de-Haas.

La figure (5.17) (resp. (5.19)) présente les dépendances en champ magnétique de  $G_2^S$  (resp.  $G_2^{AS}$ ) pour l'anneau 3 à différentes températures. Sur la figure (5.18), on remarque que  $G_2^S$  diminue à fort champ d'un facteur  $\approx 3$ . Cela est qualitativement en accord avec les prévisions théoriques de Polianski et Büttiker qui prévoient une diminution d'un facteur 2 [32]. Par contre, sur la figure 5.20, on voit que  $G_2^{AS}$  a plutôt tendance à augmenter avec le champ sans saturer. Ce n'est pas le comportement attendu par Polianski et Büttiker. On pense que cela pourrait venir de l'effet Hall (cf. Fig. 4.20). En effet, à très fort champ la force de Lorentz  $q \vec{v} \wedge \vec{B}$  n'est plus négligeable et peut dévier les électrons<sup>11</sup> de façon conséquente.

## 5.6 Modèle : Transport non linéaire d'ordre 2 et interférences quantiques

Nous proposons ici un modèle semi-classique simple qui donne une explication de l'extinction linéaire des oscillations AB à bas champ pour  $G_2^{AS}$  (cf. Fig. 5.15 et fig. 5.22). Il

<sup>9</sup>On peut expliquer que le maximum ne soit pas parfaitement à  $B = 0G$  d'une part à cause de l'intervalle entre les points de mesure qui est d' $1G$  pour des raisons de temps et d'autre part à cause d'un terme qu'on expliquera dans la section (5.6.3)

<sup>10</sup>La fonction d'autocorrélation sur  $G_1$  se comporte de la même façon.

<sup>11</sup>Un calcul d'ordre de grandeur nous dit qu'un électron allant à la vitesse de Fermi décrit une boucle de rayon  $r_0 = \frac{v_F m^*}{eB}$  ce qui donne à 1T,  $r_0 = \frac{2,5 \cdot 10^5 \cdot 0,07 \cdot 10^{-30}}{1,6 \cdot 10^{-19}} \approx 0,1 \mu\text{m}$  qui est approximativement la largeur d'un bras de l'anneau.

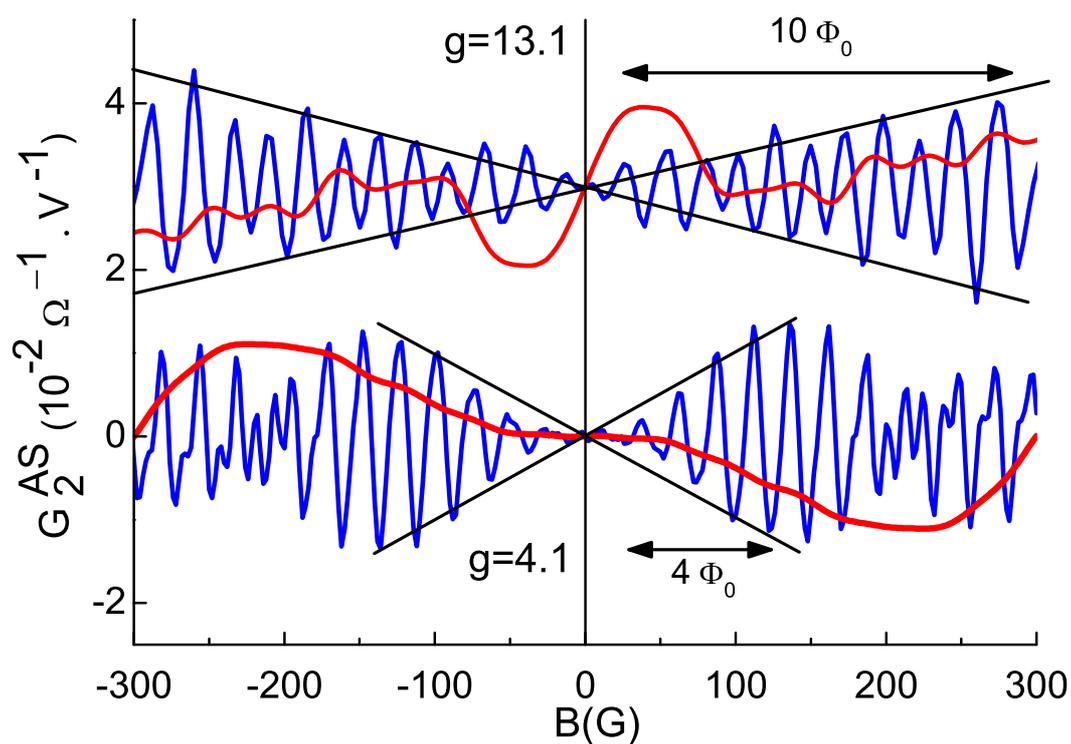


FIG. 5.15 – Dépendance en champ magnétique de  $G_2^{AS}$  pour l’anneau 1 (en bas) et pour l’anneau 2 (en haut et décalé pour plus de clarté). Les courbes ont été filtrées passe-haut (oscillations rapides) et passe-bas (en rouge sur version couleur). Les droites mettent en valeur la croissance linéaire des oscillations AB à bas champ. C’est le même effet que dans la figure (5.14).

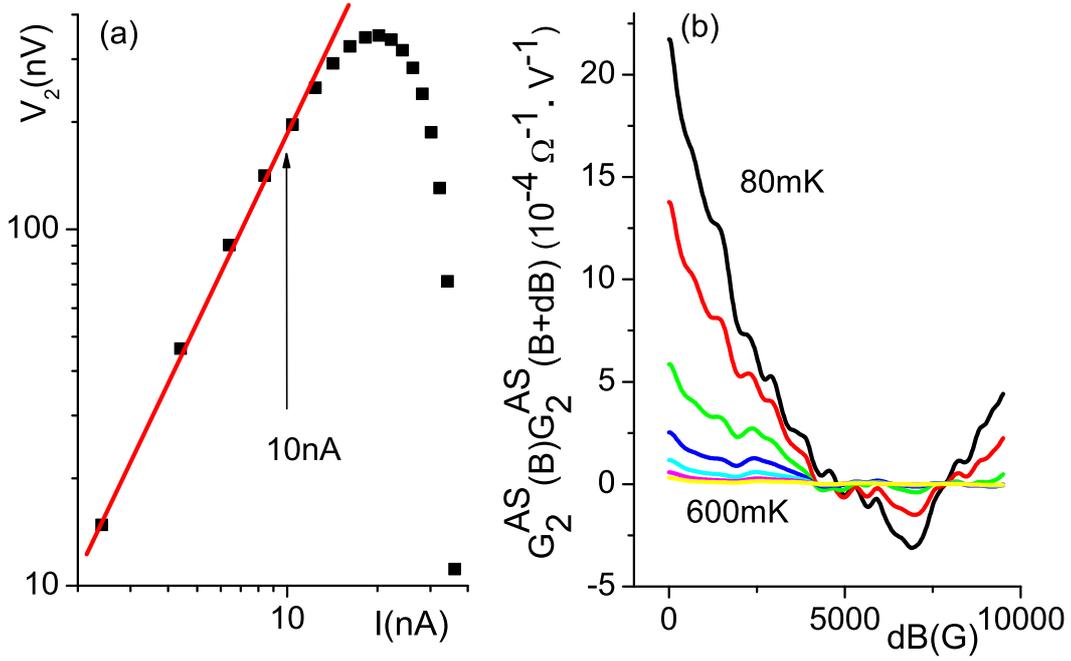


FIG. 5.16 – (a) Harmonique 2 en fonction du courant d'excitation pour l'anneau 3. On a utilisé 10nA. (b) Fonction d'autocorrélation en champ magnétique de  $G_2^{AS}$ . La largeur à mi hauteur de la plupart des courbes correspond à un champ :  $B_c \approx 2000G$ .

relie cela à l'amplitude plus grande des oscillations AB, relativement aux UCF, sur  $G_2$  que sur  $G_1$  (cf. Fig. 5.8). Il permet aussi de retrouver les formules de la référence [32] dans les 2 cas limites  $\gamma_{\text{int}} \ll 1$  et  $\gamma_{\text{int}} \approx 1$ .

### 5.6.1 Les trajectoires longues contribuent plus à $G_2$ qu'à $G_1$

Partons de l'expression de la magnéto-conductance 2 contacts, à  $T = 0K$  et à l'équilibre, obtenue dans la section (4.2.2), après avoir utilisé les règles de symétrie d'Onsager (formule 4.57).

$$\Delta G = \sum_{i,j} A_i A_j \cos(\phi_{ij}^0) \cos(2\pi B S_{ij} / \Phi_0) \quad (5.14)$$

On place l'échantillon hors équilibre en le polarisant avec une tension  $V$ . Le courant associé à cette différence de potentiel provoque une redistribution des électrons autour des impuretés (cf. Fig. 4.4). Il en résulte une variation du potentiel électrique interne avec un terme de la forme de  $dU_{\text{dés}}(\vec{r}, V)$  qui engendre un déphasage  $d\phi_{ij}$  :

$$d\phi_{ij} = \frac{1}{\hbar} \left[ \int_i dU_{\text{dés}}(\vec{r}(t)) dt - \int_j dU_{\text{dés}}(\vec{r}(t)) dt \right] = \frac{1}{\hbar} \left[ \int_i - \int_j dU_{\text{dés}}(\vec{r}(t)) dt \right] \quad (5.15)$$

$\Delta G$  devient alors :

$$\Delta G \cong \sum_{i,j} A_i A_j \cos(\phi_{ij}^0 + d\phi_{ij}) \cos(2\pi B S_{ij} / \Phi_0) \quad (5.16)$$

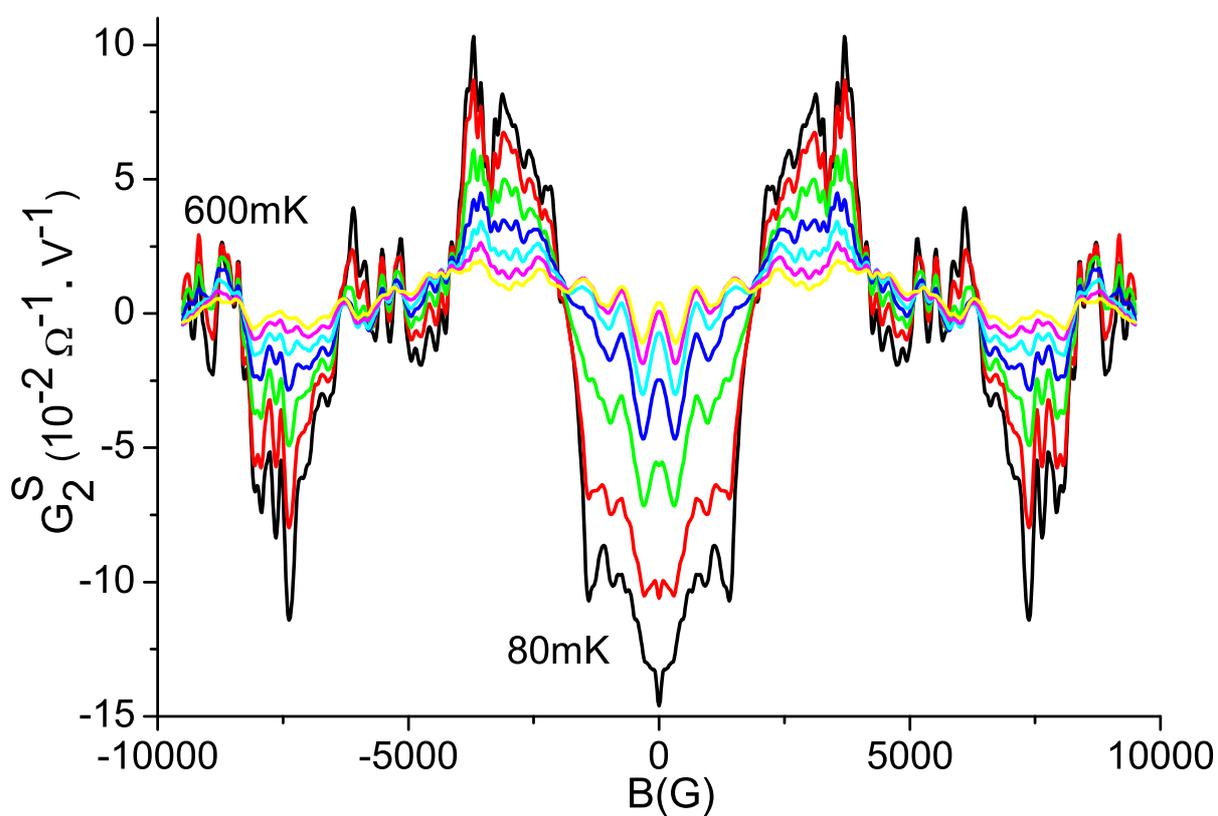


FIG. 5.17 – Dépendance en champ magnétique de  $G_2^S$  pour l’anneau 3 à différentes températures.

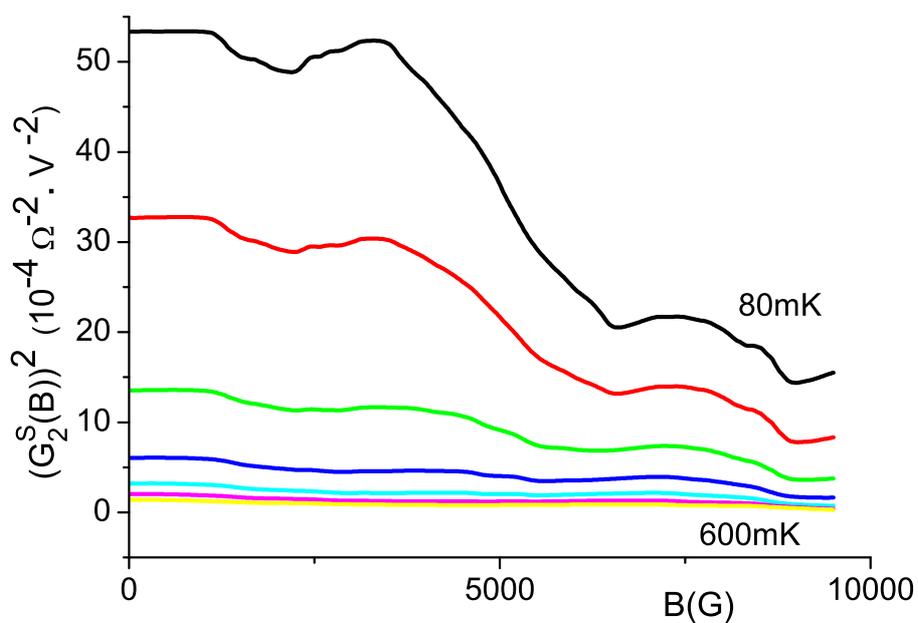


FIG. 5.18 – Figure (5.17) au carré puis lissée sur  $\approx 10000\text{G}$ . Notez la décroissance des courbes à fort champ.

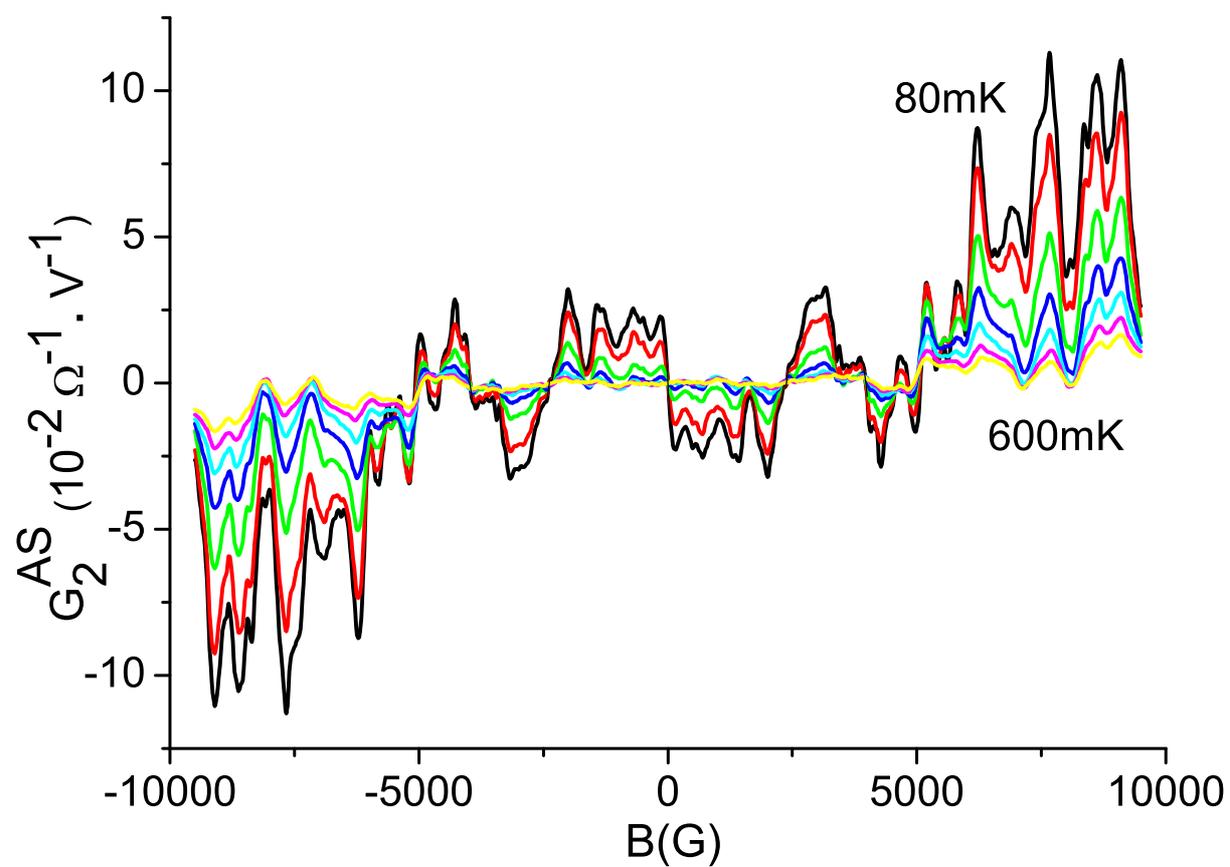


FIG. 5.19 – Dépendance en champ magnétique de  $G_2^{AS}$  pour l'anneau 3 à différentes températures.

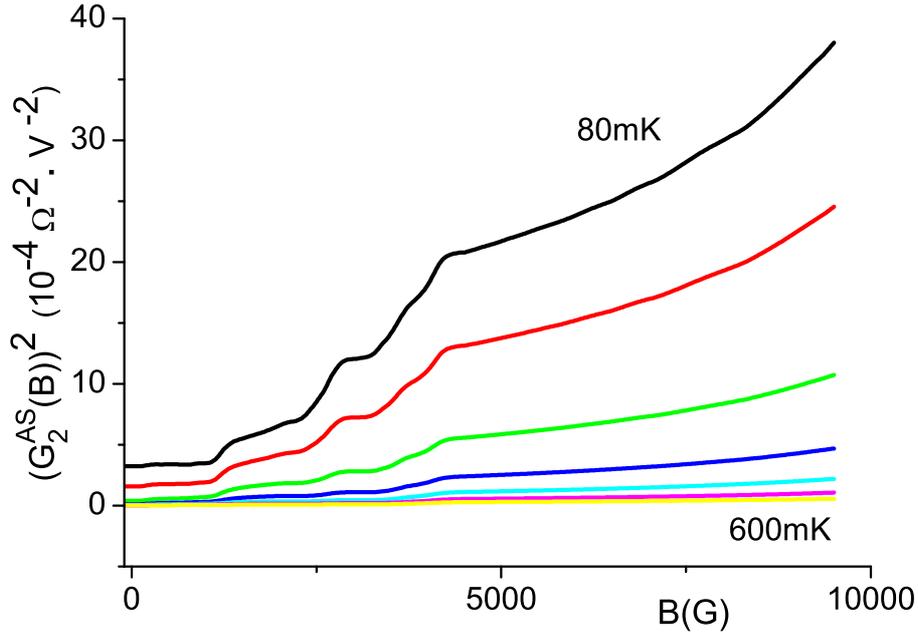


FIG. 5.20 – Figure (5.19) au carré puis lissée sur  $\approx 10000\text{G}$ . Notez la croissance et la non saturation des courbes à fort champ.

Au premier ordre en  $V$ ,  $d\phi_{ij} \propto V\tau_{ij}^{12}$  où  $\tau_{ij} = \tau_D(i) - \tau_D(j)$ . En développant le cosinus au premier ordre, on voit que l'un des termes<sup>13</sup> est directement relié à ce changement de phase. Ce qui donne, pour  $G_2 = (dG(V)/dV)_{(V=0)}$ , la quantité qui nous intéresse :

$$G_2 \cong \sum_{i,j} (d\phi_{ij}/dV)_{(V=0)} A_i A_j \sin(\phi_{ij}^0) \cos(2\pi B S_{ij}/\Phi_0) \quad (5.17)$$

et donc<sup>14</sup> :

$$G_2 \propto \sum_{i,j} \tau_{ij} A_i A_j \sin(\phi_{ij}^0) \cos(2\pi B S_{ij}/\Phi_0) \quad (5.18)$$

Cette formule explique pourquoi la dépendance en champ de  $G_2$  comporte des oscillations AB et UCF aux mêmes échelles de champ que  $G_1$ . Le facteur  $\tau_{ij} = \tau_i - \tau_j$  permet de comprendre que les interférences entre des trajectoires très différentes ont une contribution plus importante dans  $G_2$  que dans  $G_1$ . En moyenne, la différence de temps de parcours entre les trajectoires passant par les deux bras de l'anneau (formant les oscillations AB) est beaucoup plus grande qu'entre des trajectoires passant par le même bras de l'anneau (UCF). En effet, il peut arriver (cf. schéma de la fig. 5.21) que ces dernières soient superposées sur une distance assez grande pour avoir  $\tau_{ij} \ll \tau_D$ . Cela explique l'amplitude plus large des UCFs sur  $G_1$  que sur  $G_2$ , à amplitude des oscillations AB égales (cf. Fig. 5.8).

<sup>12</sup>On a remplacé dans l'intégrale  $dU_{\text{dés}}$  par la chute de potentiel moyen le long de l'échantillon  $\langle dU_{\text{dés}} \rangle \approx eV$ . Comme on le verra plus loin dans cette partie, dans le cas d'une cavité chaotique balistique avec des fortes interactions seul le facteur de proportionnalité changera. Il faudra approximer  $dU_{\text{dés}}$  non pas par  $\langle dU_{\text{dés}} \rangle$ , mais plutôt par  $(dU_{\text{dés}})_{\text{typ}}$  amplitude typique des fluctuations du potentiel électrique interne.

<sup>13</sup>L'autre terme du développement correspond à  $G_1$  qui à l'ordre le plus bas (en fait l'ordre 0 en  $V$ ) est égale à  $G(V=0)$ .

<sup>14</sup>Cette formule est aussi valable pour de fortes interactions, seul le facteur de proportionnalité change.

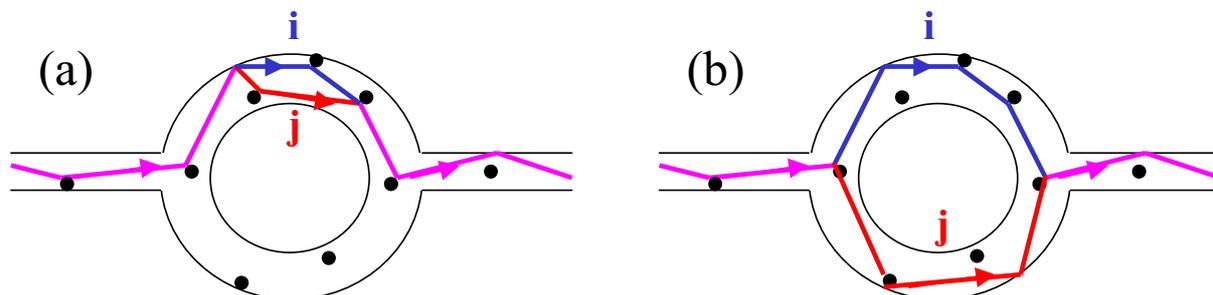


FIG. 5.21 – Exemple d'interférence entre des électrons passant dans le même bras de l'anneau (a) ou dans le bras opposé (b). Notez qu'il peut arriver dans le cas (a) que les trajectoires électroniques restent superposées sur une distance assez grande pour avoir  $\tau_{ij} = \tau_i - \tau_j \ll \tau_D$ .

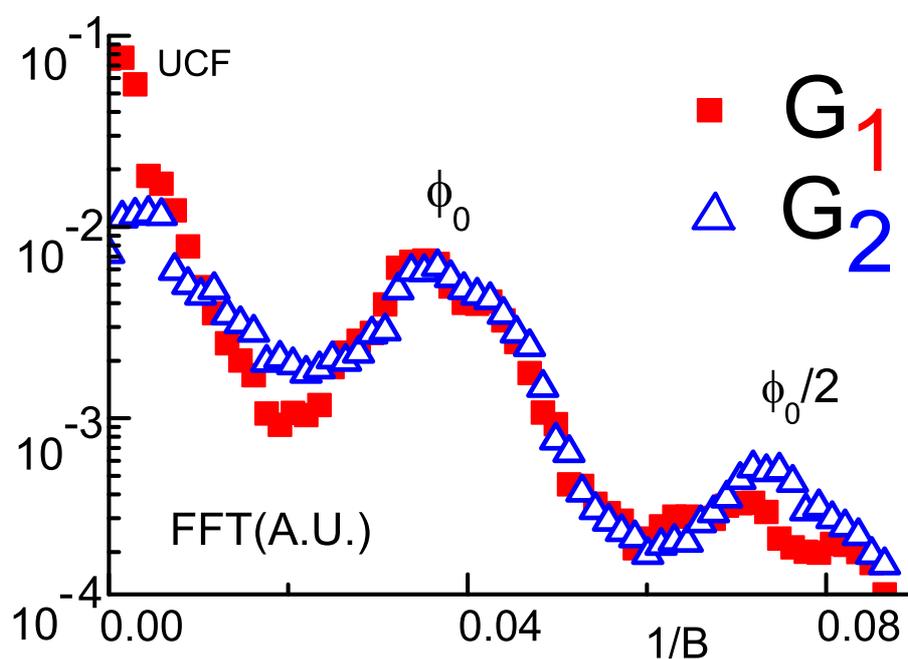


FIG. 5.22 – Transformée de Fourier de  $G_1$  et  $G_2$  en unité arbitraire. La courbe de  $G_1$  a été multipliée de façon à ce que son pic en  $\Phi_0$  se superpose avec celui de  $G_2$ . Notez que le pic UCF est moins important sur  $G_2$  que sur  $G_1$  et que c'est l'inverse pour le pic en  $\Phi_0/2$ . (On a bien sûr retranché aux 2 courbes leur valeur moyenne, ce qui fait qu'il y a un point, non visible ici à 0 à champ nul).

Ceci peut être quantifié en calculant la transformée de Fourier sur  $G_1$  et sur  $G_2$ . La courbe de  $G_1$  a ensuite été renormalisée de façon à ce que son pic en  $\Phi_0$  se superpose avec celui de  $G_2$  (cf. Fig. 5.22). On note que l'amplitude des UCFs est plus large sur  $G_1$  que sur  $G_2$ , à amplitude des oscillations AB égales, et que c'est le contraire pour le pic en  $\phi_0/2$ . Là encore cela peut s'expliquer par le facteur  $\tau_{ij}$ . Plus les trajectoires sont longues, plus la différence de temps entre 2 trajectoires qui interfèrent a de chance d'être longue. Cela signifie que, par rapport à  $G_1$ , dans  $G_2$  les interférences entre les trajectoires longues (pics en  $\Phi_0$  et  $\Phi_0/2$ ) sont favorisées, alors que celles entre les trajectoires courtes sont défavorisées (pic UCF). Mooij *et al.* [18] ont fait une étude détaillée des amplitudes des UCFs et de oscillations AB sur la conductance linéaire et non linéaire d'anneaux et de fils métalliques interrompus par des jonctions tunnel. Ils trouvent des oscillations AB qui sont approximativement constantes pour les termes linéaires et non linéaires, alors que l'amplitude des UCFs décroît avec l'ordre de la non linéarité. Ils expliquent cela par des probabilités différentes suivant que les trajectoires électroniques font ou non un tour de l'anneau avant de retourner à leur point d'origine (cf. section (2.5.3)). En utilisant la formule (5.18), puis le fait que  $\delta\tau_{ij} < \delta\widetilde{\tau}_{ij}$  (cf. section (2.5.3)) et que  $\delta G_1 > \delta\widetilde{G}_1$  (cf. Fig. 5.8), on obtient :

$$\delta G_1 \delta\tau_{ij} \propto \delta G_2 \cong \delta\widetilde{G}_2 \propto \delta\widetilde{G}_1 \delta\widetilde{\tau}_{ij} \quad (5.19)$$

En effet, sur la figure (5.8), on voit que  $\delta G_2 \cong \delta\widetilde{G}_2$ .

### 5.6.2 Calcul de l'amplitude typique de $G_2$ à fort champ

On peut maintenant essayer de remplacer  $dU_{\text{dés}}$  et  $\tau_{ij}$  par leur valeur moyenne et typique respectivement dans (5.17). Pour un système diffusif ou chaotique balistique, en dehors du cas quasi 1D on peut montrer que,  $(\tau_{ij})_{\text{typ}} \approx \tau_D$  (cf. section (2.5.3) et [17]). En effet, les électrons explorent une grande partie de l'échantillon. Comme on l'a vu dans la section (4.3.3),  $\langle dU_{\text{dés}} \rangle_{\vec{r}}$  (la chute de potentiel moyenne le long de l'échantillon) vaut simplement  $eV$  pour un échantillon ouvert et diffusif ou une cavité chaotique balistique dont les ouvertures sont étroites et les interactions faibles, i.e. un échantillon où la chute de potentiel se

fait à l'intérieur (cf. Fig. 4.6 et Fig.4.17). Cela nous donne dans ce cas pour  $d\phi_{ij}$ <sup>15</sup> :

$$d\phi_{ij} \cong \frac{eV\tau_D}{\hbar} \cong \frac{eV}{E_{Th}} \quad (5.23)$$

et pour  $G_2$  :

$$G_2 \cong \frac{e}{E_{Th}} \sum_{i,j} A_i A_j \sin(\phi_{ij}^0) \cos(2\pi B S_{ij} / \Phi_0) \quad (5.24)$$

qui nous fait penser (à un facteur de phase de  $\pi/2$  près sur les  $\phi_{ij}^0$ ) à  $G(V=0)$ . Ainsi, de même que pour  $G_1$ , si on calcule les fluctuations de  $G_2$ , on obtient l'expression  $\delta G_2^S$  des formules (5.7) :

$$\delta G_2 \cong \frac{e^2}{h} \frac{e}{E_{Th}} \delta G_1 \quad (5.25)$$

On retrouve aussi la formule(5.11) de Polianski dans la limite faibles interactions (calculée pour une cavité chaotique balistique dont les ouvertures sont étroites). Dans notre calcul, aucune source d'asymétrie en  $B$  n'est encore intervenue, c'est pour cela que le  $G_2$  calculé est en fait pour l'instant  $G_2^S$  et qu'on retrouve bien la première expression de (5.7).

Par contre, pour une cavité chaotique balistique dont les ouvertures sont étroites et les interactions fortes comme celle décrite dans [32], c'est-à-dire que la plus grande partie de la chute de potentiel a lieu au contact,  $\langle dU_{dés} \rangle_{\vec{r}}$  est nul. On ne peut alors plus écrire que  $d\phi_{ij} \cong eV\tau_{ij}/\hbar$ , de plus le terme sans interaction qui dominait dans  $\delta G_2^S$  devient nul également (cf. section (4.3.3), Fig.4.17).

Dans tous les cas, pour faire apparaître une asymétrie en champ, il est nécessaire d'aller un cran plus loin dans notre modélisation et de prendre en compte les fluctuations mésoscopiques :  $\delta dU_{dés}(\vec{r}, \Phi)$  du potentiel électrique interne (cf. Fig. 4.7). Ces dernières sont non locales, dépendent du flux magnétique, mais n'ont pas de parité particulière (cf. [9]). Elles sont dues à l'interaction électron-électron et aux interférences quantiques.

Comme nous l'avons vu (dans la section (4.1.4)), quand on applique une différence de potentiel aux bornes d'un échantillon, les électrons se réarrangent (notamment autour des impuretés). Les électrons de conduction sont sensibles à cette redistribution électronique par l'interaction de Coulomb. Il en résulte un changement dans le potentiel électrique

<sup>15</sup>On peut retrouver ce résultat à l'aide des dipôles de Landauer. En effet, si l'on fait l'hypothèse que le déphasage supplémentaire (par rapport au cas linéaire) des électrons de conduction n'a lieu qu'au niveau des impuretés et que ceux ci ne le ressentent qu'entre 2 collisions, on peut écrire que :

$$d\phi_i = \frac{1}{\hbar} \left[ \int_i dU_{dés}(r(t)) dt \right] = \frac{1}{\hbar} \sum_i U(\vec{r}_i) \tau_e \quad (5.20)$$

Or, il y a  $N = \tau_D/\tau_e$  collisions sur une trajectoire d'une électrode à une autre. Et comme l'ont montré Spivak-Zyuzin [26] les corrélations des variations de densité électronique et de potentiel électrique interne sont longue portée, donc elles se somment de façon cohérente. Il vient :

$$d\phi_i \cong \frac{1}{\hbar} \langle U(\vec{r}_i) \rangle \tau_e N \cong \frac{eV}{\hbar} \tau_{Di} \cong \frac{eV}{E_{Th}} \quad (5.21)$$

et :

$$d\phi_{ij} \cong \frac{eV}{\hbar} (\tau_{Di} - \tau_{Dj}) \cong \frac{eV}{\hbar} \tau_D \cong \frac{eV}{E_{Th}} \quad (5.22)$$

interne vu par les électrons de conduction. L'amplitude typique des fluctuations (le long d'un chemin :  $\mathcal{C}$  d'une électrode à l'autre) de cette variation est  $\delta_{\mathcal{C}}dU_{\text{dés}}(\Phi)$  et vaut<sup>16</sup> :

$$\delta_{\mathcal{C}}dU_{\text{dés}}(\Phi) \cong \delta dU_{\text{dés}}(\Phi) \quad (5.26)$$

Pour de faibles interactions, comme on l'a vu dans la section (4.3.3), on peut écrire localement<sup>17</sup> :

$$\delta dU_{\text{dés}}(\vec{r}, \Phi) \cong \frac{\gamma_{\text{int}}}{\nu} \delta dn(\vec{r}, \Phi) \cong \gamma_{\text{int}} e \delta dV(\vec{r}, \Phi) \quad (5.27)$$

Et enfin, une hypothèse d'ergodicité (valable pour les échantillons diffusifs ou chaotiques balistiques) nous donne<sup>18</sup> :

$$\gamma_{\text{int}} e \delta dV(\Phi) \cong \gamma_{\text{int}} e \delta_{\Phi} V(\Phi) \quad (5.28)$$

où  $\delta_{\Phi} V(\Phi)$  est l'amplitude typique de la différence de potentiel non locale telle qu'on la mesurerait à plus de 2 contacts sur un intervalle de flux allant de 0 à  $\Phi$ . Comme nous l'avons vu dans la partie (5.1.4), cette dernière peut être nulle en moyenne sur tout l'échantillon, mais elle fluctue dans l'espace (notamment près des impuretés ou/et à cause des interférences quantiques). Elle n'a pas de parité particulière en champ magnétique, alors que la différence de potentiel mesurée en 2 contacts est forcément paire.

$\delta_{\Phi} V(\Phi)$  peut se calculer comme suit<sup>19</sup> :

$$\frac{\delta_{\Phi} V(\Phi)}{\langle V \rangle} = \frac{\delta_{\Phi} R(\Phi)}{\langle R \rangle} = \frac{\delta_{\Phi} G(\Phi)}{\langle G \rangle} = \frac{\delta_{\Phi} G_{(\text{unité de } e^2/h)}}{g} \quad (5.29)$$

En séparant les contributions oscillant lentement et les contributions oscillant rapidement dans  $\delta_{\Phi} G_{(\text{unité de } e^2/h)}$  (c'est ce qu'on avait fait au paravant pour  $G_2$  grâce à la transformée de Fourier) :

$$\delta_{\Phi} G^{S,AS}(\Phi) = \delta G_1 f^{S,AS}(\Phi/\Phi_c) + \delta \tilde{G}_1 \tilde{f}^{S,AS}(\Phi/\Phi_0) \quad (5.30)$$

où : pour  $\Phi \gg \Phi_c$  ( $\Leftrightarrow B \gg B_c$  pour notre expérience),  $f^{S,AS}(\Phi/\Phi_c) = 1$ . Les fonctions  $f^S(\Phi)$  et  $f^{AS}(\Phi)$  ont été calculées par Polianski [32] et sont représentées sur la figure (5.23).

<sup>16</sup>Notation :  $\delta_{\mathcal{C}}dU_{\text{dés}}$ . Le  $d$  signifie toujours que c'est une variation en réponse à la différence de potentiel appliquée, le  $\delta_{\mathcal{C}}$  veut dire amplitude typique des fluctuations (on dit aussi variance de la quantité considérée) le long du chemin  $\mathcal{C}$ . Le  $\delta$  du second membre veut dire amplitude typique des fluctuations mésoscopiques sur le désordre. On a abandonné la notation  $\langle \rangle_{\vec{r}}$  de la section (4.3.3) en indice pour dire qu'une moyenne spatiale a été également effectuée. Pour écrire cette formule, on a fait l'hypothèse que l'amplitude typique des fluctuations  $\delta_{\mathcal{C}}dU_{\text{dés}}(\Phi)$  est indépendante du chemin exact parcouru. Ceci est vraisemblable (cf. [9] :  $\delta G_1$  est indépendant de l'endroit où l'on place les sondes de tension tant qu'elles sont espacées d'une longueur  $\lesssim L_{\Phi}$ ).

<sup>17</sup>Spivak et Zyuzin font ce genre d'approximation pour un échantillon diffusif [26], mais en réalité cela doit être valable pour tout type d'échantillon, tant qu'il y a des interférences quantiques

<sup>18</sup>L'ergodicité nous permet de dire qu'il est équivalent de considérer des fluctuations sur le désordre ou sur le flux. Attention toutefois, elle n'est valable en théorie que tant que  $\Phi \gg \Phi_c$  ( $\Leftrightarrow B \gg B_c$  pour notre expérience). Lors de ces opérations successives, on a remplacé des fluctuations le long d'une trajectoire à  $\Phi$  donné par des fluctuations au niveau des sondes de tension sur un intervalle de flux allant de 0 à  $\Phi$ . On n'a pas vraiment eu le choix puisque c'est la seule quantité que l'on peut mesurer avec notre dispositif. En effet, on n'a pas accès à chaque trajectoire, mais à la figure d'interférences résultant de toutes les trajectoires possibles et on ne dispose pas de grille pour faire varier le potentiel de désordre.

<sup>19</sup>La notation  $\delta_{\Phi}$  suivie de V, R ou G est utilisée quand il s'agit d'une d'une quantité non locale que l'on mesurerait à plus de 2 contacts. Pour la mesure 2 contacts, on n'utilisera toujours  $\delta$ .

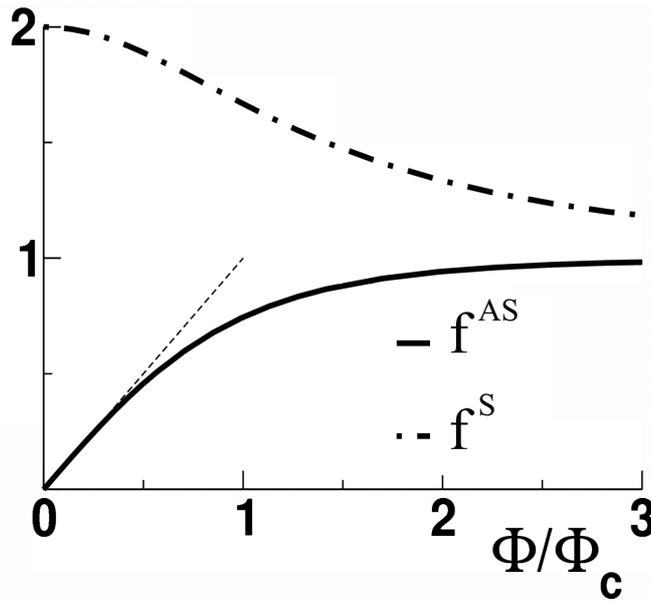


FIG. 5.23 – Fluctuations des parties symétriques et antisymétriques  $f^S(\Phi/\Phi_c)$  et  $f^{AS}(\Phi/\Phi_c)$  (correspondant à  $\delta G_2^S$  et  $\delta G_2^{AS}$ ) de la conductance non linéaire d'ordre 2 pour un point quantique cohérent en fonction de  $\Phi/\Phi_c$ . Le changement de comportement apparaît à  $\Phi = \Phi_c$ .

On rappelle que l'exposant  $\sim$  est utilisé pour les oscillations AB et que  $\delta G_1$  signifie amplitude typique des UCFs.

Finalement, on obtient que :

$$\delta_C dU_{\text{dés}}(\Phi) \cong \gamma_{\text{int}} eV \frac{\delta_\Phi G(\Phi)}{g} \quad (5.31)$$

On voit alors que les fluctuations en flux de  $dU_{\text{dés}}$  ont les mêmes caractéristiques que celles de  $G_{1,4\text{contacts}}$ . c'est-à-dire qu'elles ont les mêmes échelles de variation ( $\Phi_0$  et  $\Phi_c$ ) et les mêmes ordres de grandeur. C'est normal car elles ont la même origine : les interférences quantiques.

En outre, on retrouve le résultat de Spivak-Zyuzin [26] pour la composante UCF du signal :

$$\delta_C dU_{\text{dés}}(\Phi) \cong \gamma_{\text{int}} eV \frac{\delta G_1}{g} f^{AS}(B/B_c) \quad (5.32)$$

Revenons à présent, à  $G_2$  donnée par la formule (5.17)

$$G_2 \cong \sum_{i,j} (d\phi_{ij}/dV)_{(V=0)} A_i A_j \sin(\phi_{ij}^0) \cos(2\pi B S_{ij}/\Phi_0) \quad (5.33)$$

Comme les corrélations de la variation (due à la différence de potentiel appliquée) de potentiel électrique interne sont **longue portée** [26], dans  $d\phi_{ij}$  on peut approximer le

$dU_{\text{dés}}(\vec{r}(t), \Phi)$  sur une trajectoire par  $\delta_C dU_{\text{dés}}(\Phi)$ . On obtient alors que :

$$d\phi_{ij} = \frac{1}{\hbar} \left[ \int_i - \int_j dU_{\text{dés}}(\vec{r}(t), \Phi) dt \right] \cong \frac{1}{\hbar} \left[ \int_i - \int_j \delta_C dU_{\text{dés}}(\Phi) dt \right] \quad (5.34)$$

$$\cong \frac{1}{\hbar} (\delta_C dU_{\text{dés}} \tau_{ij}) \cong \frac{1}{\hbar} \left( \gamma_{\text{int}} eV \frac{\delta_\Phi G(\Phi)}{g} \right) \tau_{ij} \quad (5.35)$$

D'où<sup>20</sup> :

$$G_2 \cong \frac{e}{\hbar} \frac{\gamma_{\text{int}} \delta_\Phi G(\Phi)}{g} \sum_{i,j} \tau_{ij} A_i A_j \sin(\phi_{ij}^0) \cos(2\pi B S_{ij} / \Phi_0) \quad (5.36)$$

En séparant dans la somme les termes oscillants rapidement et les termes oscillants lentement, il vient :

$$\begin{aligned} G_2 \cong & \frac{e}{\hbar} \frac{\gamma_{\text{int}} \delta_\Phi G(\Phi)}{g} \sum_{i,j} \tilde{\tau}_{ij} \tilde{A}_i \tilde{A}_j \sin(\phi_{ij}^0) \cos(2\pi B (S_{\text{moy}} + \delta S_{ij}) / \Phi_0) \\ & + \frac{e}{\hbar} \frac{\gamma_{\text{int}} \delta_\Phi G(\Phi)}{g} \sum_{i,j} \tau_{ij} A_i A_j \sin(\phi_{ij}^0) \cos(2\pi B \delta S_{ij} / \Phi_0) \end{aligned} \quad (5.37)$$

où :  $\delta S_{ij}$  est soit l'écart de la surface enserrée par les trajectoires  $i$  et  $j$  à la surface moyenne de l'anneau dans le premier terme ou soit la surface enserrée par les trajectoires  $i$  et  $j$  qui vont dans le même bras de l'anneau dans le second terme.

En prenant la limite à fort flux ( $\Phi \gg \Phi_c$ ), et en ne s'intéressant qu'aux termes contribuant aux UCFs (c'est-à-dire oscillant lentement), on obtient pour l'amplitude typique des fluctuations<sup>21</sup> :

$$\delta G_2^{S,AS} \cong \frac{e}{\hbar} \frac{\gamma_{\text{int}} \delta G_1}{g} \delta \left[ \sum_{i,j} \tau_{ij} A_i A_j \sin(\phi_{ij}^0) \cos(2\pi B \delta S_{ij} / \Phi_0) \right] \quad (5.38)$$

Si on suppose que les  $\tau_{ij}$  et que les  $A_i A_j \sin(\phi_{ij}^0) \cos(2\pi B \delta S_{ij} / \Phi_0)$  sont des quantités fluctuant indépendamment, on obtient :

$$\delta \left[ \tau_{ij} A_i A_j \sin(\phi_{ij}^0) \cos(2\pi B \delta S_{ij} / \Phi_0) \right] = \delta \tau_{ij} \delta \left[ A_i A_j \sin(\phi_{ij}^0) \cos(2\pi B \delta S_{ij} / \Phi_0) \right] = \frac{e^2}{h} \delta G_1 \delta \tau_{ij} \quad (5.39)$$

Or on a  $\delta \tau_{ij} \approx \tau_D$  (cf. section (2.5.3)). D'où :

$$\delta G_2^{S,AS} \cong \frac{e^2}{h} \frac{e}{\hbar} \frac{\gamma_{\text{int}}}{g} \delta G_1 \tau_D \delta G_1 \cong \frac{e^2}{h} \frac{e}{E_{\text{Th}}} \frac{\gamma_{\text{int}}}{g} (\delta G_1)^2 \quad (5.40)$$

Les résultats obtenus par notre modèle pour ce qui est de l'amplitude des UCFs sont résumés dans le tableau (5.2)<sup>22</sup>. On rappelle que ce modèle n'est valable qu'à faibles inter-

<sup>20</sup>Cela était impossible à prévoir avec les dipôles de Landauer. En effet, ils ne prennent ni en compte les interférences quantiques, ni l'interaction électron-électron.

<sup>21</sup>On a aussi négligé  $\delta \tilde{G}_1$  devant  $\delta G_1$  dans l'expression de  $\delta_\Phi G(\Phi)$ . Cela est raisonnable (cf. Fig. 5.8).

<sup>22</sup>On n'a utilisé pour  $\delta G_2^S$  diffusif que le terme avec interaction (c'est-à-dire du premier ordre)  $\frac{e^2}{h} \frac{e}{E_{\text{Th}}} \frac{\gamma_{\text{int}}}{g} (\delta G_1)^2$ , était négligeable devant le terme sans interaction (c'est-à-dire à l'ordre 0)  $\frac{e^2}{h} \frac{e}{E_{\text{Th}}} \delta G_1$ . En effet, on a bien toujours  $\gamma_{\text{int}} \frac{\delta G_1}{g} \ll 1$ . Par contre, quand le terme sans interaction n'existe pas (à cause d'un potentiel électrique interne moyen plat comme dans le cas balistique), on doit prendre en compte le terme d'ordre 1 en interaction qui est le premier terme non nul.

	$\delta G_2^S$	$\delta G_2^{AS}$	$\frac{\delta G_2^{AS}}{\delta G_2^S}$
ballistique	$0 + \frac{e^2}{h} \frac{e}{E_{Th}} \frac{\gamma_{int}}{g} (\delta G_1)^2$	$\frac{e^2}{h} \frac{e}{E_{Th}} \frac{\gamma_{int}}{g} (\delta G_1)^2$	1
Diffusif	$\frac{e^2}{h} \frac{e}{E_{Th}} \delta G_1 + \dots$	$\frac{e^2}{h} \frac{e}{E_{Th}} \frac{\gamma_{int}}{g} (\delta G_1)^2$	$\frac{\gamma_{int}}{g} \delta G_1$

TAB. 5.2 – Résumé des formules obtenues pour l'amplitude des UCFs par notre modèle en faibles interactions

actions (puisque l'on a utilisé que  $\delta C dU_{dés}(\Phi) \propto \frac{\gamma_{int}}{g} eV$ ) mais pour tout type d'échantillons (diffusifs où la chute de potentiel a lieu le long de l'échantillon ou balistiques où la chute de potentiel a lieu aux contacts).

Les résultats obtenus par Polianski [50] pour une cavité chaotique balistique sont résumés dans le tableau (5.3).

	$\delta G_2^S$	$\delta G_2^{AS}$	$\frac{\delta G_2^{AS}}{\delta G_2^S}$
Fort écrantage	$\frac{e^2}{h} \frac{e}{E_{Th}} \frac{\gamma_{int}}{g} (\delta G_1)^2$	$\frac{e^2}{h} \frac{e}{E_{Th}} \frac{\gamma_{int}}{g} (\delta G_1)^2$	1
Faible écrantage	$\frac{e^2}{h} \frac{e}{E_{Th}} \delta G_1$	$\frac{e^2}{h} \frac{e}{E_{Th}} \frac{\gamma_{int}}{g} (\delta G_1)^2$	$\frac{\gamma_{int}}{g} \delta G_1$

TAB. 5.3 – Résumé des formules obtenues pour l'amplitude des UCFs par Polianski [50] pour une cavité chaotique balistique

Il semble donc que si on prolongeait notre modèle en utilisant la définition de Büttiker *et al.* de  $\gamma_{int} = \frac{1}{1+C\Delta/2e^2}$  en forte interaction, on obtiendrait une correspondance à force d'interaction quelconque entre nos résultats (existence ou non d'une chute de potentiel le long de l'échantillon) et ceux de Polianski (limite faible ou fort écrantage) valables dans une cavité chaotique balistique<sup>23</sup>. Cela semble raisonnable. En effet, si l'écrantage est fort dans une cavité chaotique balistique soumise à une différence de potentiel, les charges vont s'accumuler au niveau des ouvertures étroites de l'échantillon et vont écranter le champ. L'énergie de charge sera alors grande (devant l'écart entre les niveaux) et le potentiel électrique interne de l'échantillon sera alors plat en moyenne comme pour un échantillon balistique. Au contraire, si l'écrantage est faible, le peu de charges qui vont s'accumuler sur les bords de l'échantillon ne vont pas suffire à écranter le champ et la chute de potentiel aura plutôt lieu le long de l'échantillon comme pour un échantillon diffusif.

Notons également que si l'on calcule dans la limite d'un écrantage faible (énergie de charge faible - C grand),  $\gamma_{int}$  défini au sens de Büttiker *et al.* on a :

$$\gamma_{int} = \frac{1}{1 + C\Delta/2e^2} \approx \frac{2e^2}{C\Delta} \quad (5.41)$$

Ce qui revient à :  $\frac{e^2}{C} \approx \Delta\gamma_{int}/2 \approx \frac{\gamma_{int}}{2\nu}$ . Or, l'énergie de charge est l'énergie qu'il faut payer pour rajouter un électron dans la cavité. Quand on rajoute  $dn$  électrons par unité

<sup>23</sup>Toutefois, même si on obtient les mêmes résultats, la correspondance et le prolongement des concepts mis en jeu sont loin d'être triviaux...

de volume, le potentiel électrique interne change de  $dU_{dis} \approx \frac{\gamma_{int}}{2\nu}$  où  $\nu$  est cette fois la densité d'états par unité de volume. On a donc bien correspondance entre le modèle de Büttiker-Sanchez [27] faible écrantage dans une cavité chaotique balistique et le modèle de Spivak-Zyuzin [26] faible interaction dans un échantillon diffusif. Notre modèle montre que cette correspondance peut être prolongée au cas fortes interactions et fort écrantage. Les résultats de l'ajustement de la figure (5.10) et ce modèle semi-classique montrent que dans notre échantillon, la chute de potentiel n'a lieu qu'au contact et de façon symétrique, c'est-à-dire qu'il se comporte comme une cavité chaotique balistique à fort écrantage ou comme un échantillon où les interactions sont faibles mais le potentiel électrique interne est tout de même uniforme. Cela n'était pas évident puisqu'on a  $E_{Th}$  de l'ordre de  $\omega_{esc}$  (cf. annexe (C)). Par ailleurs, des mesures sur des échantillons précédents, avaient révélé un comportement diffusif. L'explication est que ces échantillons ont été moins gravés à l'IBE que les précédents (cf. [81]). En effet, pour des mesures hautes fréquences  $f > E_{Th}$ , il est préférable de graver l'AsGa jusqu'au gaz d'électrons.

Enfin, si l'on utilise l'expression faible écrantage ou diffusif pour  $\delta G_2^S$  et qu'on la réinjecte dans l'expression de  $\delta G_2^{AS}$ , on obtient bien l'expression 5.7 pour  $\delta G_2^{AS}$ , à fort champ :

$$\delta G_2^{AS} \cong \frac{\gamma_{int}}{g} \delta G_1 \delta G_2^S \quad (5.42)$$

Notons toutefois, que dans notre modèle (et celui de Polianski) cette formule n'est valable que dans un échantillon diffusif ou dans une cavité chaotique balistique avec un faible écrantage.

### 5.6.3 Croissance linéaire de l'amplitude des oscillations AB à bas champ

Revenons maintenant à la formule (5.37) pour essayer d'expliquer la croissance linéaire de l'amplitude des oscillations AB à bas champ sur  $G_2^{AS}$  de la figure (5.15). Intéressons nous au régime ( $\Phi \ll \Phi_c$ ) et à la partie impaire de  $G_2$ . La partie impaire ne peut venir que de  $f^{AS}(\Phi/\Phi_c)$  et de  $\tilde{f}^{AS}(\Phi/\Phi_0)$  qui valent au premier ordre en flux  $\Phi/\Phi_c$  et  $\sin(2\pi\Phi/\Phi_0)$  respectivement. D'où :

$$\begin{aligned} G_2^{AS} \cong & \frac{e}{\hbar} \frac{\gamma_{int}}{g} \left( \delta G_1 \frac{\Phi}{\Phi_c} + \delta \tilde{G}_1 \sin \left( \frac{2\pi\Phi}{\Phi_0} \right) \right) \sum_{i,j} \tilde{\tau}_{ij} \tilde{A}_i \tilde{A}_j \sin(\phi_{ij}^0) \cos(2\pi B(S_{moy} + \delta S_{ij})/\Phi_0) \\ & + \frac{e}{\hbar} \frac{\gamma_{int}}{g} \left( \delta G_1 \frac{\Phi}{\Phi_c} + \delta \tilde{G}_1 \sin \left( \frac{2\pi\Phi}{\Phi_0} \right) \right) \sum_{i,j} \tau_{ij} A_i A_j \sin(\phi_{ij}^0) \cos(2\pi B \delta S_{ij}/\Phi_0) \end{aligned}$$

Conservons seulement les termes oscillant à  $\Phi_0$  :

$$\tilde{G}_2^{AS} = \alpha \sin \left( \frac{2\pi\Phi}{\Phi_0} \right) + \beta \frac{\Phi}{\Phi_c} \cos \left( \frac{2\pi\Phi}{\Phi_0} \right) = \alpha \sin \left( \frac{2\pi BS}{\Phi_0} \right) + \beta \frac{B}{B_c} \cos \left( \frac{2\pi BS}{\Phi_0} \right) \quad (5.43)$$

où l'amplitude typique des fluctuations de  $\alpha$  et  $\beta$  sont respectivement<sup>24 25</sup> :

$$\delta\alpha \cong \frac{e^2}{h} \frac{e}{\hbar} \frac{\gamma_{int}}{g} \delta \tilde{G}_1 \delta G_1 \delta \tau_{ij} \cong \frac{\gamma_{int}}{g} \delta \tilde{G}_1 \delta G_2 \quad (5.44)$$

<sup>24</sup>Cette fois, nous sommes obligés de moyennner sur le désordre car nous sommes dans le régime non ergodique où  $\Phi \ll \Phi_c$ .

<sup>25</sup>Dans le terme le plus à droite de la formule 5.44,  $\delta \tilde{G}_1$  est pris sans dimension.

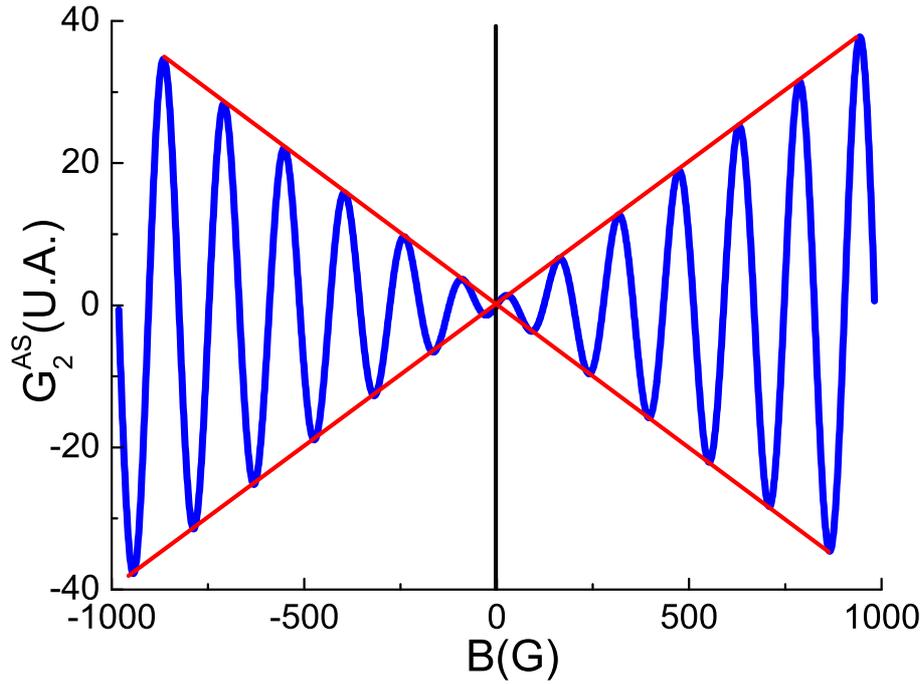


FIG. 5.24 – Courbe typique de  $\tilde{G}_2^{AS}$  (terme antisymétrique en champ magnétique de la partie AB de  $G_2$ ) obtenue à partir de la formule (5.43) et des ordres de grandeurs expérimentaux ( $\delta\alpha \approx 0.2\delta\beta$ ). Elle est à comparer à la figure (5.15).

$$\delta\beta \cong \frac{e^2}{h} \frac{e}{\hbar} \frac{\gamma_{\text{int}}}{g} \delta G_1 \delta \tilde{G}_1 \delta \tilde{\tau}_{ij} \cong \frac{\gamma_{\text{int}}}{g} \delta G_1 \delta \tilde{G}_2 \quad (5.45)$$

La courbe typique de  $\tilde{G}_2^{AS}$  obtenue à partir de la formule (5.43) et des ordres de grandeurs expérimentaux est tracée dans la figure (5.24). Expérimentalement, on a :  $\delta \tilde{G}_1 = 0.2\delta G_1$  et  $\delta G_2 = \delta \tilde{G}_2$  (cf. Fig. 5.8). Il vient alors dans notre cas :

$$\delta\alpha = \frac{\delta \tilde{G}_1}{\delta G_1} \delta\beta = 0.2\delta\beta \quad (5.46)$$

Cela donne une explication de la croissance linéaire<sup>26</sup> de l'amplitude des oscillations AB à bas champ sur  $G_2^{AS}$  visible dans la figure (5.15). On ne peut rester, à ce niveau, que qualitatif car le modèle donne l'amplitude typique de l'enveloppe des oscillations AB. Pour chaque échantillon, la pente de l'enveloppe peut s'écarter plus ou moins de cette moyenne. Nous ne disposons pas assez de configurations de désordre pour faire une moyenne. On comprend quand même pourquoi cet effet peut ne pas être observé dans des anneaux très étroits [65] où  $B_c > 1\text{T}$  et les UCFs ne sont pas visibles. En effet dans ce cas, les fluctuations du potentiel mésoscopique lentes sont quasiment inexistantes et  $\delta G_1$  est presque nul.

<sup>26</sup>La croissance a lieu jusqu'à une échelle de l'ordre  $B_c$  *i.e.* plusieurs oscillations AB, en accord avec la formule (5.43) qui est vrai tant que  $B \ll B_c$ .

### 5.6.4 Limites du modèle

Le modèle précédent présente l'avantage de retrouver les formules de Polianski dans les limites  $\gamma_{\text{int}} \ll 1$  ou  $\gamma_{\text{int}} \approx 1$  et d'expliquer certains résultats expérimentaux. Mais, il comporte certaines limites. Sa principale faiblesse est qu'à une étape (cf. formule 5.35), on est obligé d'approximer  $dU_{\text{dés}}$  par sa valeur moyenne ou par sa valeur typique sur une trajectoire. Alors que dans le même temps, on continue de sommer sur tous les chemins et d'utiliser des termes comme :  $\tau_{ij}$ ,  $A_i$ ,  $A_j$ ,  $\phi_{ij}^0$  et  $S_{ij}$  qui, eux, dépendent de chaque trajectoire. Cela doit quand même être correct tant que les facteurs de phase intervenant dans le calcul du potentiel électrique interne et ceux intervenant dans le calcul de  $\delta G_2$  peuvent être considérés comme des variables aléatoires indépendantes.

L'autre problème est que l'accord entre théorie et expérience n'est pas quantitatif. On trouve  $\gamma_{\text{int}}$  de l'ordre de 0.90, alors qu'un calcul géométrique nous donnerait plutôt 0,99. Cela vient sans doute du fait que ne disposant pas de grille proche de l'échantillon, il est difficile de définir avec précision la capacité géométrique qui intervient dans  $\gamma_{\text{int}} = \frac{1}{1+\Delta C/2e^2}$ .

Dans l'annexe (E), nous avons calculé que :  $\gamma_{\text{int}} = \frac{1}{1+\Delta/U_C} = \frac{1}{1+a_0/2W}$ . Cela veut dire que, plus  $W$  diminue, plus  $\gamma_{\text{int}}$  diminue. Or, si on fait correspondre les 2 définitions de Büttiker-Sanchez [27] et de Spivak-Zyuzin [26] ; cela entraîne que les interactions diminuent avec la largeur. Or, on sait bien que les interactions se font d'autant plus ressentir que les électrons ont de chance de se rencontrer, c'est-à-dire que les dimensions sont petites. La correspondance écrantage-interaction n'est pas encore bien comprise.

Néanmoins, si l'on admet que la définition de  $\gamma_{\text{int}}$  est encore valable à 1D, on peut exprimer cette dernière en fonction de la constante de Lüttinger  $C_L$ <sup>27</sup>. En effet, on a  $1/C_L^2 = 1 + U_C/\Delta$  [82]. Il vient donc :

$$\gamma_{\text{int}} = \frac{1}{1 + \Delta/U_C} = 1 - C_L^2 \quad (5.47)$$

Si l'on fait correspondre à nouveau les 2 définitions de Büttiker-Sanchez [27] et de Spivak-Zyuzin [26] ; on a équivalence entre faibles interactions et  $C_L \approx 1$ , de même entre fortes interactions et  $C_L \approx 0$  qui veut dire interactions fortement répulsives. Il semble donc qu'il y ait une certaine analogie entre notre description et celle de Lüttinger ; mais pousser plus loin cette analogie ne nous paraît pas raisonnable.

Enfin, on peut s'interroger sur le lien entre  $\gamma_{\text{int}}$  et une autre constante fondamentale intervenant dans le transport électronique qui est  $r_s$ .  $r_s$  est le rapport entre l'énergie potentielle et l'énergie cinétique des électrons<sup>28</sup> :

$$r_s = \frac{\epsilon_p}{\epsilon_F} = \frac{e^2/(\epsilon_0\epsilon_r\lambda_F)}{\hbar^2(2\pi)^2/(2m\lambda_F^2)} = \frac{2\lambda_F}{\pi a_0} \quad (5.48)$$

Dans  $r_s$ , aucun facteur géométrique n'intervient. On se place à une échelle plus petite que la longueur d'écrantage qui est de l'ordre de  $\lambda_F$ . Cela vient du fait que l'on a utilisé une énergie d'interaction de Coulomb non écrantée pour le calcul de  $r_s$ . Au contraire, la géométrie de l'échantillon joue un rôle important pour  $\gamma_{\text{int}} = \frac{1}{1+a_0/(2W)}$ . En effet pour  $\gamma_{\text{int}}$ , l'interaction peut être plus ou moins écrantée, mais de toute façon elle ne peut pas étendre

<sup>27</sup>On rappelle que  $C_L > 1$  pour des interactions attractives et  $C_L < 1$  pour des interactions répulsives.

<sup>28</sup>Pour l'énergie potentielle, on utilise en général l'énergie d'interaction de Coulomb non écrantée où la longueur qui intervient est la distance entre électrons, pour nous elle est de l'ordre de  $\lambda_F$ .

sa portée plus loin que la taille de l'échantillon. On peut si on le désire exprimer  $\gamma_{\text{int}}$  à l'aide de  $r_s$  :

$$\gamma_{\text{int}} = \frac{1}{1 + r_s \frac{\pi a_0^2}{4\lambda_F W}} \quad (5.49)$$

## 5.7 Conclusions et perspectives

### 5.7.1 Conclusions

Finalement, on a montré qu'il existait une asymétrie en champ magnétique dans la conductance non linéaire d'ordre 2 pour des anneaux de GaAs/GaAlAs. Elle a une origine mésoscopique, son signe est aléatoire, elle dépend de la configuration du désordre dans l'échantillon et contient à la fois des oscillations AB et des fluctuations de la conductance. On a obtenu un bon accord entre la théorie et l'expérience pour ce qui est de la dépendance du rapport  $\delta G_2^{AS}/\delta G_2^S$  en fonction de la conductance (avec pour seul paramètre d'ajustement  $\gamma_{\text{int}}$ ). Cet accord a été obtenu en faisant l'hypothèse que dans nos échantillons, la chute de potentiel avait lieu au contact et de façon symétrique. C'est-à-dire qu'ils se comportaient comme des cavités chaotiques balistiques fortement écrantées dont la chute de potentiel est symétrique aux contacts, ce qui n'était pas évident a priori. Nous avons aussi montré l'existence d'une extinction linéaire des oscillations AB à bas champ pour  $G_2^{AS}$  (cf. Fig. 5.15) et que l'amplitude des oscillations AB était plus grande, relativement aux UCF, sur  $G_2$  que sur  $G_1$  (cf. Fig. 5.8 et fig. 5.22). Cela peut être compris par un modèle semi-classique simple des interférences quantiques.

### 5.7.2 Perspectives

On pourrait rajouter une grille électrostatique au dessus d'anneaux de plus grandes mobilités. Cela nous permettrait<sup>29</sup> de mieux contrôler  $g$ . En outre, la capacité géométrique serait un peu mieux définie et un peu plus grande et donc la valeur de  $\gamma_{\text{int}}$  serait diminuée. On devrait ainsi voir (cf. Fig. 5.25) le rapport  $\delta G_2^{AS}/\delta G_2^S$  diminuer avec  $g$ . Néanmoins, il ne faut pas perdre de vue que si  $\gamma_{\text{int}}/g$  diminue, le signal correspondant à la partie antisymétrique de  $G_2$  sera beaucoup plus difficile à détecter car  $\delta G_2^{AS} \propto \gamma_{\text{int}}/g$ .

Afin de diminuer le rapport  $\delta G_2^{AS}/\delta G_2^S$  quand  $g$  croît, on peut augmenter  $\delta G_2^S$ . Pour se faire, on peut créer une asymétrie géométrique gauche-droite, par exemple en dessinant un gros contact d'un côté et un petit de l'autre (cf. Fig. 5.26). On aurait alors, la partie sans interaction de  $\delta G_2^S$  qui dominerait et le rapport deviendrait :  $\delta G_2^{AS}/\delta G_2^S = \frac{\gamma_{\text{int}}}{g} \delta G_1$ . L'expérience pourrait alors être la suivante. Sur un même gaz 2D (pour que la gravure soit la même), on dessinerait : un anneau symétrique et un autre anneau asymétrique. Si le rapport était constant dans le premier cas et décroissait en  $1/g$  dans le second cas ; cela montrerait que les interactions sont effectivement fortes et qu'on a bien compris le transport non linéaire dans nos échantillons.

Le cas d'un échantillon avec des interactions faibles est accessible expérimentalement avec des anneaux très étroits car  $\gamma_{\text{int}} \approx 1/(1 + a_B/W)$  (cf. annexe (E)), ou dans des

<sup>29</sup>Si on parvenait à bien séparer les contributions parasites (cf. paragraphe sur les autres contributions expérimentales possibles au transport non linéaire d'ordre 2 de la section (4.3.3)) des contributions dues au signal recherché.

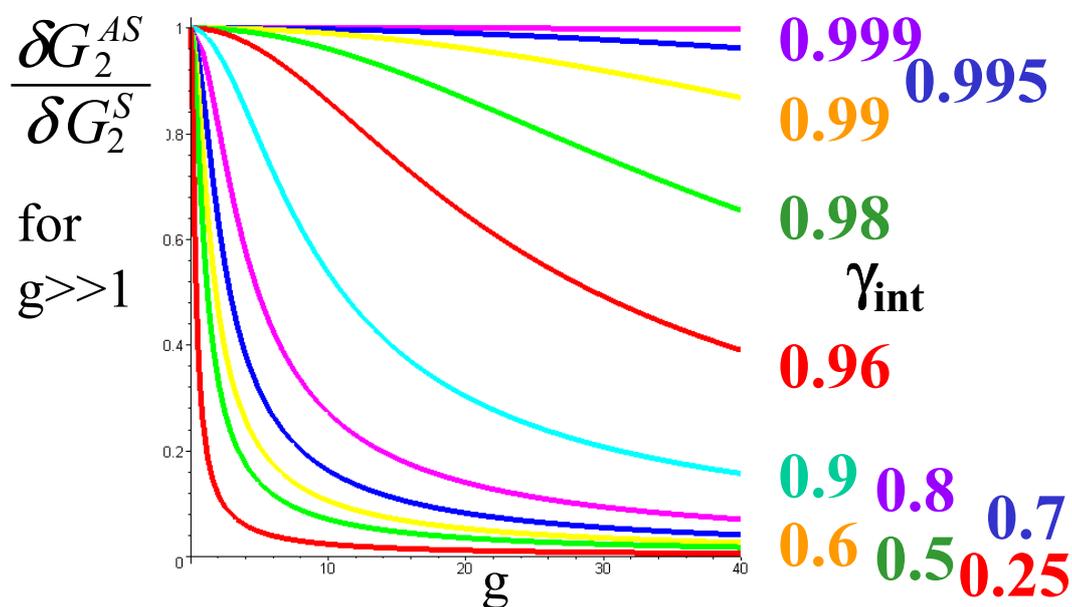


FIG. 5.25 – Simulation du rapport  $\delta G_2^{AS}/\delta G_2^S$  en fonction de la conductance adimensionnée  $g$  pour plusieurs valeurs de  $\gamma_{int}$ . On a utilisé la formule (5.12) en supposant qu'on arrivait à être dans le régime universel (c'est-à-dire  $g \gg 1$  et donc  $\delta G_1 \approx 1$ ). Notez qu'à  $g \approx 40$ , le rapport est déjà réduit à 0.9 pour  $\gamma_{int} = 0.99$ .

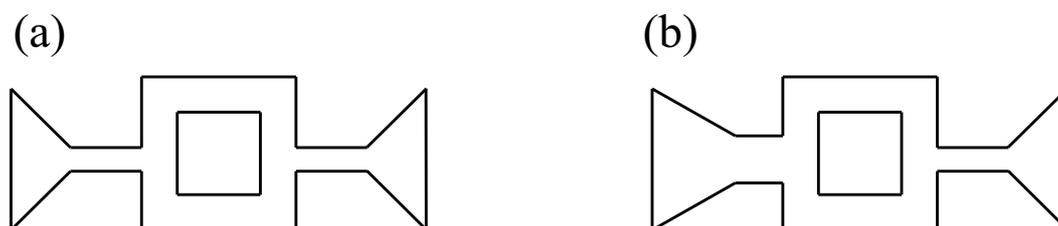


FIG. 5.26 – (a) Schéma des anneaux mesurés. (b) Géométrie qu'on pourrait utiliser pour voir une décroissance en  $1/g$  du rapport  $\delta G_2^{AS}/\delta G_2^S$ .

nanotubes de carbone car  $\Delta > U_C$ , ou bien dans un échantillon où la chute de potentiel a lieu à l'intérieur et non aux contacts. Dans ce cas, on pourrait mesurer la constante d'interaction avec précision si on était capable de faire varier l'asymétrie des contacts. En effet, dans le cas d'une telle asymétrie (nombre de canaux de conduction différent à gauche  $N_1$  et à droite  $N_2$ ), la formule (5.12) devient [50] :

$$\frac{\delta G_2^{AS}}{\delta G_2^S} = \frac{1}{\sqrt{1 + 2\left(\frac{g}{\delta G_1}\right)^2 \left(\frac{1}{\gamma_{\text{int}}} - \frac{2N_1}{N_1 + N_2}\right)^2}} \quad (5.50)$$

Ce rapport est maximal quand le second terme du dénominateur est nul, c'est-à-dire quand  $\gamma_{\text{int}} = (N_2/N_1 + 1)/2$ . En pratique, on peut réaliser cela avec des grilles électrostatiques sur le gaz bidimensionnel et en mesurant  $N_1$  et  $N_2$  dans le régime linéaire. Grâce à ces grilles, on pourrait passer continûment d'un régime à un autre et explorer les 2 limites (faible et grande dépendance du rapport  $\delta G_2^{AS}/\delta G_2^S$  en fonction de la conductance) de la formule précédente.



# Chapitre 6

## Expériences hautes fréquences

### 6.1 Motivations et prédictions théoriques

#### 6.1.1 Motivations

Dans les années à venir, l'étude du transport électronique cohérent de phase, avec des potentiels extérieurs variant rapidement dans le temps, va probablement devenir très important dans le domaine de l'information quantique en physique du solide. En effet, les opérations de grille devront être rapides comparées aux temps de décohérence qui sont de l'ordre ou inférieurs à la nanoseconde. Cela nous place d'emblée dans le domaine du GigaHertz ou plus...

Dans cette partie, nous allons étudier comment un courant  $DC$  est généré quand on irradie un échantillon mésoscopique (ce sera encore un anneau Aharonov-Bohm gravé dans un gaz bidimensionnel d'électrons, mais cette fois il sera davantage dans le régime diffusif que les précédents) avec des radio-fréquences (RF). Il s'agit de l'effet photovoltaïque (ou PV) qui n'existe, encore une fois, que pour des échantillons non-centrosymétriques. C'est un effet complètement mésoscopique, au sens où (comme  $G_2$ ) il est sensible à la configuration particulière du désordre et qu'il se moyenne à 0 quand il y a trop de régions indépendamment cohérentes de phase ( $L \gg L_\phi$ ). Le lien profond entre l'effet PV et les UCFs repose sur le fait que le degré d'asymétrie est relié à la probabilité de transmission d'un électron à travers l'échantillon. L'avantage de l'effet PV est que ce n'est pas une correction à un terme macroscopique ou à un terme moyen fini comme dans le cas des UCFs. Si bien qu'on peut voir des oscillations PV en  $h/e$  à beaucoup plus haute température que les oscillations AB sur la conductance (cf. [83] jusqu'à 13K!). Pour des températures plus grandes, l'effet PV, comme tout phénomène mésoscopique, finit par disparaître. Liu *et al.* [84] ont aussi observé des changements discontinus dans la tension photovoltaïque en fonction du temps qu'ils interprètent comme du bruit télégraphique. La différence avec les mesures habituelles sur la conductance est que ces fluctuations sont aussi grandes que le signal, alors que les fluctuations de la conductance sont bien inférieures à la conductance moyenne (habituellement le rapport est de quelques pour mille dans les métaux). Ainsi, des mesures de l'effet PV peuvent, dans certains cas, s'avérer plus utiles dans l'étude du changement de la configuration des impuretés dans un métal.

L'effet photovoltaïque est relié à la conductance non linéaire d'ordre 2. En effet, un champ électrique  $E_\omega(t) = E_\omega \cos(\omega t)$  appliqué sur un échantillon induit une différence de

potentiel  $V(t) = V \cos(\omega t)$  à ses bornes. Or si l'on écrit  $I(t) = G_1 V(t) + G_2 V^2(t)$ , il vient :

$$I(t) = G_1(\omega) V \cos(\omega t) + G_2(\omega) V^2 \cos^2(\omega t) = G_2(\omega) \frac{V^2}{2} + G_1(\omega) V \cos(\omega t) + G_2(\omega) \frac{V^2 \cos(2\omega t)}{2} \quad (6.1)$$

dont la partie *DC* est  $G_2 \frac{V^2}{2}$ . A haute fréquence, on étudie la composante *DC* et non l'harmonique à  $2\omega$ , ce qui est équivalent, parce qu'il est extrêmement difficile de suivre un signal à de telles fréquences<sup>1</sup>. Et plus particulièrement, on s'intéresse à la partie impaire en champ magnétique de  $G_2$ . On va voir, qu'en plus du terme lié aux interactions et aux interférences quantiques (étudié dans le chapitre précédent à basse fréquence), va se rajouter un terme lié à la brisure de la symétrie par renversement du sens du temps. Cette dernière étant due à la variation du potentiel extérieur pendant le temps de traversée de l'échantillon. L'effet PV existe pour toute géométrie d'échantillon mésoscopique. On se servira de la géométrie annulaire essentiellement quand on regardera la phase à champ nul des oscillations AB et le doublement de fréquence de ces oscillations vers  $\omega\tau_D \approx 1$ .

### 6.1.2 Travaux précédents sur l'effet photovoltaïque

Les premières prédictions de l'amplitude de l'effet PV ont été publiées par Fal'ko et Khmel'nitskii [85]. Elles sont fondées sur une théorie diagrammatique. Ces auteurs donnent aussi une interprétation plus intuitive de leur résultat pour un échantillon diffusif. Cet effet est lié à la redistribution anisotrope des électrons excités par le champ radiofréquence  $E_\omega$ . Ce dernier, de pulsation  $\omega$  induit une différence de potentiel  $V = E_\omega L$  dans le conducteur de longueur  $L$ . Or, un échantillon (de volume  $V_{ol}$ , de conductivité  $\sigma$  et de conductance  $G$ ) soumis à une tension  $V$  absorbe une énergie  $\sigma E_\omega^2 V_{ol} = GV^2$  correspondant à  $N_{ph} = GV^2/\hbar\omega$  photons par unité de temps<sup>2</sup>. Chaque photon absorbé va exciter un électron du niveau de Fermi  $\epsilon_F$  vers un niveau d'énergie  $\epsilon_F + \hbar\omega$ . Ces électrons arrivent aux contacts après un temps caractéristique qui en régime diffusif vaut  $\tau_D$ . En l'absence de désordre, la probabilité qu'un électron aille vers le contact de gauche ou le contact de droite est la même, il en résulte un courant nul en moyenne. Par contre, en présence de désordre l'échantillon est pratiquement toujours asymétrique, d'où l'existence d'un courant. Le degré d'asymétrie est donc inversement proportionnel à la conductance et estimé à  $\alpha = \frac{e^2/h}{G}$ . Dans la limite des très hautes fréquences  $\omega\tau_D \gg 1$ , les électrons sont excités sur une gamme d'énergie grande devant l'énergie de corrélation  $E_{Th}$ . On va donc devoir sommer les  $n = \omega\tau_D$  contributions au courant PV de façon incohérente :

$$\sqrt{\langle I_{pv}^2 \rangle} \cong \frac{e\alpha N_{ph}}{\sqrt{n}} \cong \frac{e}{\tau_D} \sqrt{\omega\tau_D} \left(\frac{eV}{\hbar\omega}\right)^2 \quad (6.2)$$

Le calcul a été réalisé après une moyenne sur le désordre. Pour un échantillon donné, l'amplitude de cet effet peut varier légèrement et le signe s'inverser.

Spivak *et al.* ont plus tard prédit une autre contribution à l'effet PV reliée à des processus de relaxation [86]. Leur terme est, cette fois-ci, indépendant de la fréquence. Il est

<sup>1</sup>Notons aussi que la mesure d'un signal continu est beaucoup moins sensible aux effets d'environnement que celle d'un signal AC dans le domaine des GHz.

<sup>2</sup>Ce raisonnement simple n'est valable que si l'on peut négliger l'absorption multiple de photons. La condition de validité de cette approximation est :  $eV \ll \hbar\omega$

dominant pour des anneaux isolés, mais ne l'est pas pour des anneaux connectés. L'existence d'une asymétrie en champ magnétique a été suggérée par Shutenko *et al.* pour des effets PV ou de pompage mésoscopique [87].

Les premiers travaux expérimentaux sur l'effet PV ont été menés par Bykov *et al.* sur des fils dans des hétérostructures d'AsGa [88]. Ils ont ensuite continué en étudiant l'influence du déphasage et du chauffage dans des anneaux AB [89], suivi par Liu *et al.* dans des échantillons mésoscopiques carrés et métalliques [84] et plus tard par Wei *et al.* dans un fil long d'Argent [90]. Ce qui est remarquable dans le groupe de Liu, c'est que pour certains échantillons, un effet PV impair en  $B$  à bas champ magnétique et pair à plus fort champ a pu être observé. Cet effet était lié à l'existence d'impuretés magnétiques dans l'échantillon. Le groupe de Bartolo a ensuite mesuré l'effet PV en fonction de la température et de la puissance du champ RF dans des anneaux métalliques [83]. Dans des points quantiques, DiCarlo *et al.* ont plus tard étudié la symétrie en champ magnétique de l'effet PV en fonction de la puissance et pour 2 régimes de fréquence différents [63].

En ce qui nous concerne, nous avons travaillé sur des anneaux AB réalisés dans un gaz bidimensionnel d'électrons. Nous avons reproduit certains des résultats expérimentaux obtenus par les groupes cités précédemment. Puis, nous nous sommes intéressés à la symétrie en champ magnétique de l'effet photovoltaïque et plus particulièrement à la phase des oscillations AB à champ nul (cf. partie (6.4)). On a également observé des pics dans la dépendance en fréquence de l'effet PV que l'on peut interpréter comme la signature de systèmes à 2 niveaux cohérents en résonance avec le champ électrique (cf. partie (6.5)).

### 6.1.3 Prédictions théoriques

Dans cette section, on calcule l'expression du courant photovoltaïque pour différents régimes de fréquence à l'aide de la théorie semi-classique **sans interactions** (on parlera de ces dernières uniquement à la fin). On part de la relation 4.57 (cf section (4.2.2)) :

$$\Delta G = 2 \sum_{i,j} A_i A_j \cos(\phi_{ij}^0) \cos(2\pi B S_{ij} / \Phi_0) \quad (6.3)$$

avec les équations (4.54) et (4.55) :

$$\phi_{ij} = k_F(L_i - L_j) + \frac{2\pi}{\Phi_0} \vec{B} \cdot \vec{S}_{ij} = \phi_{ij}^0 + \frac{2\pi B S_{ij}}{\Phi_0} = \phi_{ij}^0 + \phi_{ij}^\circ \quad (6.4)$$

$$\phi_{-i-j} = k_F(L_{-i} - L_{-j}) + \frac{2\pi}{\Phi_0} \vec{B} \cdot \vec{S}_{-i-j} = \phi_{-i-j}^0 - \frac{2\pi B S_{ij}}{\Phi_0} = \phi_{ij}^0 - \phi_{ij}^\circ \quad (6.5)$$

On a séparé dans les cosinus, les différences de phases invariantes par renversement du sens du temps  $\phi_{ij}^0$  et celles qui en dépendaient  $\phi_{ij}^\circ$ <sup>3</sup>. On a déjà vu que  $\phi_{ij}^0$  pouvait s'écrire sous la forme :

$$\phi_{ij}^0 = k_F(L_i - L_j) = \frac{1}{\hbar} \left[ \int_i U(\vec{r}(t)) dt - \int_j U(\vec{r}(t)) dt \right] = \frac{1}{\hbar} \left[ \int_i - \int_j U(\vec{r}(t)) dt \right] \quad (6.6)$$

où  $U(\vec{r}(t)) = \epsilon_F + U_{\text{dés}}(\vec{r})$  et où le potentiel électrique interne  $U_{\text{dés}}(\vec{r})$  varie peu à l'échelle de la longueur d'onde de Fermi  $\lambda_F$ .

<sup>3</sup>Plus précisément,  $\phi_{ij}^0$  rassemble les termes tels que :  $\phi_{ij}^0 = (\phi_i - \phi_j + \phi_{-i} - \phi_{-j})/2$  et  $\phi_{ij}^\circ$  rassemble les termes tels que  $\phi_{ij}^\circ = (\phi_i - \phi_j - (\phi_{-i} - \phi_{-j}))/2$  (cf. Fig. 4.12)

En présence d'un **potentiel électrique extérieur**  $V(t) = V \cos(\omega t)$  le potentiel électrique interne est modifié :  $dU_{\text{dés}}(\vec{r}(t))$  et il en résulte un déphasage (cf section (6.6.1)) :

$$d\phi_{ij}^0 = \frac{1}{\hbar} \left[ \int_i - \int_j dU_{\text{dés}}(\vec{r}(t)) dt \right] \quad (6.7)$$

Pour un échantillon diffusif, on rappelle qu'on a  $\left\langle dU_{\text{dés}}(\vec{r}(t)) \right\rangle_{\vec{r}} = eV \cos(\omega t)$  où  $V$  est la chute de potentiel moyenne le long de l'échantillon. Dans la limite **des basses fréquences**  $\omega\tau_D \ll 1$  (ce qui est équivalent à  $f < E_{\text{Th}}/h \approx$  quelques GHz pour nos anneaux), on peut négliger la dépendance temporelle à l'échelle des trajectoires diffusives. On retrouve alors le résultat statique :

$$d\phi_{ij}^0 \cong \frac{eV \cos(\omega t)}{\hbar} [\tau_i - \tau_j] \cong \frac{eV\tau_D}{\hbar} \cos(\omega t) \quad (6.8)$$

qui est une différence de phase invariante par renversement du sens du temps. De même que dans la section (5.6.2), en réinjectant dans la conductance, on obtient l'expression de  $\delta G_2$  paire en champ magnétique des formules (5.7) :

$$\delta G_2 \cong \frac{e}{E_{\text{Th}}} \delta G_1 \quad (6.9)$$

Ce qui donne un courant photovoltaïque basse fréquence pair en champ :

$$I_{pv}^{bf} = I_{pv}(\omega\tau_D \ll 1) \cong \frac{e^2 eV^2}{h E_{\text{Th}}} \cong \frac{e}{\tau_D} \left( \frac{eV\tau_D}{\hbar} \right)^2 \quad (6.10)$$

équivalent au terme dominant (en présence d'une chute de potentiel à l'intérieur de l'échantillon) du courant à  $\omega = 0$ .

Au contraire, dans la limite des hautes fréquences :  $\omega\tau_D \lesssim 1$  (c'est à dire légèrement inférieur ou de l'ordre de 1) et très hautes fréquences :  $\omega\tau_D \gg 1$ , on ne peut pas négliger la dépendance temporelle du potentiel électrique interne au cours de la traversée de l'échantillon par un électron de conduction. Il en résulte un déphasage supplémentaire qui change par renversement du sens du temps. En effet, l'électron sur la trajectoire  $i$  et celui sur la trajectoire  $-i$  obtenue par renversement du sens du temps (cf. Fig. 4.12) ne vont pas ressentir le même champ puisque ce dernier aura varié (cf. [91] ou chapitre 13 de [14]). Plus précisément, on a :

$$d\phi_{i,-i}(t) = \frac{e}{\hbar} \int_t^{t+\tau_i} d\tau \left[ V(\vec{r}(\tau), \tau) - V(\vec{r}(\tau_i - \tau), \tau) \right] \quad (6.11)$$

Calculons à présent la correction  $d\Delta G(t)$  à  $\Delta G$  (partie quantique de la conductance) due à ces modifications de phase.

$$\Delta G = 2 \sum_{i,j} A_i A_j \cos(\phi_{ij}^0 + d\phi_{ij}^0(t)) \cos(\phi_{ij}^\circ + d\phi_{ij}^\circ(t)) \quad (6.12)$$

A basse fréquence, on avait  $d\phi_{ij}^\circ(t) = 0$  parce que  $d\phi_{ij}^\circ(t) = (d\phi_i - d\phi_{-i} - (d\phi_j - d\phi_{-j}))/2$  et que  $d\phi_{i,-i} = 0$ . Tant que  $eV < E_{\text{Th}}$ ,  $d\phi_{ij}^0(t)$  et  $d\phi_{ij}^\circ(t) < 1$ , donc on peut développer les cosinus selon :

$$d\Delta G(t) = 2 \sum_{i,j} A_i A_j \left[ \cos(\phi_{ij}^0) - \sin(\phi_{ij}^0) d\phi_{ij}^0(t) \right] \left[ \cos(\phi_{ij}^\circ) - \sin(\phi_{ij}^\circ) d\phi_{ij}^\circ(t) \right] \quad (6.13)$$

Cela induit un courant DC appelé courant photovoltaïque :

$$I_{pv} = \langle d\Delta G(t)V(t) \rangle_t \quad (6.14)$$

On a moyenné sur le temps. C'est ce que fait notre dispositif de mesure qui est incapable de suivre de telles fréquences ! Comme les déphasages dépendent linéairement de la différence de potentiel  $V(t)$ , il ne reste plus que 2 termes :

$$I_{pvS} \cong -2 \sum_{i,j} A_i A_j \sin(\phi_{ij}^0) \cos\left(\frac{2\pi B S_{ij}}{\Phi_0}\right) d\phi_{ij}^0(t) V(t) \quad (6.15)$$

et :

$$I_{pvAS} \cong -2 \sum_{i,j} A_i A_j \cos(\phi_{ij}^0) \sin\left(\frac{2\pi B S_{ij}}{\Phi_0}\right) d\phi_{ij}^\circledast(t) V(t) \quad (6.16)$$

Le premier terme était déjà présent à basse fréquence, dans la limite des **hautes fréquences** :  $\omega\tau_D \lesssim 1$ , il est à rapprocher du terme obtenu à partir de l'équation (6.10). C'est un courant pair en champ magnétique typiquement d'amplitude :

$$I_{pvS}^{hf} \cong I_{pvS}^{bf} \cong \frac{e}{\tau_D} \left( \frac{eV\tau_D}{\hbar} \right)^2 \quad (6.17)$$

Le second terme n'existe pas si on a invariance par renversement du sens du temps. En effet, on rappelle que :  $d\phi_{ij}^\circledast(t) = [d\phi_i(t) - d\phi_{-i}(t) - (d\phi_j(t) - d\phi_{-j}(t))] / 2$  (cf. Fig. 4.12). De plus, il est impair en champ magnétique. Dès qu'il sera de l'ordre de grandeur du terme basse fréquence (typiquement quand  $\omega\tau_D \approx 1$ ), il va briser la rigidité de la phase à champ nul. Celle-ci ne sera plus bloquée à 0 ou  $\pi$ , mais pourra varier continûment entre ces valeurs (comme on le verra dans la partie (6.4)). Typiquement, l'amplitude de ce courant PV haute fréquence est (cf.annexe (F)) :

$$I_{pvAS}^{hf} \cong I_{pvS}^{bf}(\omega\tau_D)^2 \quad (6.18)$$

Elle est maximale pour  $\omega\tau_D \approx 1$  et décroît ensuite à cause des déphasages trop importants entre les 2 trajectoires renversées par le sens du temps. En principe, il faut prendre en compte une autre composante du même type à  $I_{pvAS}^{hf}$  qui fait appel à la partie imaginaire de la conductance<sup>4</sup>.

Enfin, dans la limite **des très hautes fréquences**  $\omega\tau_D \gg 1$ , typiquement les différences de phase  $d\phi_{ij}$  et  $d\phi_{-i-j}$  deviennent de l'ordre de  $eV/\hbar\omega$  et on trouve (cf. annexe (F)) :

$$I_{pvAS}^{thf} \cong \frac{e}{\tau_D} \left( \frac{eV\tau_D}{\hbar} \right) \left( \frac{eV}{\hbar\omega} \right) \left( \frac{\delta G_1(\omega)}{e^2/h} \right) \quad (6.20)$$

<sup>4</sup>En effet, dans la limite des petits déphasages, on peut écrire :  $I_{pv} = V \left( \frac{\partial G}{\partial \phi} \right)^{typ} d\phi_{i-i}^{typ}$ . Or dans le régime haute fréquence :  $\omega\tau_D \lesssim 1$ ,  $d\phi_{i-i}^{typ}$  a été estimé dans la référence [91] être de l'ordre de  $eV(t)(\omega\tau_D)/E_{Th}$  et en quadrature avec le champ extérieur. C'est donc la partie imaginaire de la conductance quantique qui va intervenir. Cette dernière a été prédite en 1987 [92] et observée expérimentalement à haute fréquence en 1994 [93]. Son amplitude est telle que :  $\mathcal{Im}(G) \cong (\omega\tau_D)\mathcal{Re}(G)$ , l'amplitude moyenne de ses fluctuations est donc :  $\left( \frac{\partial \mathcal{Im}(G)}{\partial \phi} \right)^{typ} \cong (\omega\tau_D) \frac{e^2}{h}$ . Comme la partie réelle, la partie imaginaire est paire en champ, sa dérivée par rapport au flux est donc impaire. Au final, on obtient aussi :

$$I_{pvAS}^{hf} \cong \frac{e^2}{h} \frac{eV^2}{E_{Th}} (\omega\tau_D)^2 \cong I_{pvS}^{bf}(\omega\tau_D)^2 \quad (6.19)$$

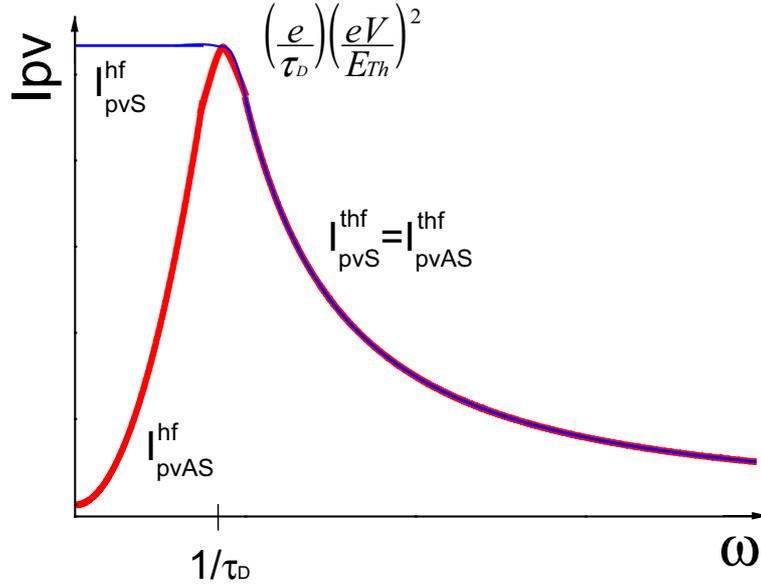


FIG. 6.1 – Comportement asymptotique des composantes paires et impaires de  $I_{pv}$  dans le régime des hautes fréquences :  $\omega\tau_D \lesssim 1$  et très hautes fréquences :  $\omega\tau_D \gg 1$ .

où l'on a aussi pris en compte la réduction des fluctuations de conductance à très haute fréquence :  $\delta G_1(\omega) = \delta G_1(\omega = 0)/\sqrt{\omega\tau_D} = (e^2/h)/\sqrt{\omega\tau_D}$  [94]. On retrouve l'expression obtenue rigoureusement par le formalisme de Keldysh pour le transport non linéaire hors-équilibre [85] :

$$I_{pvS}^{thf} \cong I_{pvAS}^{thf} \cong \frac{e}{\tau_D} \sqrt{\omega\tau_D} \left(\frac{eV}{\hbar\omega}\right)^2 \quad (6.21)$$

Ce résultat n'est, encore une fois, valable que pour  $eV < E_{Th}$  à cause de la brisure de cohérence de phase et des effets de chauffage à forte excitation [91], [89], [84] et [90]. On s'attend à ce que la composante antisymétrique en  $B$  du courant photovoltaïque soit du même ordre de grandeur. On résume les expressions du courant photovoltaïque suivant le régime de fréquence dans la figure (6.1).

Si maintenant, on prend en compte **l'interaction électron-électron**, il apparaît dans le  $I_{pvS}$  une composante impaire en champ magnétique qui dépend de  $\gamma_{int}$ . Comme on l'a vu dans la section (5.6.2),  $\phi_{ij}^0$  a un terme supplémentaire de la forme  $\frac{\gamma_{int}eV}{E_{Th}} \frac{\delta\Phi G(\Phi)}{g}$ . Il y a donc 2 contributions au courant impaires en champ magnétique : une qui est due aux interactions et une qui n'est présente qu'à basse fréquence due à la brisure de la symétrie par renversement du sens du temps. On verra dans la partie (6.4) qu'à haute fréquence, on ne peut différencier ces 2 contributions qu'à bas champ.

## 6.2 Dispositif expérimental

Un schéma du dispositif expérimental est représenté sur la figure (6.2). L'échantillon refroidi jusqu'à 20mK est soumis à un champ radio-fréquence généré par une antenne dipolaire terminant un câble coaxial cryogénique de  $50\Omega$ . Le couplage entre le champ électromagnétique haute fréquence et l'échantillon, dans ce dispositif, dépend de la fréquence. Les principales raisons en sont l'atténuation des câbles, la présence de résonances larges

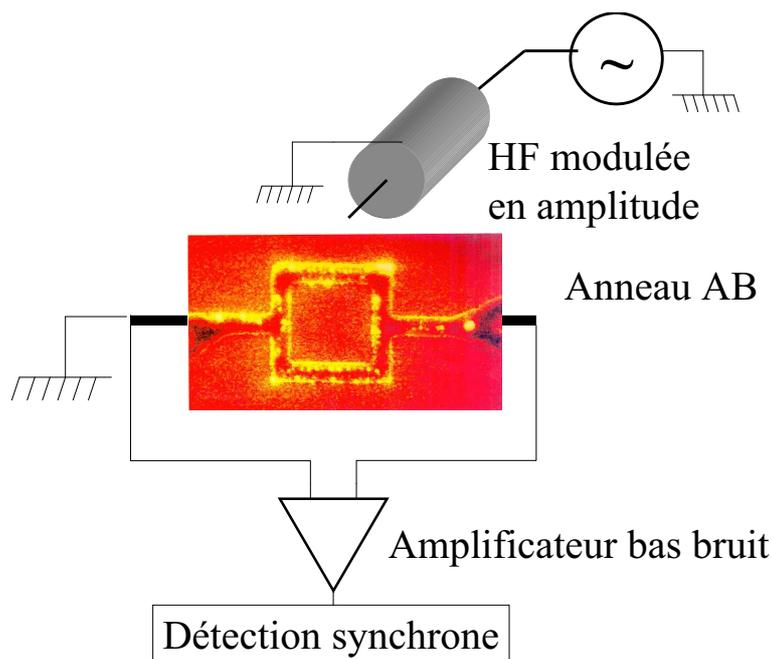


FIG. 6.2 – Schéma du dispositif expérimental pour la mesure de l'effet photovoltaïque (PV) sur un anneau individuel.

au sein de ceux-ci et de l'écran thermique en cuivre entourant l'échantillon. Il est possible d'estimer la dépendance en fréquence du couplage, en mesurant à forte puissance d'irradiation la modification de la résistance linéaire de l'échantillon en fonction de la fréquence. On trouve que l'effet d'atténuation des câbles et du couplage capacitif de l'échantillon se compensent pratiquement. En effet, la puissance RF envoyée à l'échantillon n'est que très légèrement dépendante de la fréquence dans le régime compris entre 2 et 18GHz exploré dans cette expérience et est au maximum (à la résonance des câbles) de 30dB inférieure à la puissance fournie par le générateur. On module l'amplitude du signal haute fréquence à basse fréquence  $f_{\text{mod}}$  entre 37 et 500Hz. La tension redressée aux bornes de l'échantillon est amplifiée par un amplificateur bas-bruit et mesurée par une détection synchrone à la fréquence de l'excitation. Tout se passe comme si la mesure était DC. La modulation à  $f_{\text{mod}} \ll E_{\text{Th}}$  ne sert qu'à accroître la précision du signal. On souligne que dans cette expérience, aucun courant n'est injecté dans l'échantillon. Il n'y a pas de grille électrostatique sur l'échantillon. Ainsi, tout effet de pompage généré par le champ RF peut être négligé [95].

### 6.3 Premiers résultats expérimentaux

Certains des résultats expérimentaux présentés dans cette section ont été obtenus antérieurement pendant la thèse de R. Deblock, mais n'avaient pas tous été compris à ce moment là. L'effet photovoltaïque mesuré sur un anneau individuel à plusieurs fréquences et à 30mK est représenté sur la figure (6.3). Le signal varie de façon importante à la fois en amplitude et en signe, autour de 0 en moyenne. Toutes ces courbes sont reproductibles pour une fréquence donnée, mais elles sont très différentes l'une de l'autre. Ce qui est tout

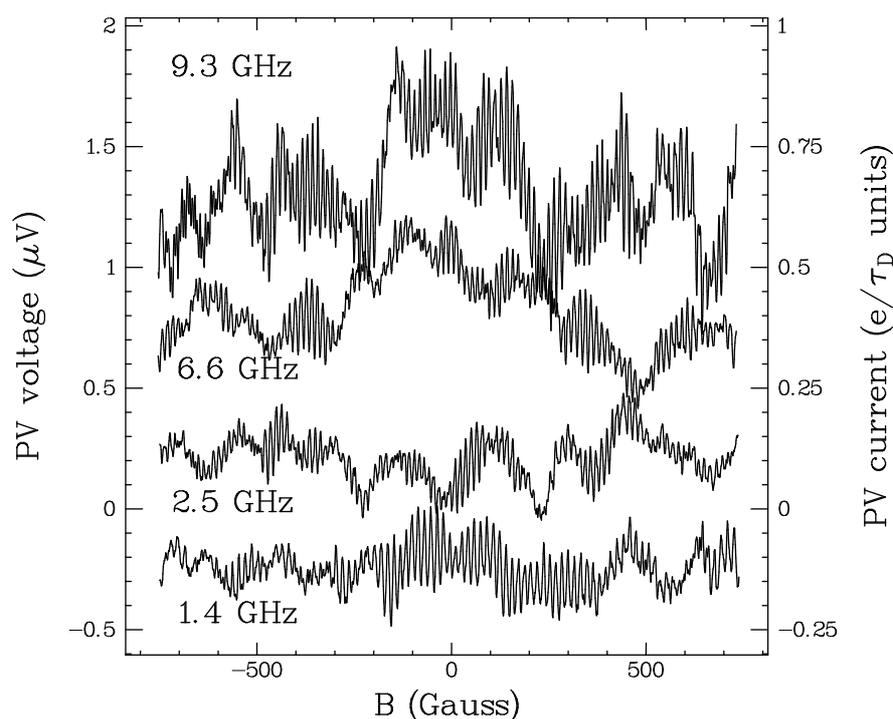


FIG. 6.3 – Effet PV en fonction du champ magnétique à 30mK pour plusieurs fréquences qui correspondent à des résonances du dispositif expérimental. La puissance RF injectée au niveau du générateur est de  $-30\text{dB}$  (*i.e.*  $1\mu\text{W}$ ) et correspond à une puissance injectée d'environ  $1\text{nW}$  au niveau de l'anneau. L'axe de gauche donne la tension PV en  $\mu\text{V}$  et l'axe de droite le courant PV en unité de  $e/\tau_D$  avec  $R$  la résistance de l'échantillon de l'ordre de  $2\text{k}\Omega$ . Notez la ressemblance avec les courbes de magnéto-résistance. Les différentes courbes ont été translatées verticalement et arbitrairement pour plus de clarté.

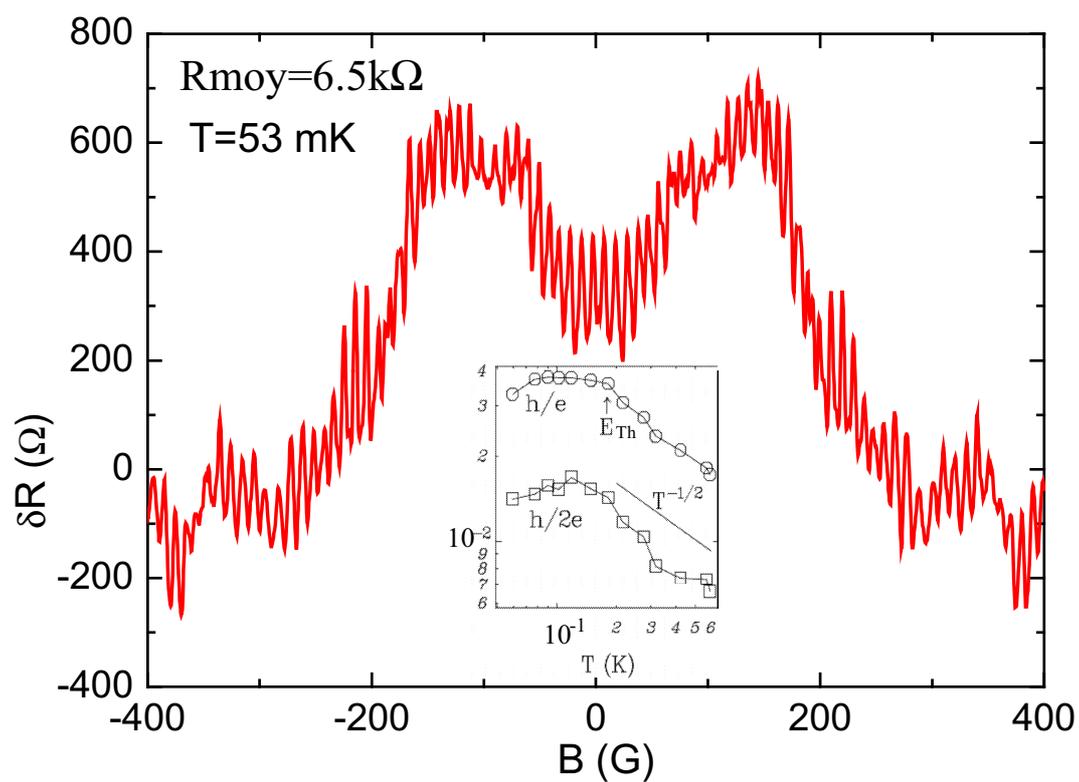


FIG. 6.4 – Magnéto-résistance avec une mesure 2 contacts à basse fréquence 37Hz. Notez que la courbe est bien paire en champ magnétique. Insert tiré de [72] : Amplitude des oscillations en  $\Phi_0$  et en  $\Phi_0/2$  de la magnéto-résistance en fonction de la température. Les données ont été extraites des transformées de Fourier du signal.

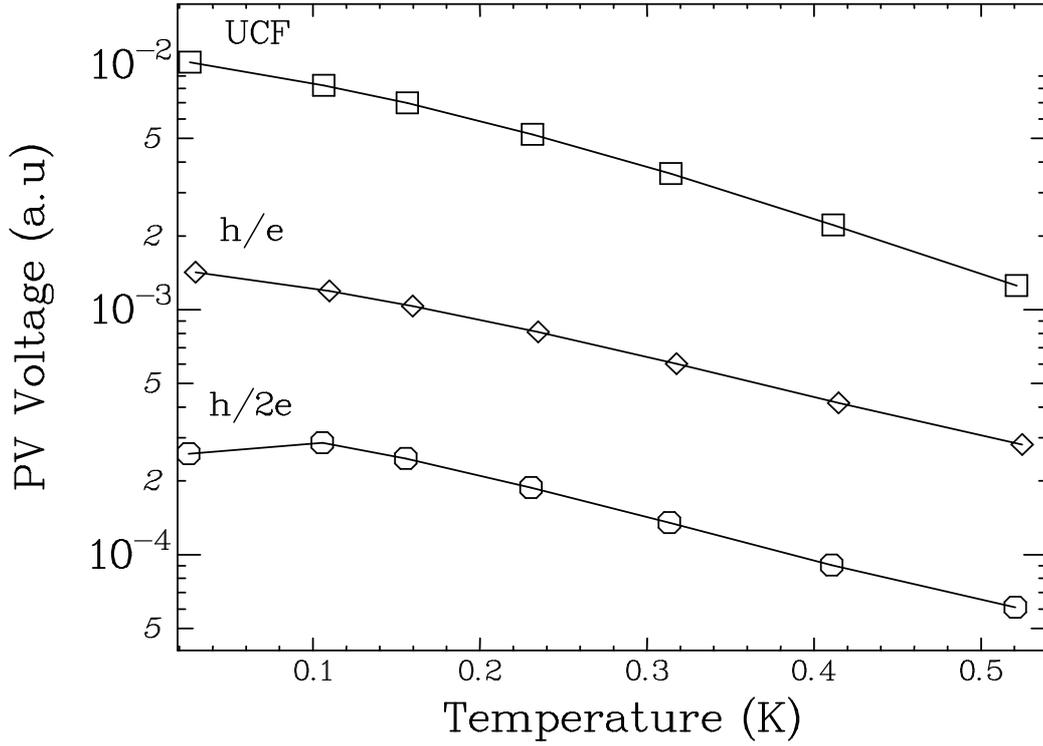


FIG. 6.5 – Dépendance en température de l’amplitude moyenne des UCF, des oscillations en  $\Phi_0$  et en  $\Phi_0/2$  à 3.84GHz. En première approximation, les courbes peuvent être décrites par une décroissance exponentielle avec une température typique de l’ordre de 200mK.

de suite frappant, c’est la ressemblance avec des courbes de magnéto-résistance (cf. Fig. 6.4). En effet, on observe des oscillations rapides (AB) qui correspondent à  $\Phi_0$  dans la surface de l’anneau et des oscillations a périodiques dont l’échelle typique de variation est :  $B_c = \Phi_0/W_{\text{eff}}L_\phi$  correspondant à  $\Phi_0$  dans un bras de l’anneau. On rappelle (cf. section (2.5.1) et [15]) que  $W_{\text{eff}} = W$  pour  $W > l_e$  et  $W_{\text{eff}} = CW\sqrt{W/l_e}$  dans le cas du régime semi-diffusif, avec  $C \approx 0.6$  dans le cas de réflexion spéculaire sur le bord des fils. L’amplitude du signal est environ 100 fois supérieure à ce qui a été observé dans des anneaux métalliques [83]. Cela peut s’expliquer simplement par les valeurs de résistance qui sont de l’ordre de 2k $\Omega$  dans l’AsGa et de quelques dizaines d’Ohms pour les métaux. Pour une puissance RF donnée, l’amplitude des pics de résonance PV diminue faiblement avec la fréquence. Cette faible dépendance en fréquence pour  $\omega > 1/\tau_D$  (cf. Fig. 6.11) est compatible avec les prédictions théoriques de l’équation (6.21) qui sont en  $1/\omega^{3/2}$ .

Les amplitudes moyennes, en fonction de la température, des UCFs, des oscillations en  $\Phi_0$  et en  $\Phi_0/2$  sont représentées sur la figure (6.5). On voit qu’elles peuvent toutes être décrites en première approximation par une décroissance exponentielle avec pour température typique 200mK. Cela ne correspond pas vraiment à ce qui est attendu théoriquement pour les UCFs [83]. Par ailleurs, on s’attend à ce que les oscillations AB décroissent plus vite avec  $L_\phi$  que les UCFs parce que les électrons doivent faire un tour complet de l’anneau sans perdre leur cohérence. Si bien qu’on prévoit une amplitude des oscillations AB de la forme :  $\exp(-\pi r/L_\phi)$  dans le cas d’une faible puissance RF, avec  $L_\phi \propto T^{-p}$  où  $p$  n’est pas

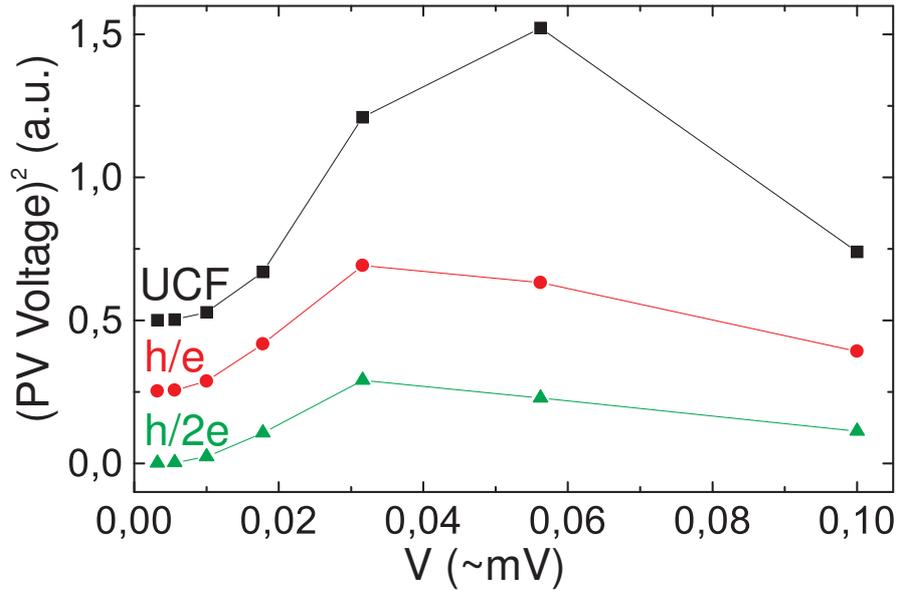


FIG. 6.6 – Carré de la tension photovoltaïque en fonction de l’amplitude du champ RF irradiant l’échantillon à 3.84GHz. Les courbes sont translattées verticalement pour plus de clarté.

encore bien déterminé théoriquement, mais pour un régime diffusif  $p \leq 1/2$  [71, 74, 75]. On attendrait donc une décroissance exponentielle en :  $\exp(-(T/T_0)^p)$ , ce qui n’est pas le cas. Nous n’avons pas d’explication, excepté que cela ressemble à ce qui avait été vu avec des mesures hautes fréquences (à  $\approx 350\text{MHz}$ ) sur la conductance imaginaire d’anneaux isolés [96]. Toujours est-il que ce comportement ne correspond pas du tout à celui de la magnéto-résistance dans le même régime de température sur les mêmes anneaux<sup>5</sup> (cf. insert de la Fig. 6.4). En effet, on voit d’abord que l’amplitude des oscillations est à peu près indépendante de  $T$  pour  $k_B T < E_{\text{Th}} \approx 200\text{mK}$ , puis qu’elle décroît en  $T^{-1/2}$ . Ces dépendances en température des amplitudes typiques des fluctuations ou des oscillations sembleraient donc indiquer qu’on ne sonde pas tout à fait les mêmes propriétés avec des mesures basses fréquences (quelques dizaines de Hz  $\approx f \lll E_{\text{Th}}/h$ ) qu’avec des mesures hautes fréquences ( $f \approx E_{\text{Th}}/h$ ).

L’influence de la puissance RF a aussi été étudiée. La figure (6.6) montre le carré de la tension photovoltaïque en fonction de l’amplitude du champ RF injecté dans les cables à 3.84GHz (Notez qu’à cause de notre dispositif expérimental, l’amplitude du champ RF au niveau de l’échantillon n’est connue qu’à un facteur 3 ou 4 près). On a vérifié que la tension PV augmentait quadratiquement à faible puissance RF (comme attendu par définition de l’effet PV). On voit aussi qu’elle atteint un maximum puis qu’elle décroît à plus grande puissance RF. Il y a plusieurs mécanismes qui peuvent expliquer une telle décroissance : l’amplitude de la tension RF induite dans l’échantillon de l’ordre de l’énergie de Thouless ainsi que des effets de déphasage et de chauffage dus au champ RF (cf. [89], [84], [90] et

<sup>5</sup>En toute rigueur, il faudrait comparer la figure (6.5) non pas avec l’insert de la Fig. 6.4 sur lequel est représentée l’amplitude typique des oscillations de magnéto-résistance, mais avec le carré de l’amplitude typique des oscillations de magnéto-conductance (cf. partie (5.4)). On aurait alors une dépendance en  $T^{-1}$ . Or, on a vérifié qu’à hautes fréquences, on obtenait une décroissance en température exponentielle et non en loi de puissance (notamment pas en  $T^{-1}$  comme attendu d’après les mesures basses fréquences).

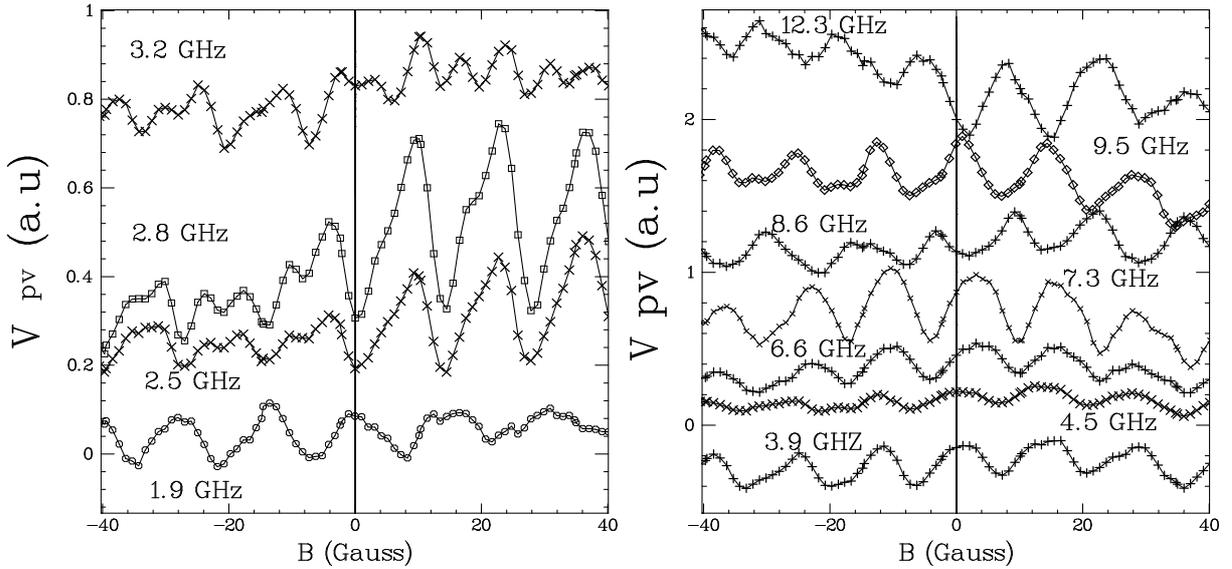


FIG. 6.7 – Tension photovoltaïque en fonction du champ magnétique pour plusieurs fréquences. Les courbes ont été translatées verticalement pour plus de clarté. La ligne verticale correspond au 0 du champ magnétique. Notez qu'à gauche pour  $\omega\tau_D \leq 1$ , la phase des oscillations AB reste bloquée à 0 ou  $\pi$ ; alors qu'à droite pour  $\omega\tau_D > 1$ , elle peut prendre n'importe quelle valeur entre 0 et  $\pi$ .

[83]).

## 6.4 Asymétrie - Contenu en harmonique

Rappelons que la conductance linéaire 2 contacts (cf. Fig. 6.4) est paire en champ magnétique à cause des règles de symétrie d'Onsager. Mais, il n'en est rien pour la conductance non linéaire. Nous avons déjà parlé d'une telle asymétrie à basse fréquence ( $\omega \ll 1/\tau_D$ ) dans la partie (5.5) sur des échantillons similaires. On a vu aussi, dans la section (6.1.3), qu'à cette contribution impaire en champ magnétique due aux interactions s'ajoutait un terme haute fréquence dû à la brisure de la symétrie par renversement du sens du temps. Dans la partie (5.5) à basse fréquence, on a montré que la phase des oscillations AB de la conductance non linéaire était bloquée à 0 ou  $\pi$  à champ nul à cause d'une forte modulation linéaire des oscillations de  $G_2^{AS}$  par les UCFs. On n'attend pas une telle modulation à haute fréquence, la contribution haute fréquence devrait donc faire varier continûment la phase des oscillations AB à champ nul. Dans la figure (6.7), on peut voir que pour  $f < 3\text{GHz}$  (ce qui correspond à  $\omega\tau_D < 1$ ), la phase des oscillations AB est encore bloquée à 0 ou  $\pi$  et qu'à plus haute fréquence elle peut prendre n'importe quelle valeur, comme attendu. Dans le régime de fréquence autour de 3GHz, on voit aussi que (comme à basse fréquence) le passage d'une valeur de phase discrète à l'autre peut se produire avec la naissance d'une harmonique en  $\Phi_0/2$ , (notée  $H_2$ , par opposition à l'harmonique en  $\Phi_0$ , notée  $H_1$ ).

On s'est intéressé de plus près à cette harmonique  $H_2$ . Comme nous l'avons vu dans le chapitre 2, elle correspond aux trajectoires électroniques encerclant 2 fois l'anneau. Le temps de diffusion typique de ces trajectoires est  $\tau_D(2\text{tours}) = (2L)^2/D = 4\tau_D(1\text{tour})$ . On a

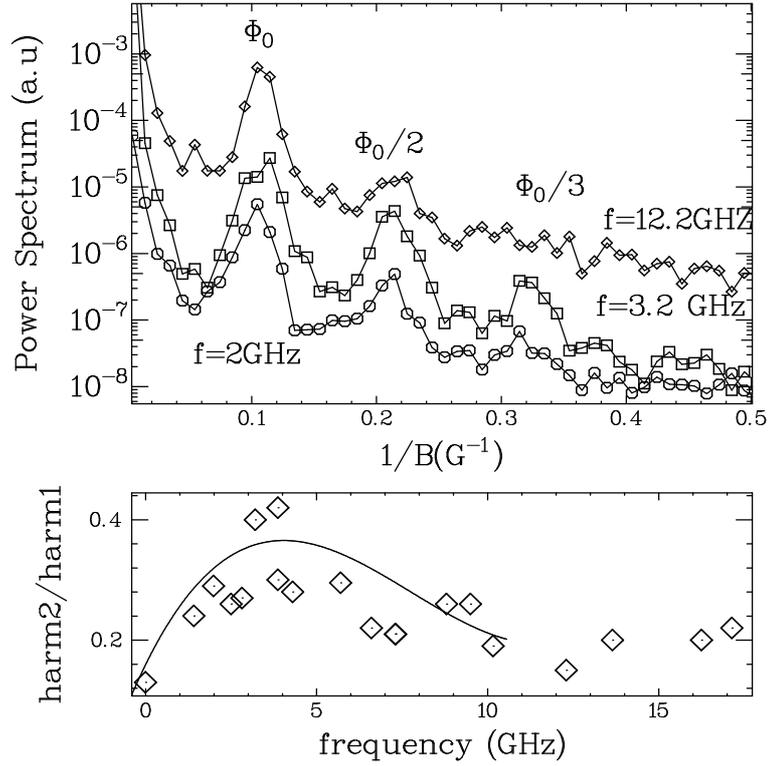


FIG. 6.8 – Haut : Transformée de Fourier de la tension photovoltaïque à 30mK pour plusieurs fréquences. Bas : Rapport de l’harmonique 2 en champ magnétique  $H_2$  sur l’harmonique 1  $H_1$  en fonction de la fréquence. Le point à fréquence nulle a été tiré de la réponse à  $2f$  d’un signal basse fréquence (30Hz) (cf. section (5.6.1) ou [59]).

déjà vu dans la section (5.6.1) (à basse fréquence) que les interférences entre des trajectoires longues contribuaient plus au transport non linéaire que les interférences entre trajectoires courtes. Il en résultait un contenu en harmonique de flux plus riche pour la conductance non linéaire (paire ou impaire) que pour la conductance linéaire. Cet effet est aussi présent à haute fréquence (cf. Fig. 6.8). Il devient important quand  $\omega\tau_D(2\text{tours}) \approx 1$  (ce qui correspond à  $f \approx 1\text{GHz}$ ). C’est à ce moment que le terme en  $\Phi_0/2$  de l’équation (6.19) qui est impair en champ magnétique et qui augmente comme  $(\omega\tau_D(2\text{tours}))^2$  est maximal. On comprend pourquoi le rapport  $H_2/H_1$  passe par un maximum<sup>6</sup> et diminue à plus haute fréquence. En effet,  $H_{1,2}^S$  sont indépendants de la fréquence pour  $\omega\tau_D \lesssim 1$ , alors que  $H_1^{AS}$  croît comme  $(\omega\tau_D(1\text{tour}))^2$  et  $H_2^{AS}$  croît comme  $(\omega\tau_D(2\text{tours}))^2$  puis ils décroissent au delà de  $\omega\tau_D(1\text{tour})$  et  $\omega\tau_D(2\text{tours})$  respectivement (cf. Fig. 6.9). Ce scénario est corroboré par la figure (6.10) où l’on est proche de  $\omega\tau_D(2\text{tours}) \approx 1$ . A cette fréquence  $H_2^{AS}$  passe par un maximum et  $H_1^{AS}$  continue d’augmenter. On voit que pour des harmoniques  $H_1$  renormalisés, les harmoniques  $H_2$  en  $\Phi_0/2$  ne sont visibles que sur la partie impaire en champ magnétique du signal.

Cela prouve que l’effet PV fournit des informations sur le mouvement diffusif des électrons dans l’anneau qui ne sont pas présentes dans la réponse linéaire. En effet, le rapport

<sup>6</sup>on attendrait ce maximum à  $\omega\tau_D(2\text{tours}) \approx 1$ , c’est-à-dire à 1GHz, mais il a plutôt lieu au delà. L’explication n’est que qualitative à ce niveau là.

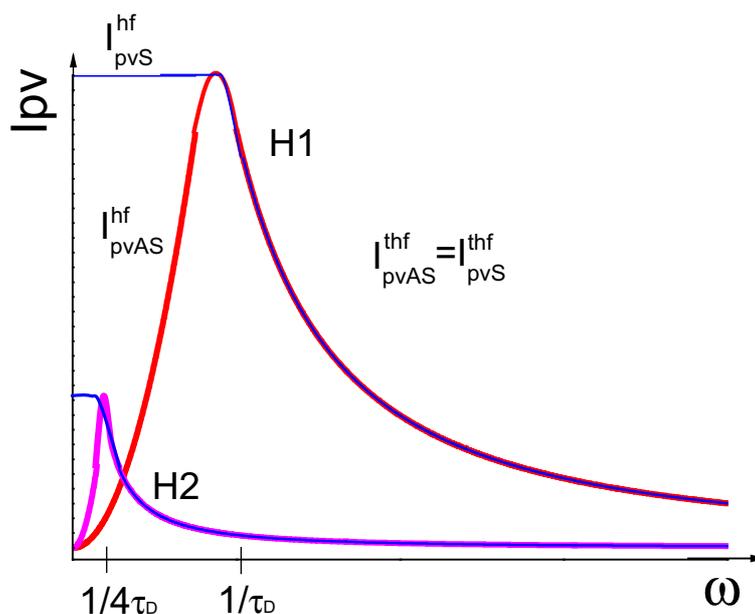


FIG. 6.9 – Comportement asymptotique des composantes paires et impaires des 2 premiers harmoniques  $H_1$  et  $H_2$  de  $I_{pv}$  dans le régime des hautes et très hautes fréquences. Pour  $H_1$ , la courbe bleue correspond à la partie symétrique en champ du courant photovoltaïque et pour  $H_2$ , c'est l'inverse.  $H_1$  correspond aux trajectoires qui font une fois le tour de l'anneau, alors que pour  $H_2$ , elles le font deux fois.

$(H_2/H_1)_{AS}$  passe par un maximum à  $\omega\tau_D(2\text{tours})$ , alors que  $(H_2/H_1)_S$  est constant jusqu'à  $\omega\tau_D(2\text{tours})$ , et diminue au-delà. De plus, les bornes des intervalles de fréquence ne sont plus les mêmes suivant que le régime est diffusif ou balistique.

## 6.5 Résonances et systèmes à 2 niveaux cohérents

Dans cette section, on va voir qu'en plus du courant photovoltaïque, qui est lié à la brisure de symétrie par inversion spatiale, se manifestent aussi des pics de résonance dans le signal DC qu'on peut relier à des systèmes à 2 niveaux cohérents.

Comme on le voit sur la figure (6.11), la tension PV se caractérise par des pics de résonance étroits dont le signe et l'amplitude sont aléatoires. L'écart en fréquence entre ces pics est en moyenne plus faible que  $f_C = 1/2\pi\tau_D \approx 3.5\text{GHz}$ , fréquence de corrélation reliée à l'énergie de Thouless. Les pics PV sont placés, en première approximation, au niveau des résonances électromagnétiques de la cavité dans laquelle est enfermé l'échantillon. On peut connaître l'emplacement de ces résonances en mesurant l'effet de l'irradiation RF sur la résistance linéaire de l'échantillon (cf. Fig. 6.12). Ainsi, on observe directement le chauffage de l'échantillon généré par l'excitation RF. On voit que pour certaines fréquences (plutôt inférieures à  $f_C = 1/(2\pi\tau_D)$ ), les résonances de la tension PV ont lieu à la même fréquence que les résonances sur la résistance et sont de forme identique. Cela traduit le fait que l'amplitude de l'effet PV est proportionnelle à la puissance reçue par l'échantillon et mesurée par le chauffage<sup>7</sup>. Pour d'autres fréquences (plutôt supérieures à  $f_C$ ), il y a des

<sup>7</sup>On rappelle toutefois que dans la mesure de la tension PV, nous ne sommes pas directement sensibles

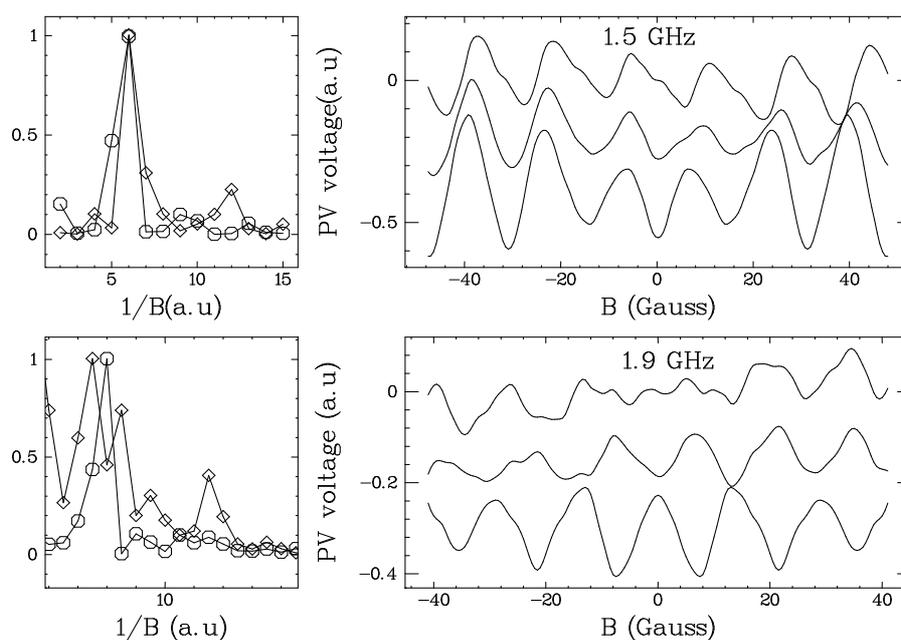


FIG. 6.10 – Droite : Décomposition de la tension photovoltaïque brute (courbes du milieu) en une composante paire en champ magnétique (courbe du bas) et une composante impaire (courbe du haut). Toutes les courbes (sauf les parties impaires) sont translattées verticalement pour plus de clarté. Gauche : Transformée de Fourier des contributions paires (cercles) et impaires (diamants) au signal. Les courbes ont été renormalisées pour que leur pic en  $\Phi_0$  soit confondu. Notez que le pic en  $\Phi_0/2$  est plus développé sur la composante impaire que sur la composante paire. Les courbes du haut (du bas respectivement) correspondent à un signal RF de 1.5GHz (1.9GHz resp.).

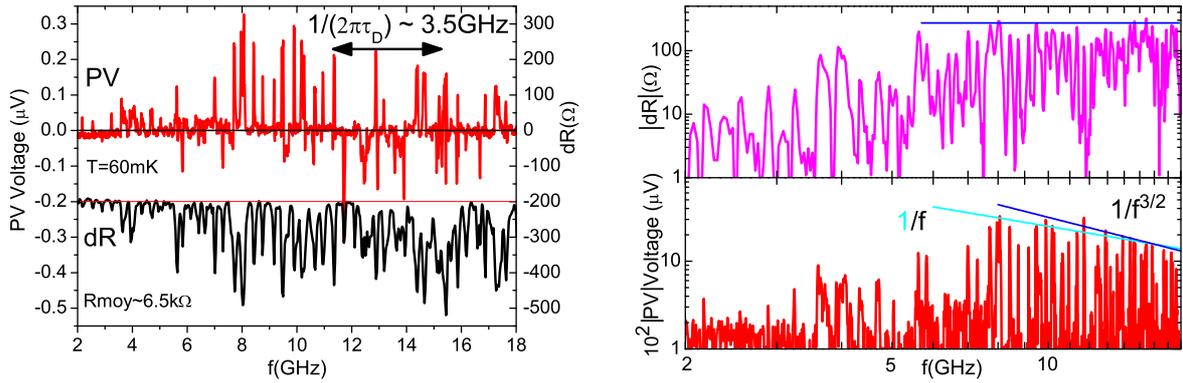


FIG. 6.11 – Tension photovoltaïque en fonction de la fréquence, mesurée à  $T \approx 60\text{mK}$  et à  $B = 0\text{G}$ . Elle est comparée à la variation de la résistance linéaire en échelle linéaire à gauche et en échelle logarithmique à droite. Les pics de résistance sont dus à un chauffage de l'échantillon aux résonances de la cavité dans laquelle se trouve l'anneau. Leur amplitude est approximativement indépendante de la fréquence au dessus de  $8\text{GHz}$ , ce qui indique que dans cette gamme de fréquence, la puissance RF envoyée à l'échantillon est pratiquement la même à toutes les résonances. Par contre, la tension photovoltaïque augmente jusqu'à  $8\text{GHz}$  et diminue à plus haute fréquence en accord qualitatif avec les prédictions théoriques en  $1/f^{3/2}$ .

pics de tension PV qui sont plus fins que les pics sur la résistance. Si on regarde finement, ils peuvent changer de signe (ce qui n'est jamais le cas pour la résistance) et ils ne sont pas tous exactement à la fréquence du maximum du pic de résistance. Cela semble suggérer que l'origine physique de ces pics est indépendante de l'environnement et du chauffage, mais est intrinsèque à l'échantillon. A haute fréquence, il y a donc 2 contributions à la tension PV : la première est liée à la brisure de la symétrie par renversement spatial et se manifeste à toutes les fréquences. La seconde n'a lieu que pour des fréquences bien déterminées et on propose plus loin une explication pour son origine.

Les figures (6.13) et (6.14) illustrent l'évolution en champ magnétique de l'effet PV dans plusieurs gammes de fréquence. On note que les pics (cela semble être le cas pour tous) sont clairement modulés en signe et en intensité par le champ, indiquant qu'ils sont sensibles aux interférences quantiques dans l'échantillon (on comprend cela à l'aide du modèle de la section (6.1.3) pour la contribution à la tension photovoltaïque liée à la brisure par renversement spatial, mais pour la contribution qui n'existe que pour des fréquences discrètes, cela n'est pas évident).

On propose, à présent pour ces résultats, une explication basée sur l'excitation résonante de systèmes à 2 niveaux (TLS : Two Level Systems) couplés aux électrons de conduction dans l'échantillon. Ces systèmes à 2 niveaux sont vraisemblablement reliés à des configurations métastables d'un atome ou groupe d'atomes ayant un état excité dont l'énergie est au chauffage. En effet, on peut écrire :

$$U = (R_1^0 + \delta R^{\text{chauffage}}(I)) I + \frac{R_2}{2} I^2 \quad (6.22)$$

Or  $\delta R^{\text{chauffage}}(I)$  est pair en  $I$ , le seul terme qui a une contribution DC et donc que l'on peut mesurer est  $:R_2 I^2/2$ . En particulier, le terme de chauffage est en  $\cos(\omega t) * [\text{harmoniques supérieurs et pairs en } \omega]$ .

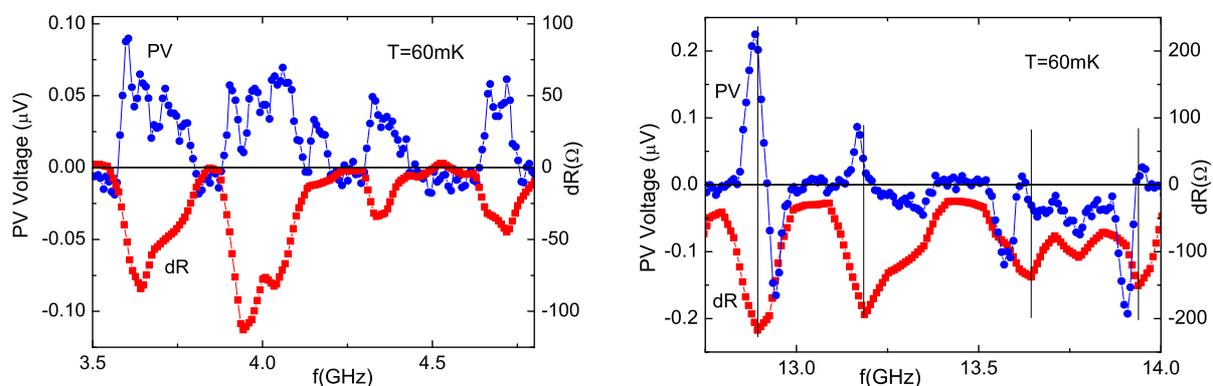


FIG. 6.12 – Agrandissement de la figure (6.11) dans la gamme [3.5GHz; 4.8GHz] à gauche et [12.75GHz; 14GHz] à droite. Notez qu'à gauche les résonances de la tension PV sont de la même forme et ont lieu à la même fréquence que les résonances sur la résistance, alors qu'à droite les résonances de la tension PV sont beaucoup plus fines que les résonances sur la résistance. Les premières peuvent être de 2 signes, pas les secondes et les maximums des 2 n'ont pas forcément lieu aux mêmes fréquences.

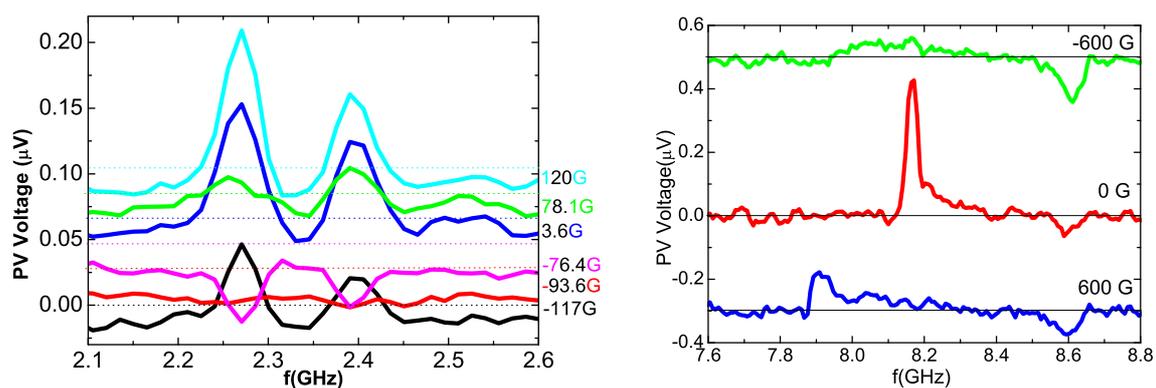


FIG. 6.13 – Tension photovoltaïque en fonction de la fréquence autour de 2GHz à gauche, et 8GHz à droite mesurée à  $T = 60\text{mK}$  (300mK resp.) pour différents champs magnétiques. Les courbes sont translatées verticalement par une quantité représentée par les lignes horizontales. Notez comment les pics sont modulés en signe et en intensité avec le champ.

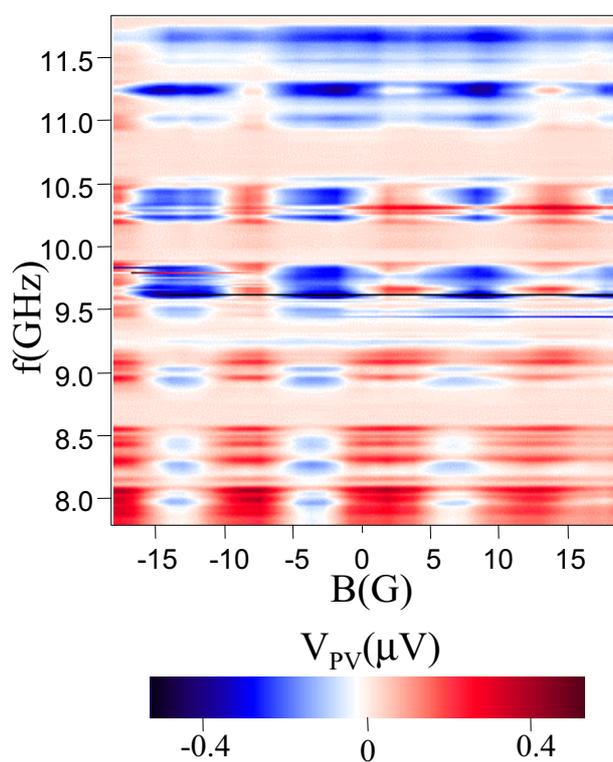


FIG. 6.14 – Courbes (dont l'amplitude est graduée en couleur) de la tension photovoltaïque à 60mK en fonction de la fréquence autour de 10GHz et du champ magnétique. (Pour la version noir et blanc, les taches visibles pour certaines fréquences à  $-14$ ,  $-4,6$  et  $16$ G correspondent à une tension photovoltaïque négative, le reste étant positif ou nul.)

proche du fondamental. Ils peuvent aussi prendre la forme d'un défaut structural venant de dislocations, de joints de grain, de la surface ou des régions amorphes, ou bien être tout simplement des impuretés magnétiques (ces dernières ne se coupleraient pas au champ électrique, mais au champ magnétique) [97, 98]. Chacun de ces systèmes à 2 niveaux se comporte comme un spin 1/2 dans un champ magnétique avec un écart en énergie  $\epsilon_i = \hbar\omega_i$  qui dépend de l'environnement. Il porte très probablement un moment dipolaire électrique fluctuant d'amplitude typique  $p_0 = ea_0$  où  $a_0 \approx 10\text{nm}$  est le rayon de Bohr dans GaAs. En présence de champ radiofréquence  $\vec{E}_\omega$ , un système à 2 niveaux placé en  $\vec{r}_i$  peut acquérir un moment dipolaire oscillant, proportionnel à  $\vec{E}_\omega$ , qu'on peut calculer à l'aide des équations de Bloch et qu'on peut mettre sous la forme (cf. Complément  $F_4$  et  $B_{13}$  de la référence [20]) :

$$d \vec{p} (\vec{r}_i, \omega) = \epsilon_0 \alpha_0(T) \vec{E}_\omega \frac{\omega_i}{\omega_i - \omega + i\gamma_i} \quad (6.23)$$

où :  $\alpha_0(T) = p_0^2 / (\epsilon_0 k_B T)$  est la polarisabilité DC et  $\gamma_i$  est le taux de décohérence du système à 2 niveaux dû au couplage dissipatif avec son environnement. Tout comme  $\omega_i$ , il dépend de l'amplitude et de la phase des fonctions d'onde électroniques au point  $\vec{r}_i$ . Quand la pulsation du champ RF devient de l'ordre de  $\omega_i$ , le dipôle entre en résonance et on peut avoir jusqu'à  $|d \vec{p}| \approx p_0$ . En effet, certaines résonances peuvent atteindre un facteur de qualité  $\omega_i / \gamma_i \approx 100$ , d'où à résonance :

$$\left| d \vec{p} (\vec{r}_i, \omega_i) \right| = \frac{p_0^2}{k_B T} E_\omega 100 \approx \frac{p_0 10^{-19} 10^{-8}}{10^{-23} 10^{-2}} \frac{10^{-6}}{10^{-6}} 100 \approx p_0 \quad (6.24)$$

où on a pris une tension de l'ordre de  $1\mu\text{V}$  aux bornes d'un échantillon de  $1\mu\text{m}$  de long. Il en résulte une contribution oscillante au potentiel électrique interne  $dU_{\text{dés}}(\vec{r}_i, \omega) \propto |d \vec{p} (\vec{r}_i, \omega)|$  qui entre aussi à résonance à  $\omega = \omega_i$ . Les électrons qui ont une trajectoire  $j$  passant près du TLS<sup>8</sup>, au point  $\vec{r}_i$ , vont aussi être déphasés de  $d\phi_j = \frac{1}{\hbar} \int_j dU_{\text{dés}}(r(t), \omega) dt$  qui peut être de l'ordre de 1. La figure d'interférence va s'en trouver complètement modifiée [5]. La tension PV contiendra des termes  $V_{pv} \propto \left\langle \sum_j d\phi_j(t) E_\omega(t) \right\rangle$  résonants et donc elle affichera des pics prononcés aux fréquences de résonance  $\omega_i$  des systèmes à 2 niveaux, pics qui ne sont pas détectables en transport linéaire. L'amplitude, le signe et la largeur de ces pics dépendent du couplage entre les TLS et les électrons de conduction. Ces derniers étant sensibles, via leur phase, au champ magnétique, on s'attend à ce que les pics de la tension PV soient modulés en signe et en intensité avec le champ magnétique, ce qui est le cas expérimentalement.

En résumé, on peut réaliser une spectroscopie des systèmes à 2 niveaux de l'échantillon. Néanmoins, la distribution en fréquence de ces TLS est normalement uniforme [1]. Or, ce ne semble pas être le cas dans nos expériences. La première raison est simplement que le champ radio-fréquence n'est transmis que pour certaines fréquences (visibles sur le signal de résistance). La seconde raison est qu'on ne détecte que les systèmes à 2 niveaux qui sont suffisamment couplés aux électrons de conduction, mais pas trop pour que leur taux de décohérence soit très inférieur à leur fréquence de résonance.

<sup>8</sup>En fait, à cause des effets non locaux, il suffit en principe que les électrons passent à moins de  $L_\phi$  du TLS pour sentir son influence.

## 6.6 Conclusions et Perspectives

### 6.6.1 Conclusions

On a étudié l'effet photovoltaïque mésoscopique d'un anneau Aharonov Bohm soumis à un champ RF entre 2 et 18GHz. Les dépendances en température, en champ magnétique et en puissance RF correspondent aux prédictions théoriques. Plus précisément, on a vu que l'asymétrie en champ magnétique et le contenu en harmonique de l'effet PV était riche en information sur le mouvement diffusif des électrons dans l'anneau, informations qui ne sont pas accessibles dans le transport linéaire. Les pics observés dans la dépendance en fréquence de l'effet PV peuvent être interprétés comme la signature de systèmes à 2 niveaux cohérents en résonance avec le champ électrique. Ce dernier résultat suggère la possibilité d'utiliser l'effet photovoltaïque pour réaliser une spectroscopie des systèmes à 2 niveaux de l'échantillon.

### 6.6.2 Perspectives

Il serait intéressant de refaire l'expérience en appliquant une différence de potentiel DC aux bornes de l'échantillon. En effet, si les systèmes à 2 niveaux sont des dipôles électriques comme nous le pensons, on pourrait grâce à l'effet Stark [20] déplacer leur fréquence de résonance. On verrait alors les pics de l'effet PV liés aux systèmes à 2 niveaux se déplacer en fréquence.

On voudrait également par la suite implanter des systèmes à 2 niveaux bien connus dans les échantillons. On pense par exemple à des atomes de Manganèse qui, de par leur spin  $5/2$ , dans un champ magnétique se comportent comme des systèmes à 2 niveaux. Le problème est qu'il faut en introduire suffisamment pour voir un effet, mais pas trop pour avoir une cohérence de phase assez grande. Plus simplement, on peut étudier l'effet photovoltaïque dans un fil d'or. En effet, les impuretés magnétiques dans l'or ont été largement étudiées précédemment (cf. par exemple [40]). Le fil doit être assez long et étroit pour avoir la résistance la plus grande possible et donc un signal PV suffisant pour être mesuré. Ces expériences s'annoncent toutefois délicates dans la mesure où le champ magnétique haute fréquence est très inférieur au champ électrique haute fréquence. Il faudrait se placer sur une résonance magnétique de la cavité, mais celle ci est mal définie à cause de la présence de l'échantillon et des fils de connection.

## Troisième partie

### Relation courant phase dans les jonctions hybrides (SNS)



# Chapitre 7

## Introduction

De façon générale, l'utilisation de jonctions hybrides (SIS - Supraconducteur Isolant Supraconducteur) ou (SNS - Supraconducteur Normal Supraconducteur) est maintenant très répandue. Les principales applications sont les SQUIDS qui permettent de mesurer de très "petits" champs magnétiques. Ils peuvent servir dans des domaines extrêmement variés, par exemple : pour détecter à l'avance des tremblements de terre (en étudiant les fluctuations du champ magnétique terrestre qui ont lieu jusqu'à 36 heures avant) ou pour diagnostiquer certaines pathologies (en mesurant le champ magnétique créé par le cœur et le cerveau).

### 7.1 Motivations

Les effets présentés dans la partie précédente étaient reliés aux phénomènes de cohérence de phase, qui concernent les états à un électron. Dans un supraconducteur massif et conventionnel, c'est une autre forme de cohérence de phase qui existe puisque celle-ci est macroscopique et qu'elle concerne des états de paires électroniques appelées **paires de Cooper**. Ces paires sont condensées dans un seul état quantique qui, dans la théorie BCS [99], peut être décrit par un seul paramètre d'ordre  $\Delta e^{i\varphi}$ . Quand on met en contact un supraconducteur et un conducteur normal cohérent de phase, les 2 types de cohérence entrent en compétition. Des corrélations supraconductrices prenant la forme de **paires d'Andreev** vont pouvoir pénétrer dans le conducteur normal. Ces paires, formées d'un électron allant dans un sens et d'un trou allant dans le sens opposé, se propagent tant que les 2 quasiparticules restent cohérentes, c'est-à-dire sur une longueur inférieure à  $L_\phi$  et  $L_T$  (nous y reviendrons en détail dans la section (7.2.4)). Cette longueur peut d'ailleurs être bien plus grande que  $\xi$  longueur de cohérence du supraconducteur et  $l_e$  libre parcours moyen élastique.

Si maintenant le conducteur normal quantiquement cohérent de longueur  $L_N$  est placé entre 2 électrodes supraconductrices, un courant non dissipatif peut circuler au sein de la jonction ainsi formée, comme il existe un courant permanent dans les anneaux normaux. Cela se produit même en l'absence de tension appliquée. On dit que le conducteur normal devient supraconducteur par **effet de proximité**<sup>1</sup>. Ce courant non dissipatif appelé **courant Josephson** n'existe que si le conducteur est entièrement cohérent de phase, c'est-à-dire si  $L_N < L_\phi, L_T$  comme pour l'anneau normal. On a vu précédemment qu'on pouvait

---

<sup>1</sup>A ne pas confondre avec la supraconductivité intrinsèque.

tester la cohérence de phase d'un anneau normal en modifiant les conditions aux limites pour les fonctions d'onde électroniques grâce à un flux magnétique. Placer le conducteur normal entre 2 contacts supraconducteurs impose de nouvelles conditions aux limites et cela constitue un autre excellent test de la cohérence de phase.

Nous utiliserons comme lien faible un métal noble diffusif (l'or en l'occurrence). Nous nous placerons dans la limite de la jonction longue  $L_N \gg \xi$  ( $\xi \approx 70\text{nm}$  pour le Niobium et  $\xi \approx 170\text{nm}$  pour l'Aluminium utilisé), c'est-à-dire  $\hbar D/L_N^2 = E_{\text{Th}} \ll \Delta = \hbar D/\xi^2$  ( $\Delta \approx 16.3\text{K}$  pour le Niobium et  $\Delta \approx 2.1\text{K}$  pour l'Aluminium, alors qu'on verra que  $E_{\text{Th}} \approx 50\text{mK}$ ). Dans ce régime, les propriétés de la jonction ne sont déterminées que par le métal normal (en jonction courte, c'est le supraconducteur qui est déterminant). En effet, pour des jonctions longues, c'est l'énergie de Thouless qui intervient et non le gap du supraconducteur. En effet, l'électron et le trou n'étant pas exactement à la même énergie ( $\epsilon_F + \epsilon$  pour l'un et  $\epsilon_F - \epsilon$  pour l'autre), ils vont acquérir au cours du temps une différence de phase  $\varphi(t) = 2\epsilon t/\hbar$ . On a donc un déphasage complet ( $\varphi = 2\pi$ ) en un temps  $t = \hbar\pi/\epsilon$ . La longueur sur laquelle ce déphasage a lieu est alors de l'ordre de  $L_\epsilon = \hbar v_F/\epsilon$  dans le cas balistique et  $L_\epsilon = \sqrt{\hbar D/\epsilon}$  dans le cas diffusif. Cela veut dire que si  $L_N > L_\epsilon$  ou  $\epsilon > E_{\text{Th}}$ , l'électron et le trou acquièrent une différence de phase aléatoire de l'ordre ou supérieure à  $2\pi$ . Or, c'est la somme de toutes ces paires qui contribuent au supercourant. Si chaque terme a une phase aléatoire entre 0 et  $\pi$ , la somme se moyenne à 0 et il n'y a pas de supercourant.

Par contre si  $\epsilon \ll E_{\text{Th}}$ , la différence de phase entre les électrons et les trous est très inférieure à un et les interférences entre paires d'Andreev sont constructives à champ magnétique nul. Ce n'est pas le cas pour des anneaux normaux où à  $B = 0$  la différence de phase  $\int_i \vec{k} \cdot d\vec{l} - \int_j \vec{k} \cdot d\vec{l}$  entre 2 trajectoires  $i$  et  $j$  interférant peut être très grande devant 1. Cela explique (cf. chapitre 2) pourquoi les corrections quantiques à la conductance sont si réduites dans les anneaux normaux et se moyennent à 0 sur le désordre. On comprend aussi pourquoi dans les anneaux normaux les fluctuations de courant sont du même ordre de grandeur que la valeur moyenne, alors que les fluctuations de supercourant sont bien plus faibles relativement au supercourant [100] et très difficiles à détecter<sup>2</sup>.

C'est Josephson [101] le premier qui a prédit l'existence d'un supercourant  $I_{su}$  entre 2 supraconducteurs (de paramètre d'ordre  $\Delta_1 e^{i\varphi\phi_1}$  et  $\Delta_2 e^{i\varphi\phi_2}$  respectivement) séparés par une couche très fine isolante. La loi qui relie ce supercourant à la différence de phase  $\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$  des 2 supraconducteurs

$$I_{su} = I_c \sin(\varphi) \quad (7.1)$$

est appelée relation Josephson. Le courant maximum  $I_c$  est le courant critique. D'autres études [102] ont ensuite montré que l'effet Josephson pouvait aussi exister si 2 supraconducteurs sont connectés par un "lien faible", peu importe sa nature (fil ou plan, métal normal, ferromagnétique, semiconducteur, contact atomique, nanotube, molécule, supraconducteur avec un étranglement géométrique, ou une température critique plus faible...). La relation courant-phase  $I_{su}(\varphi)$  est une caractéristique importante de la jonction Josephson et dans bien des cas elle n'est pas parfaitement sinusoïdale. L'écart à une sinusoïde peut donner

<sup>2</sup>Comme les effets mésoscopiques sont en  $1/g$ , pour y être sensible il faudrait une partie normale plus résistive, par exemple : un gap bidimensionnel d'électrons ou même des nanotubes.

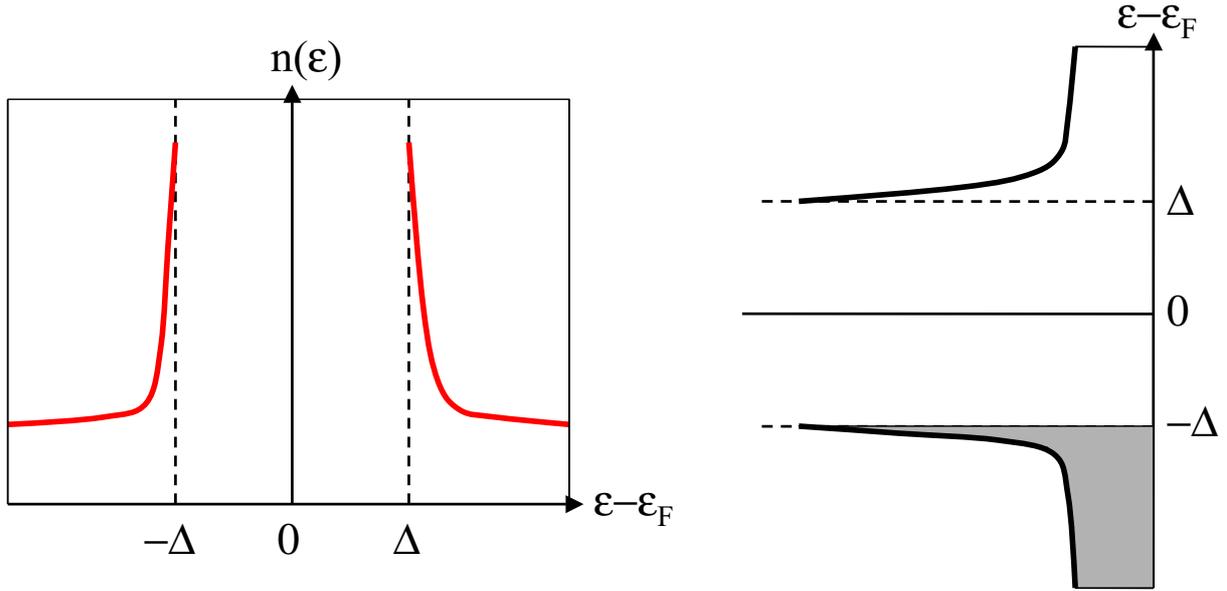


FIG. 7.1 – À gauche, densité d'états d'un supraconducteur conventionnel de gap  $\Delta$ . Le cas du métal normal correspondrait à  $n(\epsilon) = n(\epsilon_F) = cte$ . On utilisera plus souvent la représentation de droite où la partie foncée représente les états électroniques occupés.

des informations sur le spectre d'énergie du conducteur normal (cf. section (7.2.2) pour un fil long 1D et balistique) ou sur les interactions (cf. la référence [103] dans le cas d'un fil 1D, c'est-à-dire une jonction Supraconducteur - Liquide de Luttinger - Supraconducteur) en son sein.

## 7.2 Relation courant-phase pour les jonctions (SIS) et (SNS)

Dans cette partie, nous présentons les relations supercourant-phase successivement dans les jonctions (SIS), (SNS) balistique et (SNS) diffusif. Nous en profiterons pour souligner l'analogie entre les courants permanents et la jonction (SNS) balistique. Ensuite, nous indiquerons comment nous souhaitons étudier cette relation courant-phase. Enfin, nous reviendrons sur des échelles de longueur fondamentales dans les jonctions (SNS).

### 7.2.1 Effet Josephson dans une jonction (SIS)

Lorsque 2 métaux normaux (N) sont séparés par une fine couche isolante (I) et portés à une différence de potentiel  $V$ , un courant peut traverser l'isolant par effet tunnel d'électrons. On remplacera par la suite les 2 métaux par des supraconducteurs. Mais d'abord, arrêtons nous un instant sur ces derniers. Dans les supraconducteurs conventionnels, les états liés à 2 électrons trouvent leur origine dans une interaction effective attractive entre les électrons médiée par l'interaction électron-phonon [104, 105]. Il ne peut pas y avoir, dans les supraconducteurs de type s (gap isotrope), d'excitation de type électron ou trou individuel dans une gamme d'énergie  $2\Delta$  autour du niveau de Fermi.  $\Delta$  est le gap du su-

praconducteur, relié à l'énergie de liaison des paires de Cooper. Il n'est donc pas possible, dans un supraconducteur, d'injecter individuellement un électron ou un trou ayant une énergie inférieure au gap. Cette caractéristique ressort nettement sur la forme de la densité d'états à une particule telle que déduite par la théorie BCS [99] (cf. Fig. 7.1). Revenons à la jonction (SIS), Josephson a prédit l'existence d'un courant non dissipatif de paires de Cooper traversant une fine barrière isolante. Ce courant n'est pas le même suivant qu'une différence de potentiel  $V$  est appliquée ou non aux bornes de la jonction :

- Si  $V = 0$ ,  $I_{su}(\varphi) = I_c \sin(\varphi_0)$ , où  $\varphi_0$  est la différence de phase entre les 2 supraconducteurs. C'est l'**effet Josephson stationnaire**.
- Si  $V \neq 0$ , la seconde relation Josephson :

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{2eV}{\hbar} \quad \text{impose que :} \quad \varphi = \varphi_0 + \frac{4\pi Vt}{\Phi_0} \quad (7.2)$$

où on a posé  $\Phi_0 = h/e^2$ . On a donc :  $I_{su}(\varphi) = I_c \sin(\varphi_0 + \frac{4\pi Vt}{\Phi_0})$ . Le courant oscille extrêmement rapidement à  $2e/h = 483.6\text{GHz}$  pour 1mV. C'est l'**effet Josephson alternatif**.

### 7.2.2 Réflexion d'Andreev dans une jonction (SNS)

Si l'on remplace la couche mince isolante (I) par un métal normal (N), on obtient un effet similaire à l'effet Josephson (SIS), même pour des *longueurs de métal normal*  $L_N \gg \xi$ . Cet "effet Josephson SNS", s'interprète à l'aide des propriétés des quasiparticules.

En effet, plaçons nous d'abord à l'interface NS. Une excitation de type électronique avec une énergie  $\epsilon + \epsilon_F$  légèrement supérieure à l'énergie de Fermi ( $0 < \epsilon < \Delta$ ) est réfléchiée en une excitation de type trou d'énergie inférieure à l'énergie de Fermi. L'excès de charge  $-2e$  et d'impulsion  $2q = 2\epsilon/(\hbar v_F \cos(\alpha))$  est emporté par une paire de Cooper dans le supraconducteur (cf. Fig. 7.2). Ce processus est appelé **réflexion d'Andreev** [106]. Il permet la pénétration des corrélations supraconductrices dans le métal normal. L'impulsion du trou réfléchi est quasiment l'opposée (la projection sur (Oy) est exactement l'opposée) de l'impulsion du trou incident. Pour une interface parfaite le coefficient en amplitude de la réflexion est  $r_{eh} = e^{-i(\varphi_1 - \arccos(\epsilon/\Delta_1))}$ . Autrement dit, *la réflexion est totale et le trou réfléchi porte l'information de la phase du supraconducteur*  $\varphi_1$ . En outre, l'état du trou est corrélé à celui de l'électron incident si bien que l'on observe une modification des caractéristiques du métal normal au voisinage de l'interface avec le supraconducteur : c'est l'**effet de proximité**.

Revenons à présent à la jonction (SNS). Le processus ne s'arrête pas là, une excitation de type trou est réfléchiée à son tour en une excitation de type électron, détruisant une paire de Cooper dans l'autre supraconducteur. Si la longueur du métal normal  $L_N$  est suffisamment faible pour que les paires électron-trou restent corrélées sur un aller-retour (nous reviendrons en détail sur cette condition dans la section (7.2.4)), le résultat de ce cycle est qu'une paire de Cooper est transférée d'un supraconducteur à l'autre, créant un supercourant à travers la jonction SNS. A cause des interférences électron-trou dans le puit entre les 2 supraconducteurs, des états constitués d'une superposition cohérente d'un état de type électron et d'un état de type trou peuvent exister. Ce sont les états liés d'Andreev.

<sup>3</sup>Dans la littérature sur la supraconductivité, il est d'usage de poser  $2e/h = \Phi_0$ , mais afin de garder une notation cohérente avec les chapitres précédents, on gardera la même définition pour  $\Phi_0$  tout au long de ce manuscrit.

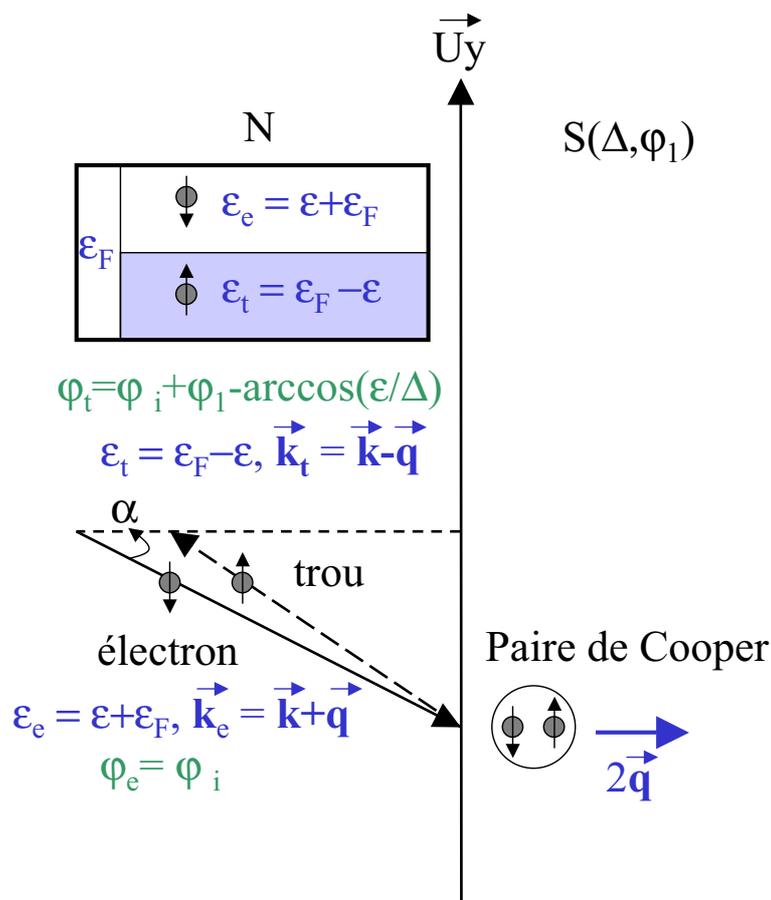


FIG. 7.2 – Réflexion d'Andreev à l'interface Normal/Supraconducteur. L'électron d'énergie  $\epsilon + \epsilon_F$ , d'impulsion  $\vec{k} + \vec{q}$  se réfléchit en un trou d'énergie  $\epsilon - \epsilon_F$  et d'impulsion  $\vec{k} - \vec{q}$ , avec  $|\vec{k}| = k_F$ . L'excès de charge  $-2e$  et d'impulsion  $2\vec{q}$  est emporté dans le Supraconducteur sous la forme d'une paire de Cooper. Les projections de  $\vec{k} + \vec{q}$  et  $\vec{k} - \vec{q}$  sur l'interface sont identiques. Notez aussi que la phase du trou contient des informations sur le supraconducteur.

### Cas du métal balistique

On peut obtenir le spectre des états liés d'Andreev dans le cas d'une jonction (SNS) 1D, balistique et longue, soit en résolvant les équations de Bogoliubov-de Gennes en suivant le traitement de Kulik [107], soit en regardant la condition de quantification de la phase des paires d'Andreev. En effet, un état de type électron d'énergie  $\epsilon + \epsilon_F$ , de vecteur d'onde  $k_e$  part de l'électrode de gauche, traverse le métal normal de longueur  $L_N$  et subit une réflexion d'Andreev en prenant la phase  $\varphi_2 - \arccos(\epsilon/\Delta_2)$ ; le trou réfléchi de vecteur d'onde  $k_h$  traverse le métal normal jusqu'à l'électrode de gauche où il est finalement transformé en électron en prenant la phase  $-\varphi_1 - \arccos(\epsilon/\Delta_1)$  (on prendra les supraconducteurs identiques à gauche et à droite  $\Delta_1 = \Delta_2 = \Delta$ ). La condition de quantification s'écrit :

$$(k_e - k_h)L_N + \varphi_2 - \varphi_1 - 2 \arccos\left(\frac{\epsilon}{\Delta}\right) = 2\pi n \quad (7.3)$$

où  $n$  est un entier relatif. Cela conduit au spectre suivant :

$$\epsilon_{\pm}(n, \varphi) = \frac{h\nu_F}{2L_N} \left[ n \pm \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2\pi} + \frac{1}{\pi} \arccos\left(\frac{\epsilon}{\Delta}\right) \right] \quad (7.4)$$

Les états d'Andreev véhiculent un courant non dissipatif<sup>4</sup> :  $I = \frac{d\epsilon}{d\varphi}$ . Un exemple du spectre d'Andreev et du courant associé est représenté sur la figure (7.3). Cependant, il ne faut pas oublier que les énergies des états du continuum  $\epsilon > \Delta$  dépendent également de  $\varphi$  et donc portent aussi une partie du courant Josephson. A priori, le courant Josephson est porté à la fois par les niveaux d'Andreev et par les niveaux du continuum. En effet, c'est une quantité thermodynamique qui implique l'ensemble du spectre d'excitation à la différence de la conductance NS. Le supercourant est calculé rigoureusement dans la référence [108]. La relation courant-phase présente des sauts de phase quand un niveau d'Andreev traverse le niveau de Fermi, c'est-à-dire pour  $\varphi = (2n+1)\pi$ . Une telle anharmonicité peut surprendre. En fait, lorsqu'on augmente la température, ou lorsqu'on introduit du désordre, ces sauts sont effacés et l'anharmonicité laisse place à une dépendance en  $\varphi$  comparable à celle de l'effet Josephson (SIS) [109]. A titre de comparaison, on représente dans la figure (7.4), la relation courant-phase de la jonction balistique courte et de la jonction tunnel [110].

Enfin, on notera une grande similitude entre le supercourant ( $\Phi_0/2$  périodique), d'une jonction (SNS) 1D, longue et balistique, porté par les états d'Andreev et le courant permanent moyen ( $\Phi_0$  périodique) dans un anneau normal unidimensionnel (cf. [81]).

### Analogie avec les courants permanents

L'analogie entre le courant permanent moyen dans un anneau normal et le courant porté par les états d'Andreev a été mis en évidence par Büttiker, Imry et Landauer [111]. En termes de quasiparticules, le phénomène physique est le même dans les 2 systèmes. Il s'agit du magnétisme orbital causé par la dépendance en flux de l'énergie et aussi des fonctions d'onde des quasiparticules. C'est la nature des quasiparticules qui diffère. Dans un anneau normal, celles ci sont des électrons (ou des trous) indépendants. En revanche, dans la partie normale d'une jonction (SNS), les quasiparticules sont couplées par les réflexions d'Andreev

<sup>4</sup>Attention, avec cette convention et en anticipant sur la suite  $\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = -4\pi\Phi/\Phi_0$ . C'est la même convention pour les relations courant-phase des figures 7.3.b, 7.4, 7.5 et 7.6. Dans l'absolu, le supraconducteur est bien sûr diamagnétique.

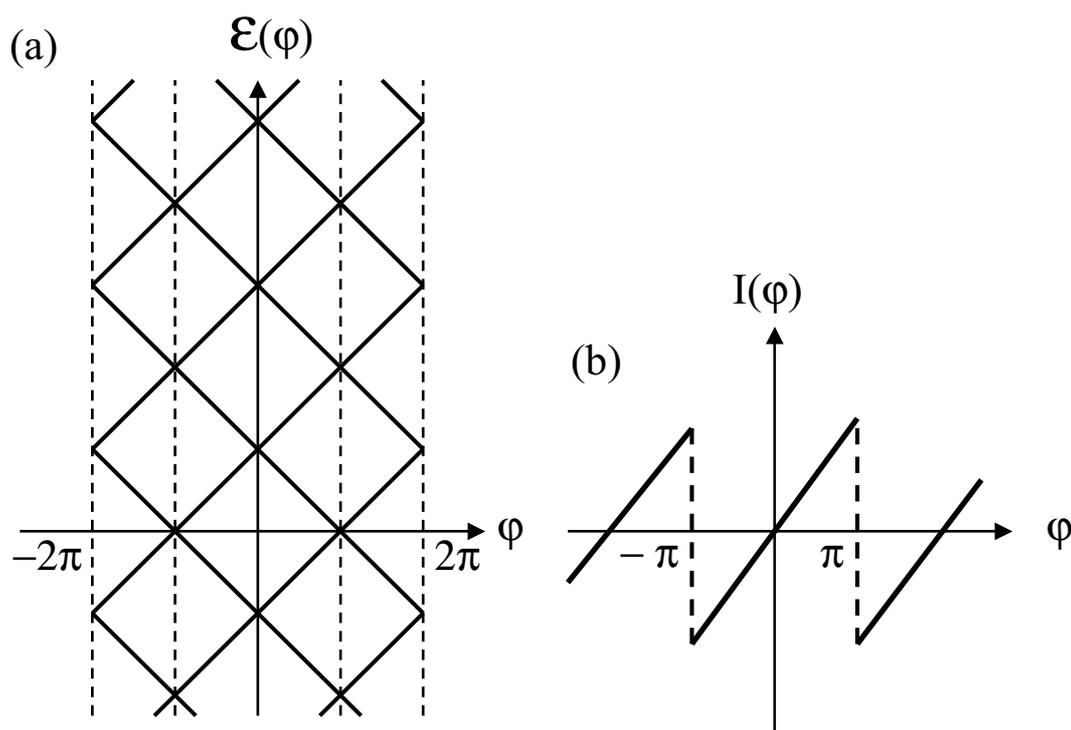


FIG. 7.3 – (a) Spectre des niveaux d’Andreev pour une jonction balistique longue et 1D.  $\varphi$  est la différence de phase entre les 2 supraconducteurs ( $\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = -4\pi\Phi/\Phi_0$  sur les figures). (b) Courants portés par les niveaux d’Andreev. Notez que les spectres sont identiques pour une jonction (SNS) balistique longue 1D et un anneau normal [14] à la différence près (et elle est de taille) que dans le premier cas les niveaux sont  $M$  fois dégénérés ( $M$  est le nombre de canaux).

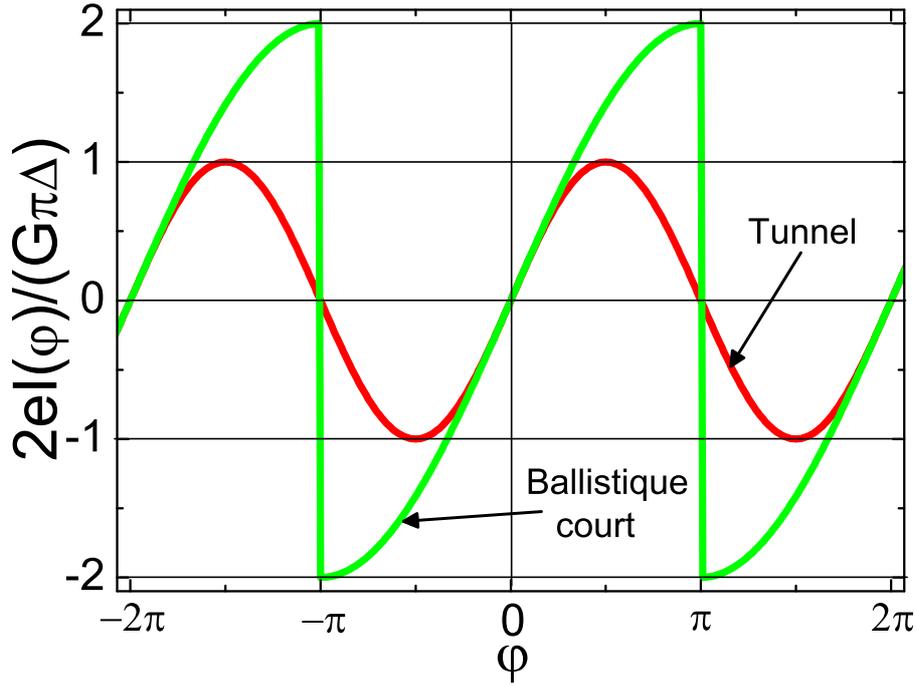


FIG. 7.4 – Relation courant-phase d’une jonction balistique 1D courte et d’une jonction tunnel à  $T = 0\text{K}$ .  $G$  est la conductance de la jonction.

sur les bords supraconducteurs. Une autre différence est que les courants permanents sont paramagnétiques en moyenne et que le supercourant est toujours diamagnétique.

La dépendance du courant critique et des courants permanents vis-à-vis du nombre de canaux de conduction  $M$  est également fort différente. En effet, sans désordre le courant permanent moyen porté par un canal est  $ev_F/L = \delta/\Phi_0$  où  $\delta$  est l’écart moyen entre les niveaux [81, 14]. Quand il y a  $M$  canaux, et en l’absence de désordre, l’amplitude du courant permanent moyen est peu affectée. Cela peut s’expliquer par le fait que les courants portés par les niveaux pairs et impairs se compensent pratiquement, et qu’il ne reste pour le courant moyen qu’une contribution qui équivaut à un seul électron au niveau de Fermi. Par contre, le courant typique vaut :  $\delta I = \sqrt{M}ev_F/L$ .

Au contraire, le courant critique augmente avec le nombre de canaux de conduction. Ceci est dû au fait que la réflexion d’Andreev ne modifie pas les composantes transverses (parallèles à l’interface) de l’impulsion de la quasiparticule (cf. Fig. 7.2). Les énergies ne dépendent que de l’impulsion longitudinale  $q$ . Dans une jonction balistique, les niveaux d’Andreev sont donc  $M$  fois dégénérés, ce qui n’est pas le cas dans un anneau normal. Dans les jonctions courtes ( $L_N \ll \xi$  ou  $E_{\text{Th}} \gg \Delta$ ) Beenaker et Van Houten [112] prédisent que le courant critique est quantifié en unité de  $e\Delta/\hbar$  et proportionnel au nombre de canaux. Ce phénomène observé par Takayanagi *et al.* [113] est l’analogie de la quantification de la conductance pour un point quantique. Cette propriété découle du fait qu’il est possible de résoudre les équations de Bogoliubov-de Gennes canal par canal. Le courant critique total est alors la somme des courants critiques de chacun des canaux. Pour les jonctions longues, Furusaki *et al.* [114] ont montré dans le cas de jonctions bidimensionnelles Supraconducteur - Semiconducteur - Supraconducteur que le courant critique croissait linéairement avec la largeur de la zone normale. Toutefois, cette croissance n’est pas universelle car elle dépend

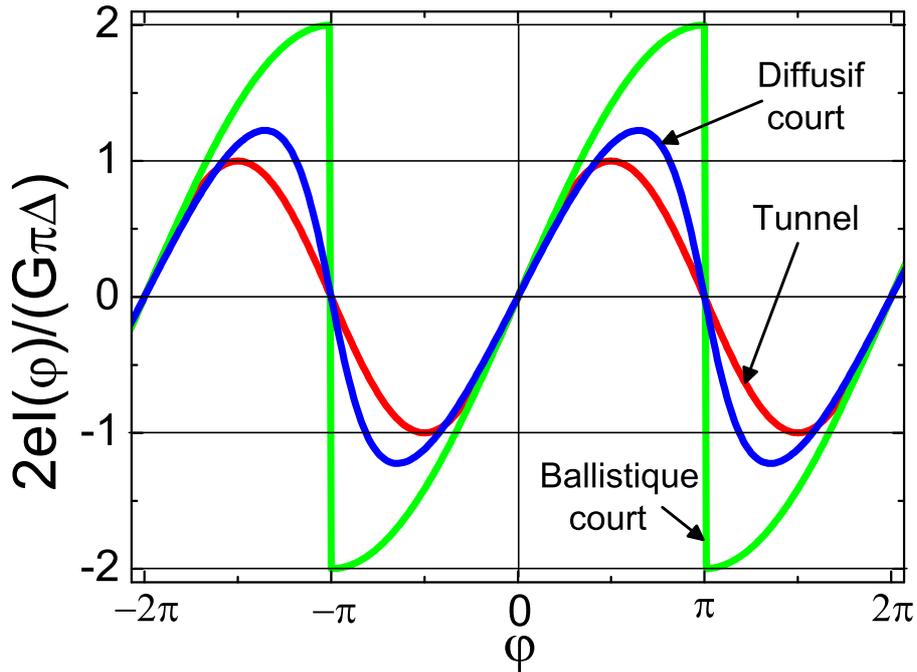


FIG. 7.5 – Relation courant-phase d’une jonction 1D balistique courte, d’une jonction 1D diffusive courte et d’une jonction tunnel à  $T = 0K$ . Les composantes de Fourier sont en  $1/n^2$  pour la jonction 1D diffusive courte. Pour la jonction tunnel seule la première harmonique n’est pas nulle.

des caractéristiques de la jonction et en particulier de sa forme.

### Cas du métal diffusif

La situation se complique dans une jonction (SNS) diffusive parce que les niveaux d’énergie sont enchevêtrés. Il devient impossible d’avoir une expression analytique des courants portés par les niveaux. Aussi décompose-t-on la relation courant-phase en série de Fourier<sup>5</sup> :

$$I_{su}(\varphi) = \sum_{n=1}^{\infty} I_c^n \sin(n\varphi) \quad (7.5)$$

Il n’y a que dans la limite des très faibles transmissions, comme par exemple pour une jonction tunnel, que  $\forall n > 1, I_c^n = 0$  et qu’on retrouve la relation de Josephson. Pour la plupart des autres liens faibles, les  $I_c^n$  ne sont pas nulles. Par exemple, pour la jonction balistique longue et 1D, on a  $I_c^n \propto -(-1)^n/n$  [115] menant à un courant en dent de scie. Quand les coefficients de transmission ne sont pas très inférieurs à 1, les paires de Cooper transférées à travers la jonction peuvent être corrélées. L’apparition d’harmoniques supérieures peut être interprétée comme le transfert corrélé de  $n$  paires de Cooper à travers la jonction via des réflexions d’Andreev multiples. Par exemple, le quantum de flux pour la  $n^{\text{ième}}$  harmonique est  $h/(2ne)$ , ce qui correspond à une charge  $2ne$ .

<sup>5</sup>Il n’y a que des sinus parce que changer la phase  $\varphi \rightarrow -\varphi$  revient à renverser spatialement l’échantillon par rapport à l’axe perpendiculaire à la jonction, ce qui est équivalent à changer le sens du courant.

Wilhelm *et al.* [116] ont calculé les coefficients  $I_c^n$  dans le cas de jonctions (SNS) longues diffusives à l'aide des équations d'Usadel [117]. Ces dernières sont issues des équations de Gor'kov [118] après moyennage sur le désordre. Pour des jonctions courtes  $L_N \ll \xi$ , ils ont obtenu à  $T = 0\text{K}$ <sup>6</sup> (cf. Fig. 7.5 pour une comparaison avec les jonctions balistiques courtes) :

$$I_c^n = -\frac{2\pi(-1)^n \Delta}{eR_N(2n+1)(2n-1)} \quad (7.6)$$

Pour les jonctions infiniment longues à  $T = 0\text{K}$ , ils ont trouvé par analogie une approximation numérique qui ajustait bien les données :

$$I_c^n \approx -\frac{(-1)^n 33 E_{\text{Th}}}{eR_N(2n+1)(2n-1)} \quad (7.7)$$

Il semble donc que le contenu en harmonique soit le même en jonction diffusive courte et longue (cf. Fig. 7.6). Mais une preuve rigoureuse n'existe pas encore à notre connaissance. En particulier, on a pour la première harmonique  $eR_N I_c^1 \approx 11E_{\text{Th}}$  à  $T = 0\text{K}$ .

Leurs prédictions pour la relation courant-phase d'une jonction très longue ( $\Delta/E_{\text{Th}} = 10^6$ ) sont données dans la référence [119]. Ils prévoient un maximum situé à  $\varphi = 1.28\pi/2$ ,  $\varphi = 1.2\pi/2$  et  $\varphi \approx \pi/2$  pour des températures de  $k_B T/E_{\text{Th}} = 0.02$ ,  $k_B T/E_{\text{Th}} = 1$  et  $k_B T/E_{\text{Th}} = 5$  respectivement. Pour  $k_B T/E_{\text{Th}} = 0$  et  $k_B T/E_{\text{Th}} = 1$ , la relation courant-phase peut être approximée par :

$$eR_N I_c(\varphi) = 11E_{\text{Th}} [\sin(\varphi) - 0.2 \sin(2\varphi) + 0.09 \sin(3\varphi) - 0.05 \sin(4\varphi)] \quad (7.8)$$

et respectivement par :

$$eR_N I_c(\varphi) = 10.1E_{\text{Th}} [\sin(\varphi) - 0.16 \sin(2\varphi) + 0.04 \sin(3\varphi) - 0.01 \sin(4\varphi)] \quad (7.9)$$

puis, elle prend rapidement la forme d'une sinusoïde (à  $k_B T/E_{\text{Th}} = 5$ , le second harmonique n'atteint que 2% de l'amplitude du fondamental).

### 7.2.3 Principe de la mesure

Dans cette partie, on explique d'abord comment en utilisant une jonction (SNS) en géométrie de type SQUID AC, on peut faire varier simplement la différence de phase  $\varphi$  aux bornes de la jonction grâce au champ magnétique, afin d'étudier la relation courant-phase. Comme il nous est apparu judicieux dans un premier temps de travailler avec une géométrie de type SQUID DC connecté, on s'intéressera ensuite à cette géométrie. A notre connaissance, elle n'a jamais été étudiée avec un métal diffusif en jonction longue et elle nous permettra également de faire varier  $\varphi$ . On s'inspire des références [104, 105].

#### Jonction en géométrie SQUID AC

La géométrie SQUID AC (Superconducting Quantum Interference Device) est une boucle supraconductrice (cf. Fig. 7.7) interrompue par un lien faible (le SQUID AC est généralement constitué d'une fine couche isolante, mais les résultats sont aussi valables

<sup>6</sup>Il manque un facteur  $2\pi$  dans leur article.

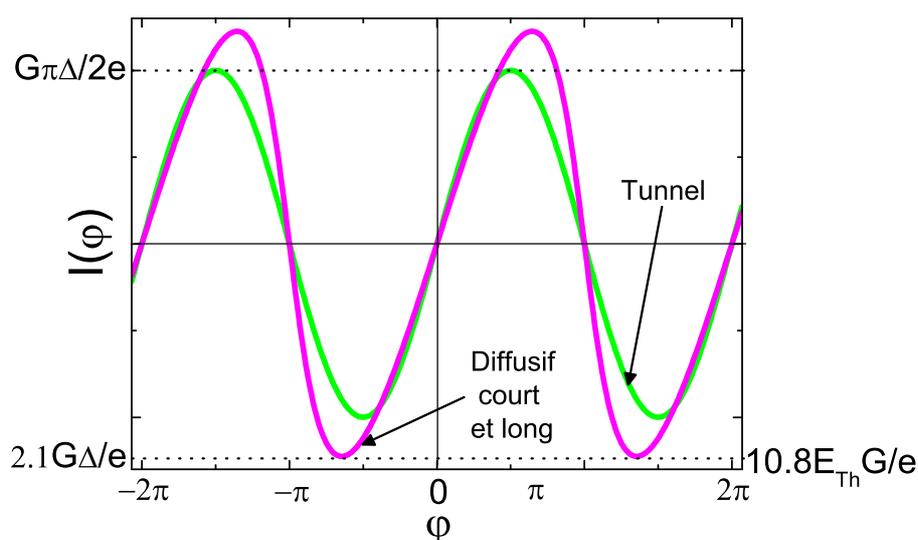


FIG. 7.6 – Relation courant-phase d’une jonction 1D diffusive longue, courte (tracée à partir de la référence [116]) et d’une jonction tunnel à  $T = 0K$ . Attention, les courbes pour les jonctions diffusives en géométrie courte et longue ont été superposées pour insister sur le fait qu’elles ont le même contenu en harmonique, mais leur amplitude (indiquée à gauche et à droite respectivement) sont différentes.

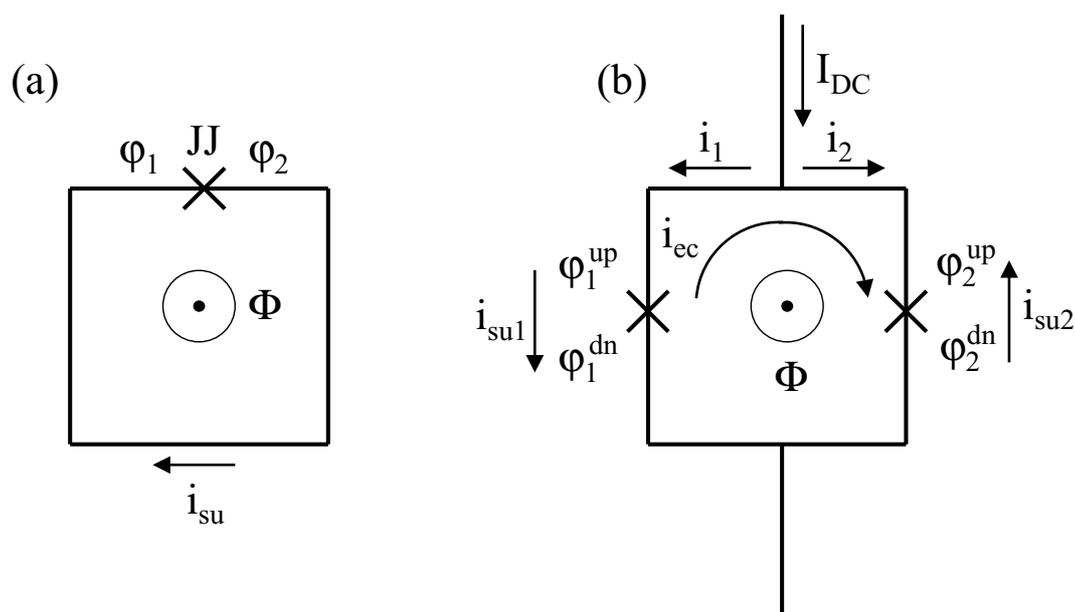


FIG. 7.7 – Représentation schématique de SQUIDs. (a) Le SQUID AC est constitué d’une boucle supraconductrice interrompue par une jonction Josephson. Le flux inclus dans la surface du SQUID permet de faire varier continûment la différence de phase aux bornes de la jonction. (b) Le SQUID DC est constitué d’une boucle supraconductrice comportant une jonction Josephson dans chaque bras de l’anneau.

dans le cas d'une jonction (SNS)). La densité de courant calculée à partir de la fonction d'onde de l'état fondamental du supraconducteur  $\psi = \sqrt{n}e^{i\varphi}$ , est :

$$\vec{j} = 2e (\psi^\dagger \vec{v} \psi) = \frac{2ne}{m} (\hbar \vec{\nabla} \varphi - 2e \vec{A}) \quad (7.10)$$

Si on intègre cette relation sur un chemin suffisamment éloigné des bords de l'anneau pour que le champ magnétique ne pénètre pas, on a  $\vec{j} = \vec{0}$  et donc :

$$\hbar \vec{\nabla} \varphi = 2e \vec{A} \quad (7.11)$$

Comme l'épaisseur de la jonction est faible, on peut négliger le flux dans la partie isolante. En intégrant, on obtient :

$$\int_1^2 \vec{A} \cdot d\vec{l} \approx \oint \vec{A} \cdot d\vec{l} \approx \vec{B} \cdot \vec{S} \approx \Phi \quad \text{et :} \quad \int_1^2 \vec{\nabla} \varphi d\vec{l} = \varphi_2 - \varphi_1 \quad (7.12)$$

D'où :

$$\varphi_2 - \varphi_1 = \varphi = 4\pi \frac{\Phi}{\Phi_0} \quad (7.13)$$

Donc grâce au champ magnétique, on peut faire varier continûment la différence de phase aux bornes de la jonction Josephson. Il ne restera plus qu'à mesurer le supercourant qui circule dans la boucle pour étudier la relation courant-phase de la jonction. On compte, à terme, mesurer ce courant par une mesure d'aimantation  $M = I_{su}S$ . L'avantage de cette méthode est qu'on est sensible directement au supercourant et non au courant de transition d'un état supraconducteur vers un état normal (cf. la géométrie SQUID DC).

Dans le cas de la jonction (SIS), pour obtenir le courant dans le SQUID on peut réinjecter l'éq.(7.13) dans la relation Josephson :

$$I_{su} = I_c \sin(\varphi) = I_c \sin\left(4\pi \frac{\Phi}{\Phi_0}\right) \quad (7.14)$$

Toutefois, dans cette relation il faut prendre en compte le fait que le flux  $\Phi$  dans la boucle n'est pas forcément le flux appliqué  $\Phi_{\text{ext}}$ , l'inductance de l'anneau  $L_{\text{ind}}$  intervient. Ainsi, on a :

$$\Phi = \Phi_{\text{ext}} - L_{\text{ind}} I_{su} \quad (7.15)$$

Tant que le courant reste inférieur au courant critique, on peut utiliser la relation (7.14) (sinon, un quantum de flux pénètre dans l'anneau et  $I_{su}$  décroît de façon abrupte de  $\Phi_0/L_{\text{ind}}$ ) et il vient :

$$\frac{4\pi \Phi_{\text{ext}}}{\Phi_0} = \frac{4\pi \Phi}{\Phi_0} + \frac{4\pi L_{\text{ind}} I_c}{\Phi_0} \sin\left(\frac{4\pi \Phi}{\Phi_0}\right) \quad (7.16)$$

Le comportement de  $\Phi/\Phi_0$  en fonction de  $\Phi_{\text{ext}}/\Phi_0$  dépend du rapport  $2L_{\text{ind}}I_c/\Phi_0$ , en particulier s'il est plus grand que 1, on peut avoir plusieurs valeurs de  $\Phi$  par valeur de  $\Phi_{\text{ext}}$ , ce qui complique considérablement les interprétations (cf. p384 de [105] pour un graphique de  $\Phi$  en fonction de  $\Phi_{\text{ext}}$ ). Pour nos échantillons, on a essayé de limiter le rôle de cette inductance, mais on va voir qu'elle va intervenir, on n'aura alors pas tout à fait  $\Phi_{\text{ext}} \approx \Phi$ . En effet, pour fixer les idées, on peut calculer l'ordre de grandeur de  $L_{\text{ind}}I_c$  de notre expérience. Approximons l'inductance de notre circuit par celle d'une spire de grand rayon  $r = 1.5\mu\text{m}$  et de petit rayon  $a = 0.2\mu\text{m}$ , on obtient  $L_{\text{ind}} \approx \mu_0 r \ln(r/a) \approx 3\text{pH}$ . D'où, avec  $I_c \approx 300\mu\text{A}$

(ordre de grandeur du plus grand courant critique obtenu), on obtient un rapport maximal  $2L_{\text{ind}}I_c/\Phi_0$  de l'ordre de 0.5. Pour des échantillons avec un fil normal plus long ou plus étroit, le produit  $L_{\text{ind}}I_c$  est réduit. En effet, comme on le verra plus tard à  $T = 0K$ , on a  $eR_N I_c = 10.82E_{\text{Th}}$ , donc  $I_c \propto 1/L_N^3$ .

### Jonction en géométrie SQUID DC

Vu les problèmes de fabrication rencontrés, il nous est apparu dans un premier temps plus facile d'utiliser la géométrie SQUID DC, notamment pour tester la qualité de nos jonctions (SNS). Cette géométrie est une boucle supraconductrice (cf. Fig. 7.7) interrompue par 2 liens faibles. Pour commencer, on effectue le calcul avec un lien faible isolant et on ne considèrera que le premier harmonique en flux.

Appelons  $\varphi_1 = \varphi_1^{up} - \varphi_1^{dn}$  et  $\varphi_2 = \varphi_2^{up} - \varphi_2^{dn}$  les différences de phase aux bornes des 2 jonctions. En utilisant le même raisonnement que dans la section précédente, on peut montrer qu'en présence de champ magnétique :

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \varphi = 4\pi \frac{\Phi}{\Phi_0} \quad (7.17)$$

Soit  $i_{\text{éc}}$  le courant d'écrantage et  $I_{DC} = i_1 + i_2$ , le courant de polarisation (cf. Fig. 7.7). Les courants à travers les 2 jonctions sont données<sup>7</sup> :

$$i_{su1} = i_1 - i_{\text{éc}} = -i_{c1} \sin(\varphi_1) \quad (7.18)$$

$$i_{su2} = -i_2 - i_{\text{éc}} = i_{c2} \sin(\varphi_2) = i_{c2} \sin\left(\varphi_1 - \frac{4\pi\Phi}{\Phi_0}\right) \quad (7.19)$$

Le courant total dans le SQUID est donc :

$$I_{DC} = i_1 + i_2 = -i_{c1} \sin(\varphi_1) - i_{c2} \sin\left(\varphi_1 - \frac{4\pi\Phi}{\Phi_0}\right) \quad (7.20)$$

Le supercourant dans le SQUID  $I_{su}$  est obtenu en maximisant le courant  $I_{DC}$  par rapport à  $\varphi_1$ . L'expression de  $I_{su}$  est finalement :

$$I_{su} = \sqrt{(i_{c1} - i_{c2})^2 + 4i_{c1}i_{c2} \cos^2\left(\frac{2\pi\Phi}{\Phi_0}\right)} \quad (7.21)$$

Pour 2 jonctions symétriques ( $i_{c1} = i_{c2} = i_{c0} = I_c/2$ ), l'expression se simplifie :

$$I_{su} = I_c \left| \cos\left(\frac{2\pi\Phi}{\Phi_0}\right) \right| \quad (7.22)$$

En négligeant l'inductance et les asymétries de l'anneau, on obtient donc une fonction de période  $\Phi_0/2$  qui est une valeur absolue de cosinus. Pour les jonctions (SNS), on s'attend à ce que la pénétration du champ dans la partie normale modifie la forme de la courbe  $I_{su}(\varphi)$ .

<sup>7</sup>Dans ces formules on néglige la pénétration du flux dans la jonction. Cette approximation est bonne pour la jonction (SIS), mais elle devient plus difficile à justifier pour une jonction (SNS).

Etudions maintenant le cas d'un autre lien faible et intéressons nous aux harmoniques supérieures de la relation courant-phase. Plaçons dans le cas simple d'un SQUID DC parfaitement symétrique. Supposons que le supercourant soit maximal pour  $\varphi_1^{\max}$  et  $\varphi_2^{\max}$  valeurs pour lesquelles la première harmonique est maximale. Calculons  $\varphi_1^{\max}$  et  $\varphi_2^{\max}$ , puis cherchons les valeurs de  $I_{su}^n$  pour  $n = 2$  et  $3$  en  $\varphi_1^{\max}$  et  $\varphi_2^{\max}$ .

$$I_{DC} = -i_{c1} \left[ \sin(\varphi_1) + \sin\left(\varphi_1 - \frac{4\pi\Phi}{\Phi_0}\right) \right] \quad (7.23)$$

D'où :

$$\frac{\partial I_{DC}}{\partial \varphi_1} = -i_{c1} \left[ \cos(\varphi_1) + \cos\left(\varphi_1 - \frac{4\pi\Phi}{\Phi_0}\right) \right] \quad (7.24)$$

qui est nulle pour :

$$\varphi_1 = \frac{\pi}{2} + \frac{2\pi\Phi}{\Phi_0} \quad \text{et} \quad \varphi_2 = \frac{\pi}{2} - \frac{2\pi\Phi}{\Phi_0} \quad (7.25)$$

En réinjectant dans (7.23) on retrouve (7.22).

Calculons à présent  $I_{su}^2(\varphi = \varphi_1^{\max})$  :

$$I_{su}^2(\varphi = \varphi_1^{\max}) = -i_{c1} [\sin(2\varphi_1^{\max}) + \sin(2\varphi_2^{\max})] = -2i_{c1} \sin(\pi) \cos\left(\frac{4\pi\Phi}{\Phi_0}\right) = 0 \quad (7.26)$$

Puis  $I_{su}^3(\varphi = \varphi_1^{\max})$  :

$$I_{su}^3(\varphi = \varphi_1^{\max}) = -i_{c1} [\sin(3\varphi_1^{\max}) + \sin(3\varphi_2^{\max})] = -2i_{c1} \sin\left(\frac{3\pi}{2}\right) \cos\left(\frac{6\pi\Phi}{\Phi_0}\right) = 2i_{c1} \cos\left(\frac{6\pi\Phi}{\Phi_0}\right) \quad (7.27)$$

En fait, si l'on fait le calcul rigoureusement, il apparaît une valeur absolue comme pour l'harmonique 1. Ce qui mène à :

$$I_{su}^3(\varphi = \varphi_1^{\max}) = 2i_{c1} \left| \cos\left(\frac{6\pi\Phi}{\Phi_0}\right) \right| \quad (7.28)$$

On voit donc que dans le cas idéal d'une géométrie de SQUID DC parfaitement symétrique, avec des jonctions dont les relations courant-phase sont anharmoniques, on ne peut pas détecter de seconde harmonique dans la relation courant-phase globale du SQUID DC. On n'est sensible qu'aux harmoniques impairs.

Affinons à présent le modèle. Prenons en compte l'inductance  $L_1$  et  $L_2$  des 2 bras de l'anneau, leur inductance mutuelle  $M$  et l'asymétrie des courants critiques  $i_{c1} \neq i_{c2}$ . Posons  $L_{\text{ind}} = L_1 + L_2 - 2M$ ,  $\gamma = (L_2 - L_1)/L_{\text{ind}}$  et  $\alpha = (i_{c1} - i_{c2})/(i_{c1} + i_{c2})$  pour caractériser respectivement l'inductance totale, l'asymétrie en inductance et l'asymétrie en supercourant des 2 jonctions. On utilise les résultats exposés dans la thèse de F. Balestro ([120]), à l'aide d'une résolution numérique du modèle RCSJ<sup>8</sup>, qui présentent l'influence des paramètres  $L_{\text{ind}}, \gamma, \alpha$  sur la relation courant-phase d'un SQUID DC (SIS).

Dans un cas purement symétrique ( $\alpha = \gamma = 0$ ), seule l'inductance du SQUID intervient (cf. Fig. 7.8.a). On voit que l'effet principal est d'augmenter le minimum du courant critique sans changer le maximum. L'inductance devient importante quand  $L_{\text{ind}} \approx \Phi_0/2\pi I_c$ . Fixons

<sup>8</sup>Dans ce modèle, la résistance a été négligée. Cette hypothèse est raisonnable dans le cas de la jonction (SNS), mais évidemment fautive dans le cas de la jonction (SIS).

$L_{\text{ind}}$ , et étudions l'asymétrie de l'inductance  $\gamma \neq 0$  et  $\alpha = 0$  (cf. Fig. 7.8.b). Le principal résultat est que les maxima se déplacent légèrement en champ magnétique. Regardons enfin l'asymétrie en courant  $\alpha \neq 0$  et  $\gamma = 0$  à  $L_{\text{ind}}$  fixé (cf. Fig. 7.8.c). Le minimum du courant critique augmente et il se déplace ainsi que le maximum en champ magnétique.

### 7.2.4 Importance des échelles de longueur

On a vu que le  $n^{\text{ième}}$  harmonique peut être relié à  $2n$  réflexions d'Andreev. Ce qui limite le nombre d'harmoniques que l'on peut observer, c'est que la quasiparticule électron allant dans un sens et la quasiparticule trou allant dans le sens opposé doivent rester cohérents sur toute la longueur de leur trajectoire dans le métal normal. Or cette cohérence peut être détruite par un certain nombre de phénomènes :

- A température non nulle les états excités du système sont peuplés sur une gamme d'énergie  $k_B T$ . L'agitation thermique définit donc une longueur  $L_T = \hbar v_F / (k_B T)$  pour le cas balistique et  $L_T = \sqrt{\hbar D / (k_B T)}$  pour le cas diffusif. Pour l'or que l'on a utilisé,  $L_T \approx 2\mu\text{m}$  à 15mK.
- Tout processus inélastique (phonons, collisions avec une impureté magnétique ou avec d'autres électrons) conduit également à un déphasage qui devient important au delà de  $L_\phi$ . Des mesures faites (par P.M. Billangeon et R. Deblock) indépendamment sur des fils de mêmes largeur et d'épaisseur voisine, réalisés avec le même or, ont montré que  $L_\phi \approx 10\mu\text{m}$  à  $T \approx 20\text{mK}$ .

Si  $L_N$  est inférieure à ces longueurs, alors on a au moins le premier harmonique de la relation courant-phase qui n'est pas nul et un courant Josephson peut traverser la jonction. Le courant maximum qui peut circuler est le courant critique  $I_c$ . Les prédictions théoriques concernant la valeur de ce dernier, peuvent se classer suivant la longueur de la jonction par rapport à la longueur de cohérence du supraconducteur  $\xi$  (cf. [121] par exemple pour un article de revue) :

- Jonction courte :  $L_N \ll \xi \Leftrightarrow \Delta \ll E_{\text{Th}}$ . La valeur du courant critique est alors imposée par le gap supraconducteur  $\Delta$ . Dans ce régime, les premiers à avoir calculé le courant critique sont Ambegaokar et Baratoff [122] pour des jonctions tunnel, puis Aslamasov et Larkin [123] pour des points quantiques. Mais cela était pour des températures proche de  $T_c$ . Kulik et Omelyanchuk prédisent à température nulle  $eR_N I_c = 2.07\Delta$  [124] pour une jonction diffusif et  $eR_N I_c = \pi\Delta$  [125] pour une jonction balistique.
- Jonction longue :  $L_N \gg \xi \Leftrightarrow \Delta \gg E_{\text{Th}}$ . La valeur du courant critique est alors imposée par l'énergie de Thouless  $E_{\text{Th}}$ . Dans ce régime, le premier à avoir calculé le courant critique est Ishii [115] pour une jonction balistique. Pour une jonction diffusif, ce n'est que tout récemment que Wilhelm *et al.* [126] ont prédit à température nulle une relation de la forme  $eR_N I_c = 10.82 E_{\text{Th}}$ .

Globalement, on peut considérer que la valeur du courant critique est donnée par  $eR_N I_c \propto \min(E_{\text{Th}}, \Delta)$  suivant que l'on soit en limite de jonction courte ou longue. Le facteur de proportionnalité dépend du cas diffusif ou balistique. Plus généralement, le point remarquable est qu'en jonction courte c'est le supraconducteur qui détermine les propriétés de la jonction, alors qu'en jonction longue c'est le métal normal.

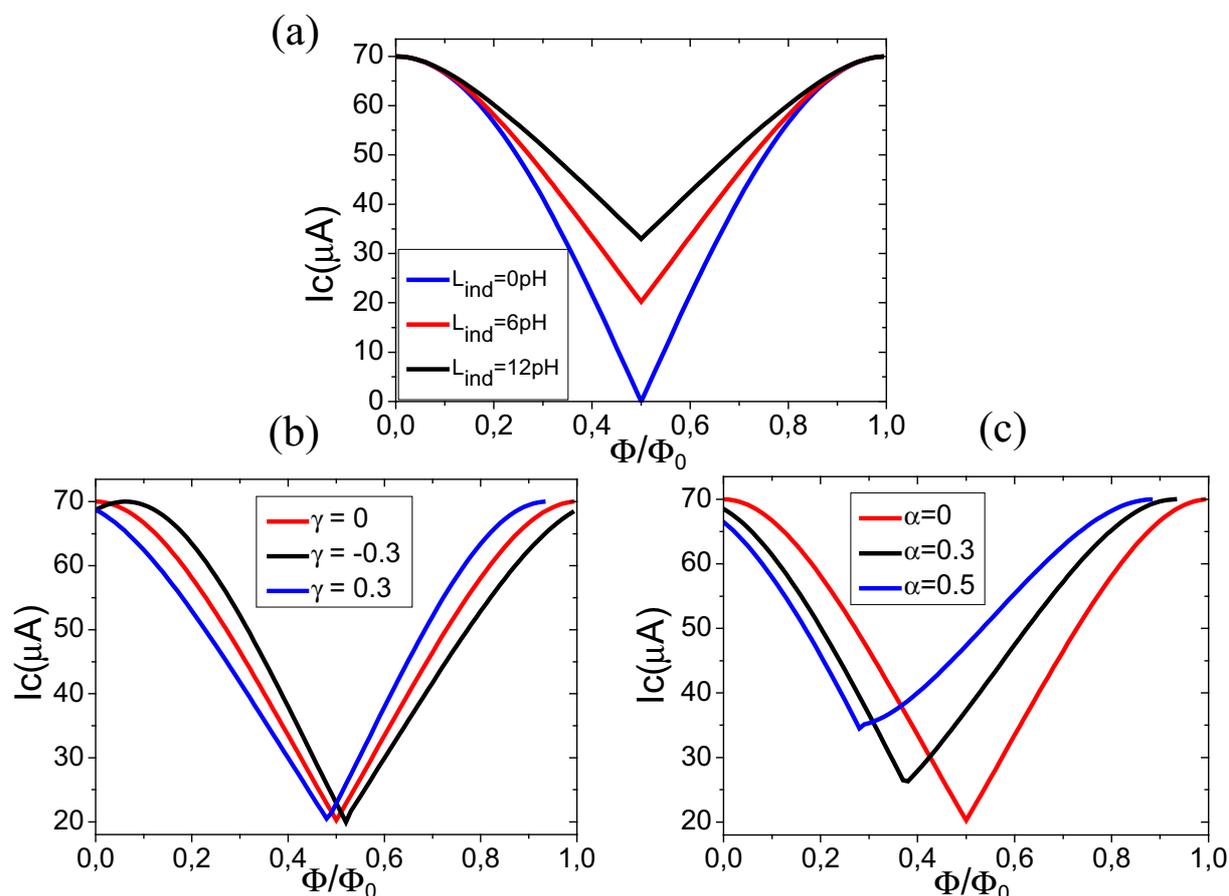


FIG. 7.8 – Relation courant-phase en prenant en compte : (a) l'inductance totale  $L_{\text{ind}}$  de la boucle supraconductrice. Les 2 bras de l'anneau étant par ailleurs parfaitement symétriques  $\gamma = \alpha = 0$ , ce qui correspond à  $L_1 = L_2$  et  $i_{c1} = i_{c2} = i_{c0} = 70\mu\text{A}$ . (b)  $\gamma \neq 0$  quantifie l'asymétrie de l'inductance de chaque bras. Les valeurs retenues pour la figure sont  $L_{\text{ind}} = 6\text{pH}$ ,  $\alpha = 0$  et  $i_{c0} = 70\mu\text{A}$  (ce qui correspond aux paramètres expérimentaux de la jonction (Nb/Au/Nb) la plus longue que nous verrons dans le chapitre suivant). (c)  $\alpha \neq 0$  quantifie l'asymétrie en courant critique de chaque jonction. Les valeurs retenues pour la figure sont les mêmes que précédemment avec  $\gamma = 0$ .

# Chapitre 8

## Expériences très basses fréquences

Des expériences qui se rapprochent de la nôtre ont été réalisées par Petrashov *et al.* [127], Courtois *et al.* [128], mais aussi par Dimoulas *et al.* [129] et par Kutchinsky *et al.* [130]. Pour les 2 dernières expériences, il s'agissait d'une jonction (S-SemiC-S) dans une géométrie particulière. Pour les 2 premières, l'échantillon était une boucle normale entourée de 2 îlots supraconducteurs (cf. Fig. 8.1.a). La résistance de ce dispositif présentait des oscillations  $\Phi_0/2 = h/2e$  périodique (cf. Fig. 8.1.b), alors qu'on attendrait pour des anneaux normaux sans supraconducteur aux alentours, des oscillations  $\Phi_0$  périodiques. Ce qui est le plus surprenant, c'est l'amplitude de ces oscillations qui est un ou deux ordres de grandeur supérieure à celle qui est obtenue pour des anneaux normaux dans la même géométrie. L'interprétation de Petrashov, en terme de localisation faible accrue à cause du confinement cohérent entre les 2 supraconducteurs, bien que séduisante n'a pas été confirmée. Cela peut en fait, s'expliquer en terme d'effet de proximité [131, 132]. Toutefois, aucun supercourant n'a été mesuré parce que des contacts normaux connectaient le système mésoscopique.

Plus récemment, des expériences sur des fils de Nb/Cu/Nb en jonction longue ont été réalisées par Dubos *et al.* [119, 133]. Ils ont notamment étudié la dépendance en température et ont trouvé un très bon accord avec la théorie de Wilhelm *et al.* [126]. Ils n'ont pas étudié dans leur jonction la dépendance en champ magnétique. C'est ce que l'on s'est proposé de faire sur des fils et des jonctions en géométrie SQUIDS DC (SNS). Grâce à de bonnes interfaces, nous avons mesuré dans ces échantillons des valeurs de supercourant en accord avec les prédictions théoriques.

### 8.1 Echantillons et dispositif expérimental

#### 8.1.1 Fabrication des jonctions (SNS)

Le métal normal que l'on a choisi est de l'or pur à 99.9999% avec moins de 0.1ppm d'impuretés magnétiques (du Fer notamment). Des mesures ultérieures de localisation faible sur des fils simples réalisés dans le même matériau ont donné une longueur de cohérence de phase de l'ordre de  $10\mu\text{m}$  pour  $T < 50\text{mK}$ . On avait commencé la fabrication avec de l'argent qui a normalement une meilleure cohérence de phase et moins d'impuretés magnétiques, mais son utilisation s'est révélée incompatible avec l'étape de gravure du Niobium (cf. Fig. 8.2). Deux supraconducteurs ont été utilisés : le Niobium et l'Aluminium. L'Aluminium a l'avantage d'avoir une température de fusion assez basse  $T_f = 933\text{K}$ ,

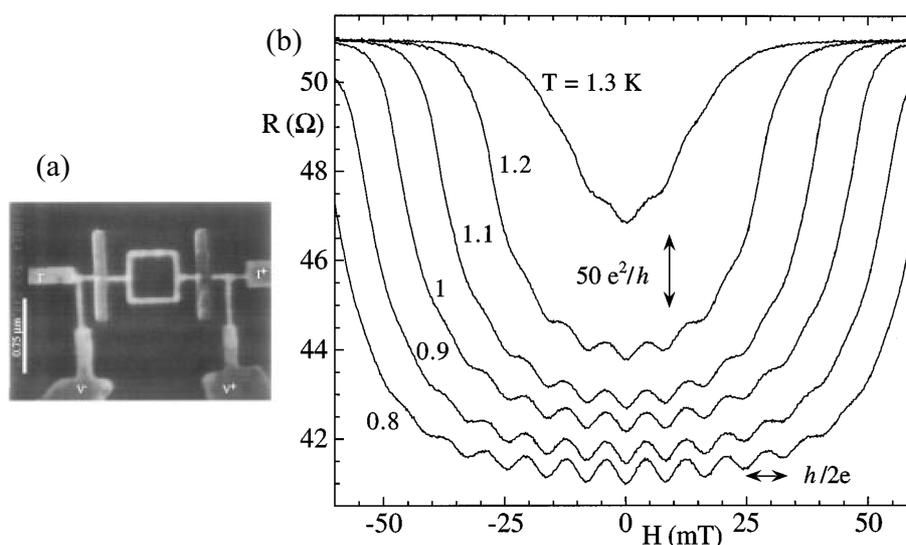


FIG. 8.1 – (a) Photographie prise au MEB d'un anneau en Cuivre connecté à 4 contacts normaux et 2 îlots supraconducteur en Aluminium (verticaux). (b) Magnétorésistance à bas champ à  $T=0.8, 0.9, 1.0, 1.1, 1.2, 1.3$  K. Les courbes à  $T=0.8, 0.9$  K ont été translatées vers le bas de 1 et  $0.5\Omega$  respectivement pour plus de clarté. Ces images sont tirées de la référence [128]. La résistance minimale atteinte par cet échantillon est  $16\Omega$  pour  $T < 250$  mK (non montré ici).

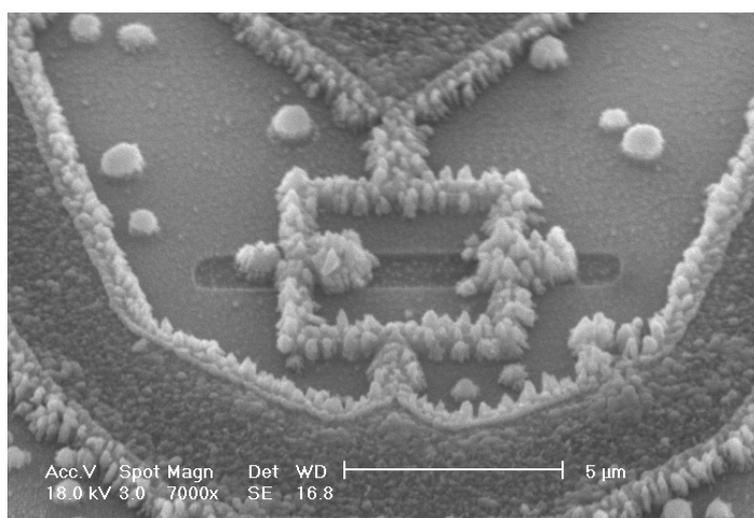


FIG. 8.2 – Image prise au MEB d'un échantillon Nb/Ag/Nb. On a par la suite abandonné l'argent parce qu'il ne convenait pas pour ce procédé de fabrication.

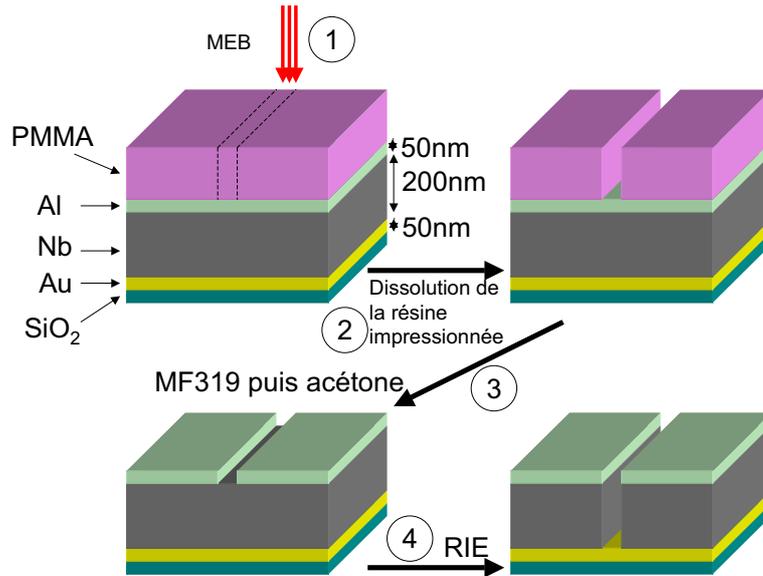


FIG. 8.3 – Procédé de fabrication des jonctions (SNS) Nb/Au/Nb. Définition des structures qui correspondront aux parties normales.

son inconvénient est son faible gap  $\Delta = 2.1\text{K}$  et son faible champ critique  $B_c \approx 100\text{G}$  [134]. Le Niobium est avantageux pour son gap important  $\Delta = 16.3\text{K}$  et son fort champ critique  $B_c > 1000\text{G}$  (c'est un supraconducteur de type II). Par contre, c'est un métal qu'on appelle réfractaire parce que sa température de fusion est très grande  $T_f = 2750^\circ\text{K}$ . Le PMMA s'altère au delà de  $150^\circ\text{C}$ , il pollue le dépôt métallique en formation. Or, les propriétés supraconductrices du Niobium sont très sensibles à la contamination (par l'oxygène notamment) [135]. L'or et l'aluminium sont déposés par évaporation Joule dans un vide d'environ  $10^{-6}\text{mbar}$ . Pour le Niobium, on utilise une pulvérisation avec un plasma d'Argon.

Les échantillons avec l'Aluminium ont été réalisés avec F. Chiodi et S. Guéron par la technique d'évaporation sous angle ( $-15^\circ$  puis  $+15^\circ$ ) à travers un masque suspendu de PMMA. L'or a d'abord été déposé suivi (moins d'une minute après) par l'Aluminium. Le vide entre les 2 dépôts n'a pas été cassé pour avoir de bons contacts. Le gros avantage de cette méthode est sa rapidité et sa relative simplicité.

Les échantillons avec le Niobium ont été réalisés avec un procédé mis au point pendant cette thèse et illustré par les figures (8.3 et 8.4). Sur un substrat de  $\text{SiO}_2$ <sup>1</sup>, on dépose une tricouche de 50nm d'Or, de 200nm de Niobium et de 50nm d'Aluminium. Le Niobium est beaucoup plus épais que l'Or pour ne pas qu'il soit trop affaibli par ce dernier<sup>2</sup>. L'Aluminium va servir de masque. On recouvre le tout de PMMA et on vient ouvrir une fenêtre dans celui ci par lithographie électronique (1 et 2). Cette fenêtre correspondra à la par-

<sup>1</sup>On avait déposé une couche d'accroche de Platine avant l'or, mais on s'est aperçu qu'il était de mauvaise qualité et empêchait l'effet de proximité d'avoir lieu.

<sup>2</sup>Il y a une chambre de pulvérisation AC entre la chambre d'évaporation et la pulvérisation DC. Pour transporter sous vide l'échantillon de la chambre d'évaporation à la pulvérisation DC, il y a un certain nombre de manipulations à faire. Mais, avec un peu d'entraînement, on peut y parvenir (sans faire tomber l'échantillon!!!) en moins de 3-4 minutes...

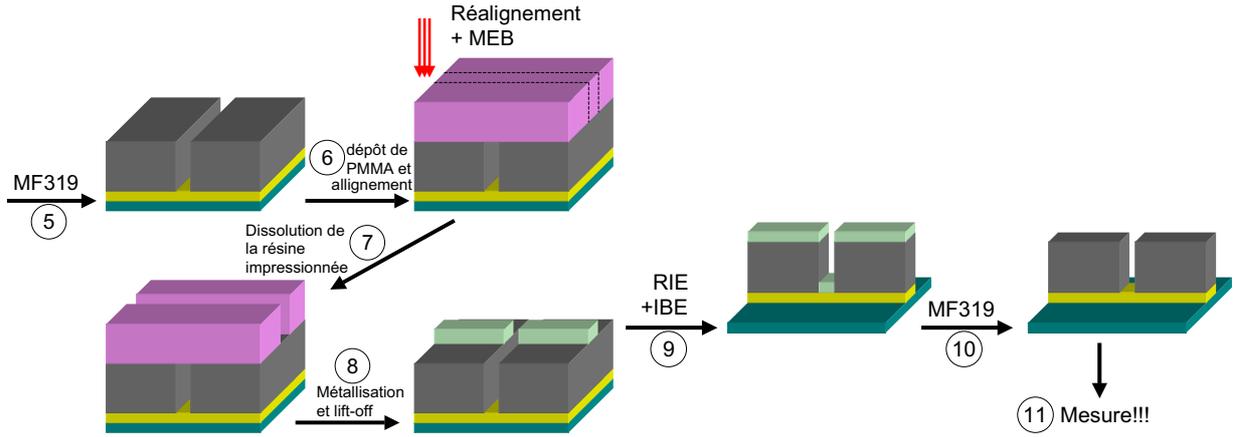


FIG. 8.4 – Procédé de fabrication des jonctions (SNS) Nb/Au/Nb (suite). Définition des structures qui correspondront aux parties supraconductrices.

tie normale de la jonction (SNS)<sup>3</sup>. On grave chimiquement avec le MF319, l'Aluminium qui n'est pas recouvert de PMMA (3). On grave le Niobium qui n'est pas protégé par l'Aluminium, par une RIE<sup>4</sup> (Reactive Ion Etching) au SF<sub>6</sub> (4). Le SF<sub>6</sub> a l'avantage de graver spécifiquement le Niobium et très peu l'or. On enlève le masque d'Aluminium avec le MF319 (5). On dépose une bicouche de résine PMMA/MAA-PMMA et après une étape de réaligement on définit les structures que l'on veut (6 et 7). Après métallisation et lift-off, un nouveau masque d'Aluminium est déposé (8). On grave tout ce qui n'est pas protégé par le masque d'Aluminium : le Niobium à la RIE et l'or à l'IBE (9). On ôte l'Aluminium (10) et il ne reste plus qu'à mesurer. On peut voir le résultat du procédé de fabrication dans les photos de la figure (8.5)

### 8.1.2 Caractéristiques

Les caractéristiques des échantillons sont regroupées dans le tableau (8.6). Tous les échantillons sont dans la limite de jonction longue, c'est-à-dire que la longueur de la partie normale est très grande devant la longueur de cohérence du supraconducteur  $L_N \gg \xi$  avec  $\xi = \sqrt{\hbar D/\Delta}$ . Les valeurs sont portées dans le tableau, on a toujours  $\xi < 60\text{nm}$  et  $L_N$  variant entre  $0.75$  et  $1.9\mu\text{m}$  *i.e.* toujours un rapport  $\Delta/E_{\text{Th}} \gg 1$ . Dans cette limite, l'effet de proximité est déterminé par les propriétés du métal normal et non des contacts supraconducteurs.  $L_N$  et  $W$  ont été mesurées au MEB en ultra-haute-résolution et à l'AFM<sup>5</sup>. L'épaisseur est donnée par des calibrations antérieures.  $E_{\text{Th}}$  provient des ajustements haute température de  $I_s(T)$ . On en tire  $D$  et  $l_e$ .  $R_N$ ,  $I_{s\text{max}}$  et  $I_r$  sont obtenus directement à partir

<sup>3</sup>On préfère ouvrir d'abord les fenêtres normales et ensuite définir les autres structures parce que les fils fins d'Aluminium ne résistaient pas à la gravure chimique même s'ils étaient loin de l'ouverture du PMMA. Il est beaucoup plus facile d'ouvrir de petites fenêtres dans une grande surface d'Aluminium que sur des fils fins.

<sup>4</sup>Procédé GEJ (30W, 30mTorr) du LPN.

<sup>5</sup>Pour l'échantillon "NbLong", le normal fait  $1.8\mu\text{m}$  en tout, mais il reste des marches de Niobium sur les bords. Il en reste suffisamment pour que tout se passe comme si cette partie était complètement supraconductrice. Les marches sont distantes de  $1.2\mu\text{m}$  ce qui est en accord avec toutes les autres valeurs  $E_{\text{Th}}, l_e, R_N, \dots$

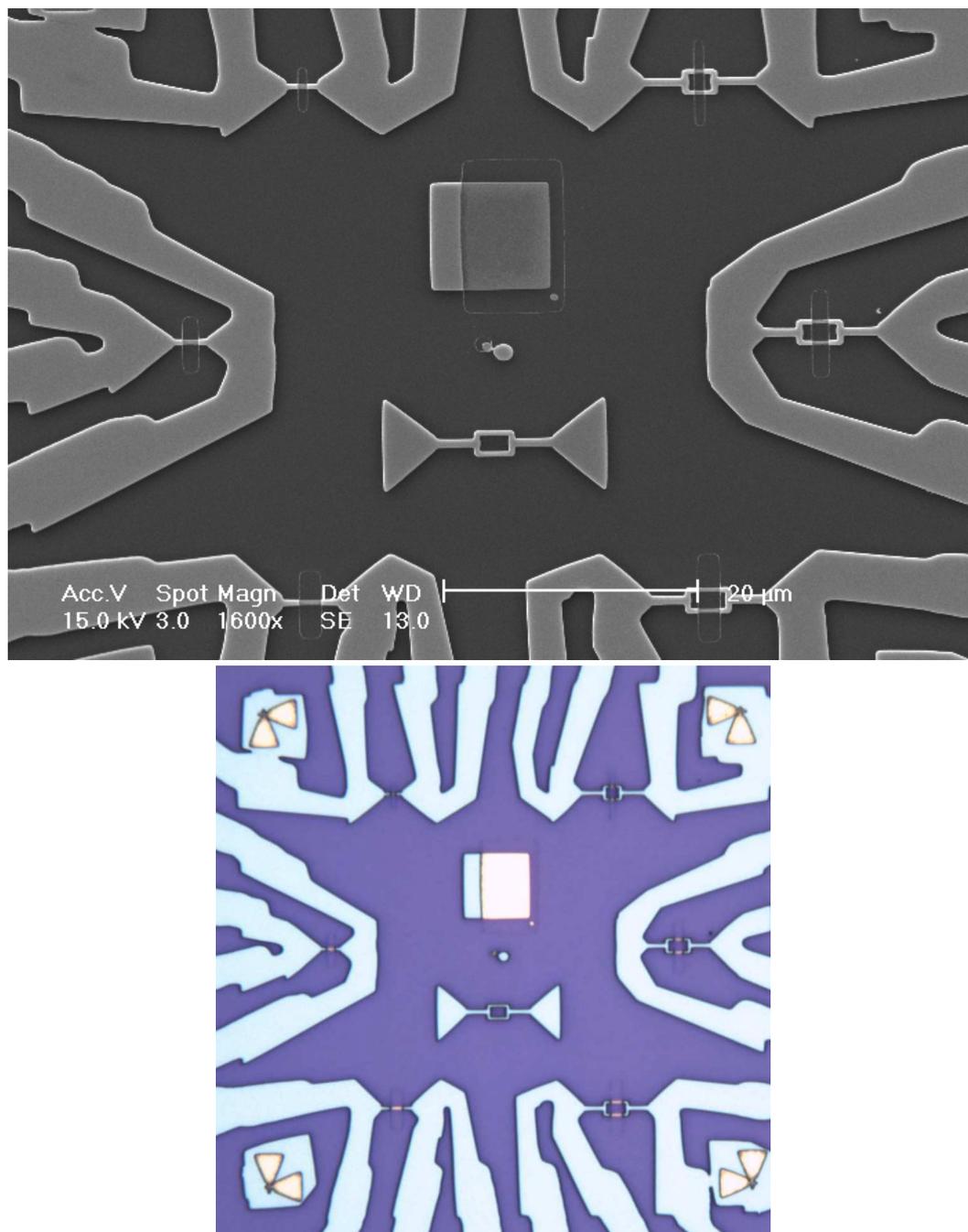


FIG. 8.5 – Image globales des échantillons (SNS) Nb/Au/Nb. En haut, l'image est prise au MEB, en bas elle est prise au microscope optique. Le contraste de couleur est très bon entre le niobium et l'or qui apparaît bien jaune au microscope optique. A gauche, ce sont 3 fils (SNS) et à droite 3 SQUID DC (SNS) de longueur de métal normal respective différente. Au milieu, ce sont des tests de gravure.

	NbCourt	NbLong	Al13sqb	Al13sqc	Al13filc	Al17ah	Al17b	Al17ch
Largeur Au $W(\mu\text{m})$	0.4	0.4	0.125	0.125	0.125	0.13	0.15	0.2
Épaisseur Au $t(\mu\text{m})$	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05
$L_N(\mu\text{m})$	0.75	1.2	0.9	1.3	1.25	0.9	1.5	1.9
$E_{Th}$ tirée de l'ajustement haute T (K)	0.14	0.05	0.033	0.036	0.044	0.047	0.03	0.026
$\Delta$ (K)	16.3	16.3	2.07	2.07	2.07	2.07	2.07	2.07
$\Delta/E_{th}$	116	326	63	58	47	44	69	80
$R_N$ tirée de l'ajustement haute T ( $\Omega$ )	0.26	0.46	3.0	3.7	4.6	1.5	2.4	2.7
$R(\Omega)$ tirée de $dV/dI$	0.39	0.70	5.0	5.0	6.0	2.6	3.3	3.0
$I_c(\mu\text{A})$	332	68	12.5	3.7	4.3	17.0	7.6	4.6
$R_{ndV/dI} \times I_c / E_{th}$	10.7	11.0	22.0	6.0	6.8	10.9	9.7	6.2
$D(\text{m}^2/\text{s})$	0.011	0.010	0.004	0.008	0.009	0.005	0.009	0.013
$l_e(\text{nm})$	23	21	8	18	20	11	20	28
$I_r(\mu\text{A})$	75	16	1.0	0.5	0.6	1.3	1.0	0.5
$I_{smax}/I_r$	4	4	13	7	7	13	8	10
$I_{smax}(B)$ en $\mu\text{A}$	320	73.5	/	/	/	16.5	8.4	4.8
$I_{smin}(B)$ en $\mu\text{A}$	174	24.5	/	/	/	9	1.97	0.58
$ras=(\text{max}-\text{min})/\text{max}$	0.46	0.67	/	/	/	0.45	0.77	0.88
surface N in $\mu\text{m}^2$	0.3	0.48	0.11	0.16	0.16	0.12	0.23	0.38
$B_c = \Phi_0 / (2WL)$	67	42	178	123	128	171	89	53
$B_c'$ tiré du fit $I_c = \exp(-0.5(B/B_c'))^2$	58	31	127	113	141	219	158	99
$S = \Phi_0 / B_c'$	0.34	0.65	0.16	0.18	0.14	0.09	0.13	0.20

FIG. 8.6 – Caractéristiques des différents échantillons.  $L_N$ ,  $W$  et  $t$  sont respectivement la longueur, la largeur et l'épaisseur de la partie normale.  $l_e$  est le libre parcours moyen élastique,  $D$  est le coefficient de diffusion et  $E_{Th} = \hbar D / L_N^2$  est l'énergie de Thouless.  $R_N$ ,  $I_{smax}$  et  $I_r$  sont respectivement la résistance du normal, le maximum du courant de transition et le courant de repiégeage.

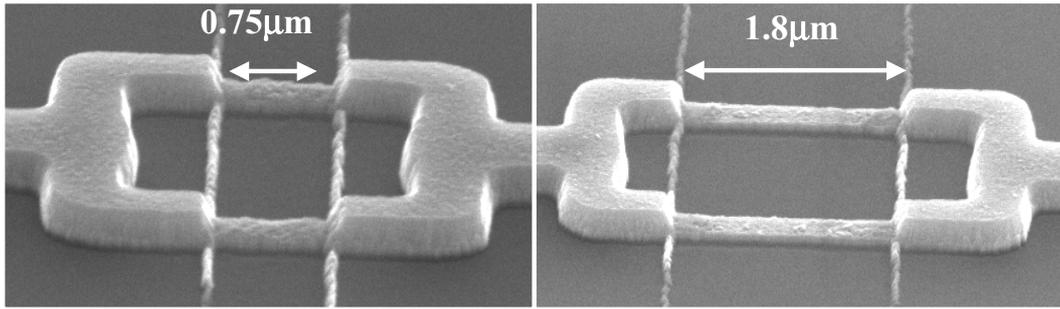


FIG. 8.7 – Images prises au Microscope électronique à balayage (MEB) en ultra haute résolution des 2 anneaux de Nb/Au/Nb (échantillons inclinés). Le fossé visible au centre est dû au procédé de fabrication (Notamment lors de l'étape 9, la RIE finit par graver légèrement l'or. Si bien que pour graver l'or partout où cela n'est pas protégé par l'Aluminium, il faut attaquer le substrat dans la fenêtre). On a vérifié que le bord du fossé (plus clair sur l'image) ne court-circuitait pas l'échantillon.

des mesures. Pour les échantillons de Niobium, les valeurs expérimentales de  $R_N$  (lors du refroidissement, obtenues par la courbe de la résistance différentielle ou par le saut dans la caractéristique  $V(I)$ ) coïncidaient entre elles. Enfin  $B'_c$  provient de l'ajustement de  $I_s(B)$  par une gaussienne.

Les 2 procédés de fabrication (cf. section (8.1.1)) produisent des interfaces S/N différentes. Avec les échantillons Nb/Au/Nb (cf. Fig. 8.7), le supraconducteur est une bicouche homogène de Nb/Au où l'Or (50nm), moins épais que le Niobium (200nm), diminue peu la température critique du Niobium. Le métal normal est de l'or uniquement. Au contraire, avec les échantillons d'Al/Au/Al évaporés sous angle, l'Aluminium se superpose aux extrémités du fil d'or (cf. Fig. 8.8). De plus, à certains endroits la boucle d'Aluminium est recouverte d'or (suivant la géométrie de la boucle). Si bien que le supraconducteur dans cette configuration est moins homogène.

### 8.1.3 Dispositif expérimental

Comme d'habitude, les mesures ont été réalisées à travers des filtres  $\pi$  situés en tête de dilution à haute température, des câbles coaxiaux cryogéniques "faits maison" menant à très basse température. Des capacités de 150pF sont également placées en parallèle, sur le porte-échantillon. Les jonctions ont été polarisées par un courant DC (jusqu'à  $400\mu A$ ) et un courant AC de quelques nA à quelques centaines de Hertz. La conductance différentielle est mesurée par la détection synchrone et la tension aux bornes de l'échantillon est obtenue à la sortie du filtre passe-bas (cf. Fig. 8.9).

## 8.2 Température de transition

La résistance des échantillons de Nb/Au/Nb pendant le refroidissement est représentée sur la figure (8.10). Elle subit une chute brutale et nette vers<sup>6</sup> 9.5K qui correspond à

<sup>6</sup>Il n'est pas facile d'avoir une valeur de température plus précise parce que le thermomètre n'est plus très bien calibré à de telles température.

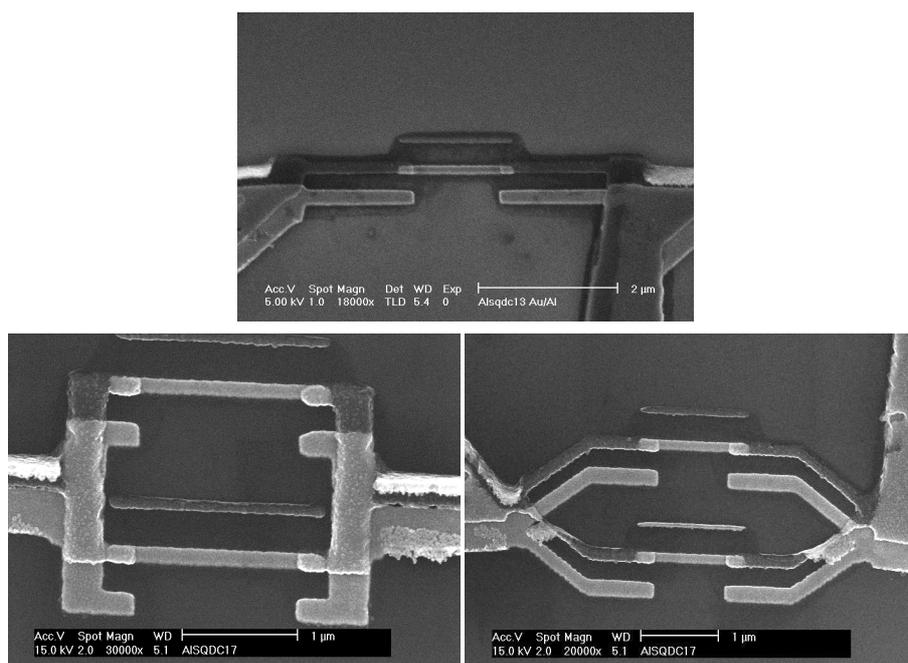


FIG. 8.8 – Images prises au MEB en ultra haute résolution d'échantillons Al/Au/Al. En haut, un fil (Al13fic); et en bas 2 SQUIDS de géométrie différente (17b and 17c).

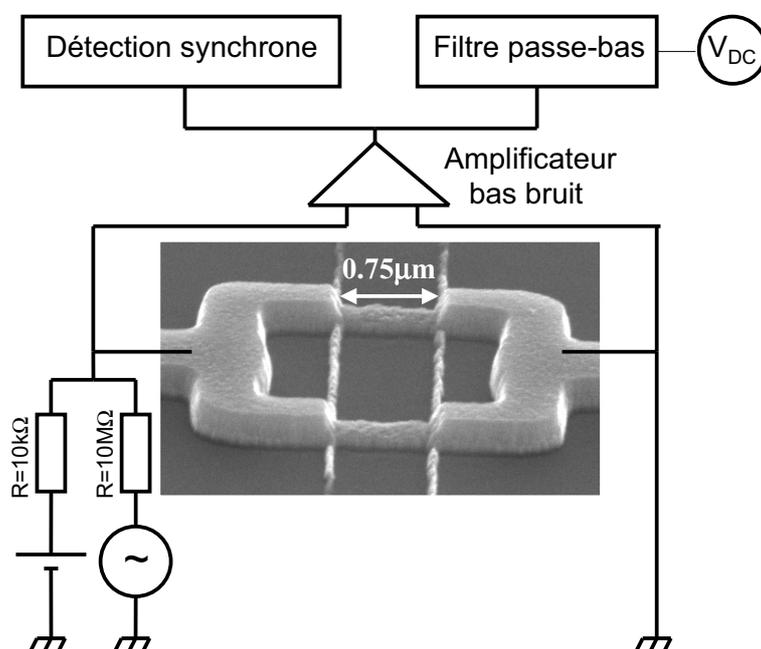


FIG. 8.9 – Schéma du dispositif expérimental pour la mesure de la tension et de la résistance différentielle en fonction de  $I_{DC}$ . La tension est obtenue aux bornes du filtre passe bas (de fréquence de coupure très inférieure à la fréquence de l'excitation. La détection synchrone fournit la conductance différentielle. Seul l'échantillon est à 20mK, le reste est à température ambiante.)

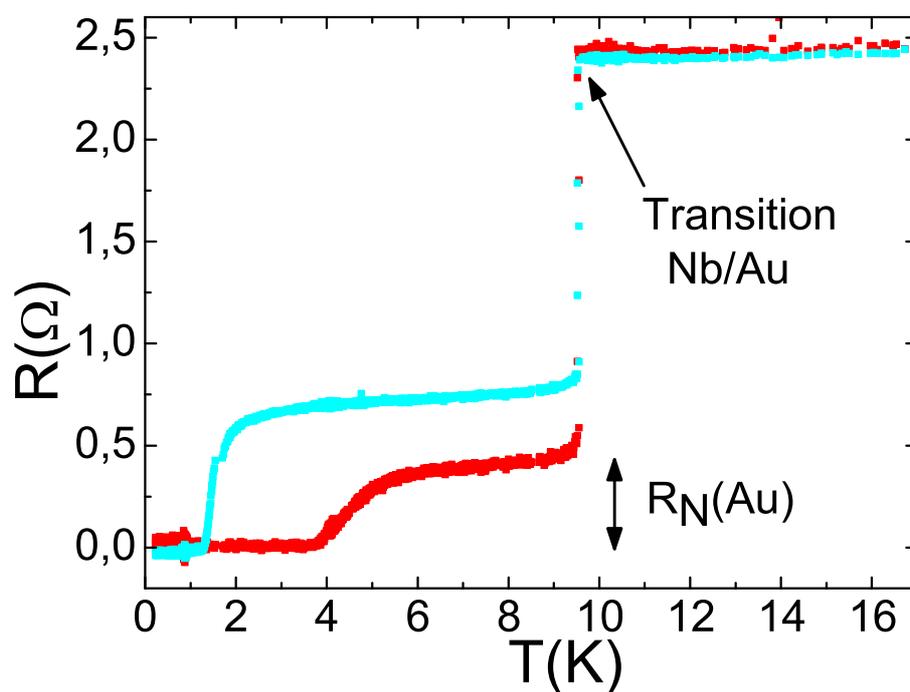


FIG. 8.10 – Résistance des anneaux de Nb/Au/Nb en fonction de la température mesurée en refroidissant jusqu'à 20mK. Chaque anneau est connecté à 4 contacts. La première transition à 9.5K est la transition supraconductrice du Niobium. La transition à plus basse température est la transition de l'or vers la supraconductivité induite par effet de proximité.

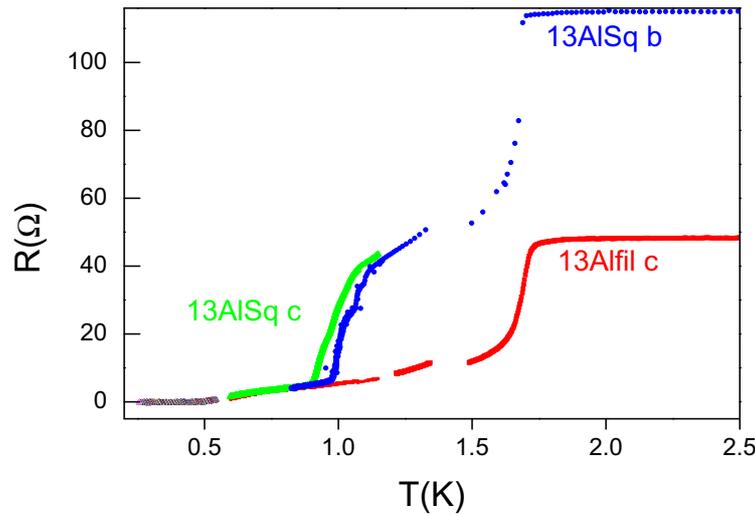


FIG. 8.11 – Résistance de 3 fils Al/Au/Al en fonction de la température pendant le refroidissement jusqu'à 20mK. L'échantillon 13Alfil c est connecté à 4 contacts, alors que les 2 autres, 13Alsq c et 13Alsq13b, ne sont reliés qu'à 3 contacts. La résistance de 79 et 72Ω, correspondant à la résistance d'un câble, a été retranchée respectivement à ces 2 derniers échantillons. La double transition à 1.6 et 1K est due à la géométrie des échantillons Alsq. Une partie du fil supraconducteur est fait d'Aluminium pure de température critique 1.6K et une partie est une bicouche Al/Au dont la température critique est 1K.

la température critique du Niobium pur ( $T_c = 9.25\text{K}$ ). En dessous de 9.5K, il y a un plateau où la résistance varie de moins de 10% puis une chute finale jusqu'à 0Ω. Cette chute a lieu au moment où les corrélations supraconductrices pénètrent au moins jusqu'à la moitié du métal normal par effet de proximité et donc un supercourant circule dans l'or. Naïvement, on pourrait penser qu'elle se produise à l'instant où l'échantillon devient totalement cohérent de phase, c'est-à-dire quand  $\min(L_T, L_\phi) = L_N/2$  ou  $k_B T \approx 4E_{\text{Th}}$ . Or cela n'est pas le cas, puisque la transition arrive pour  $k_B T$  variant entre 20 et  $30E_{\text{Th}}$ . Il en est de même pour des jonctions Nb/Cu/Nb réalisées précédemment [119, 136], la résistance nulle était obtenue également vers  $15E_{\text{Th}}$ . Cela peut être compris par le modèle de Wilhelm *et al.* [126] que nous exposerons par la suite (cf. section (8.4.1)). En effet, ce modèle prévoit encore l'existence d'un supercourant pour  $k_B T \approx 20E_{\text{Th}}$ . Pour ces valeurs, le supercourant serait réduit d'un facteur approximativement 100 par rapport à sa valeur à  $T = 0\text{K}$ . Pour résumer, ce qui semble gouverner l'apparition de l'effet de proximité, c'est plutôt  $10E_{\text{Th}}$  que  $E_{\text{Th}}$  (échelle d'énergie qui apparaît aussi dans le courant critique), avec  $E_{\text{Th}} = \hbar D/L^2$ .

Pour les échantillons Al/Au/Al, la dépendance en température de la résistance est un peu différente (cf. Fig. 8.11). En effet, il n'y a pas de plateau après la transition des contacts supraconducteurs comme précédemment. En fait, l'effet de proximité intervient dès que les contacts sont devenus supraconducteurs. Cela peut s'expliquer par le fait que la température de transition de l'aluminium est bien plus basse que celle du Niobium. Si bien qu'à  $T = T_{c(\text{Alu})}$ , la jonction est déjà totalement cohérente de phase car on a  $L_T, L_\phi > L_N/2$ . Si les courbes de la figure (8.11) sont différentes entre elles, c'est seulement parce que les

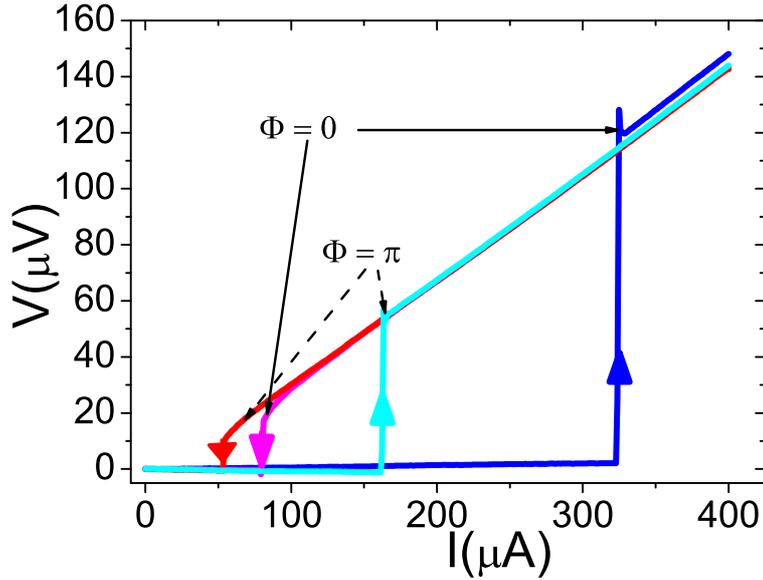


FIG. 8.12 – Caractéristique  $V(I)$  de l’anneau de Nb/Au/Nb le plus court ( $L_N = 0.75\mu\text{m}$ ) pour 2 champs magnétiques correspondant à  $\Phi = (2n)\Phi_0/4$  et  $\Phi = (2n + 1)\Phi_0/4$  dans la surface de l’anneau. Notez l’hystérésis importante caractérisée par un rapport  $I_s/I_r > 3$ .

parties d’aluminium recouvertes d’or transitent à plus basse température que l’aluminium pur, expliquant les 2 marches des échantillons 13Alsqc et 13Als13b.

## 8.3 Caractéristiques $V(I)$ et résistances différentielles

### 8.3.1 Caractéristiques $V(I)$

Des caractéristiques  $V(I)$  typiques pour les échantillons de Nb/Au/Nb sont représentées sur la figure (8.12) pour 2 champs magnétiques : l’un correspondant à un flux  $\Phi = (2n)\Phi_0/4$  dans la surface de l’anneau, donc des interférences constructives et l’autre correspondant à un flux  $\Phi = (2n+1)\Phi_0/4$  soit des interférences destructives<sup>7</sup>. Des caractéristiques similaires sont obtenues sur les SQUIDS et les fils d’Al/Au/Al. Quand on augmente le courant DC, un supercourant traverse l’échantillon jusqu’à une certaine valeur qu’on appelle courant de transition<sup>8</sup> et qu’on notera  $I_s$ . Pour des excitations supérieures à  $I_s$ , on tue l’effet de proximité et la jonction transite brutalement vers un état normal où une différence de potentiel apparaît aux bornes de l’échantillon. On est alors sur la branche dissipative de la caractéristique. Quand on rediminue le courant de polarisation, la jonction ne transite pas à  $I_s$ , mais à une valeur bien plus basse qu’on appelle courant de repiégeage ("retrapping" en anglais) et qu’on notera  $I_r$ . La jonction présente ainsi de l’hystérésis comme d’autres jonctions auparavant (cf. [137] pour la toute première observation d’hystérésis dans des jonctions (S-rétrécissement-S)). La valeur du courant de repiégeage ne dépend pas du courant de polarisation maximum qu’on utilise, ni de la température jusqu’à une valeur de

<sup>7</sup>On reviendra par la suite sur le fait que le courant de transition ne s’annule pas pour  $\Phi = (2n+1)\Phi_0/4$ .

<sup>8</sup>Par la suite, chaque fois que nous parlerons de courant de transition, il s’agira de la transition d’un état normal vers un état supraconducteur ("switching current" en anglais).

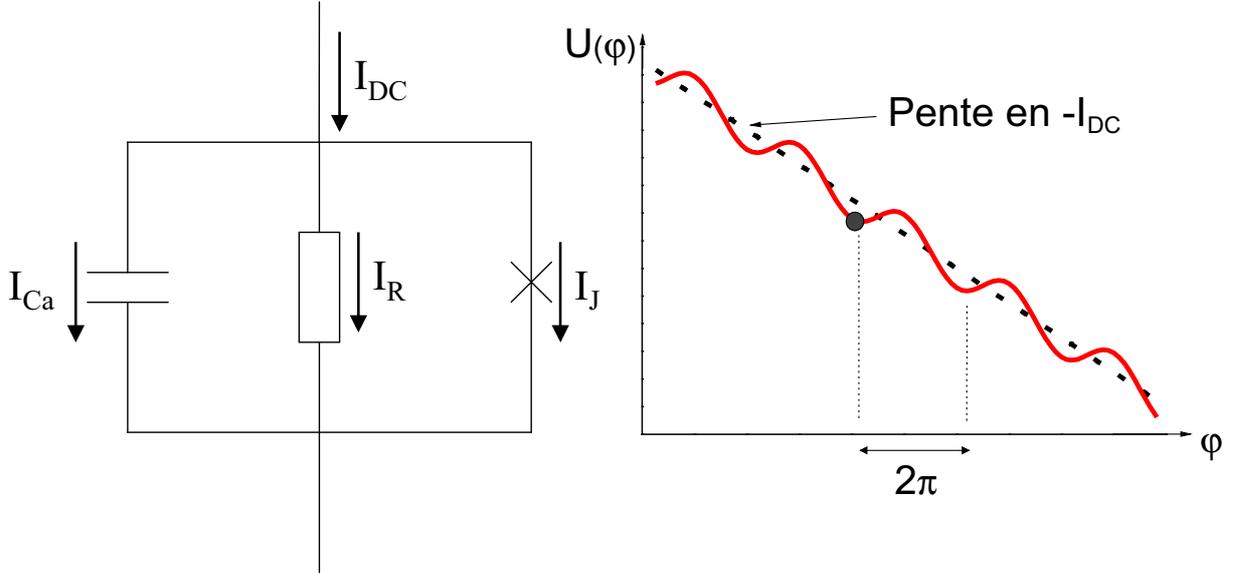


FIG. 8.13 – Dans le cadre du modèle RCSJ, circuit électrique équivalent à une jonction Josephson à gauche. Particule fictive et son potentiel associé représentant la dynamique de la jonction Josephson à droite.

l'ordre de  $10E_{\text{Th}}$ .

### 8.3.2 Modèle RCSJ (Resistively and Capacitively Shunted Junction)

On expose à présent, le modèle RCSJ qui va nous permettre d'expliquer la forme des caractéristiques  $V(I)$  et notamment la valeur du rapport  $I_s/I_r$ . Ce modèle décrit la dynamique de la phase d'une jonction Josephson. On peut modéliser une telle jonction par un circuit électrique contenant une jonction Josephson en parallèle avec une résistance  $R$  et une capacité  $C$  (voir par exemple [104]). La résistance tient compte de la contribution dissipative des quasiparticules au courant ; la capacité, du coût électrostatique du passage d'une paire de Cooper à travers la couche isolante.

En utilisant la loi des nœuds, nous pouvons établir l'équation qui régit la dynamique classique de la phase  $\varphi$  de la jonction. Soit  $I_{DC}$  le courant de polarisation (cf. Fig. 8.13) :

$$I_{DC} = I_{Ca} + I_R + I_{su} = C \frac{dV}{dt} + \frac{V}{R} + I_c \sin(\varphi) \quad (8.1)$$

En utilisant la seconde relation Josephson, on obtient :

$$I_{DC} = C \left( \frac{\Phi_0}{4\pi} \right) \ddot{\varphi} + \frac{1}{R} \left( \frac{\Phi_0}{4\pi} \right) \dot{\varphi} + I_c \sin(\varphi) \quad (8.2)$$

Ce qui donne :

$$C \left( \frac{\Phi_0}{4\pi} \right)^2 \ddot{\varphi} + \frac{1}{R} \left( \frac{\Phi_0}{4\pi} \right)^2 \dot{\varphi} + \frac{dU(\varphi)}{\varphi} = 0 \quad (8.3)$$

avec :

$$U(\varphi) = -E_J \left( \cos(\varphi) + \frac{I_{DC}}{I_c} \varphi \right) \quad \text{et} \quad E_J = \frac{\Phi_0 I_c}{4\pi} \quad (8.4)$$

$E_J$  est appelée énergie Josephson de la jonction et caractérise l'intensité du couplage entre les 2 supraconducteurs. L'équation ainsi obtenue est analogue à l'équation d'une particule fictive et classique, de position  $\varphi$ , de masse  $C \left( \frac{\Phi_0}{4\pi} \right)^2$  soumise à une force de frottement  $\frac{1}{R} \left( \frac{\Phi_0}{4\pi} \right)^2$  dans un potentiel  $U(\varphi)$  (cf. Fig. 8.13). La pente de ce potentiel est gouvernée par le courant de polarisation  $I_{DC}$ . Lorsque  $I_{DC} < I_c$ , ce potentiel présente des minima locaux régulièrement espacés de  $2\pi$  qui peuvent piéger la particule. Lorsque  $I_{DC} > I_c$ , ces minima disparaissent. Pour un courant de polarisation légèrement inférieur à  $I_c$ , la particule fictive peut osciller à l'intérieur du puits à la pulsation plasma  $\omega_p = \sqrt{\frac{2eI_c}{\hbar C}}$  (dans l'hypothèse où le modèle s'appliquerait pour nos jonctions (SNS), nous nous situerions autour de  $\omega_p \approx 70000\text{GHz}$  où on a pris  $C \approx 0.1\text{fF}$  qui est l'ordre de grandeur de la capacité d'un fil de  $1\mu\text{m}$ ), ou bien s'échapper du puits de hauteur finie soit par effet tunnel (régime tunnel macroscopique) quand  $2k_B T \ll \hbar\omega_p$  (expérimentalement, on se situera quasiment toujours dans ce régime), soit par activation thermique si  $2k_B T \gg \hbar\omega_p$ . Une fois la particule échappée, suivant le facteur de qualité  $Q = \omega_p RC = R\sqrt{2eCI_c/\hbar}$ , 2 régimes sont possibles :

- $Q \ll 1$ , régime sur-amorti, la friction est si grande que la particule est repiégée dans le puits suivant. Dans ce cas, on s'attend à ce que  $V = R\sqrt{I^2 - I_c^2}$  [104].
- $Q \gg 1$ , régime sous-amorti, la friction est trop faible pour empêcher la particule de dévaler la pente, la jonction développe une tension et décrit la branche quasiparticule de la caractéristique  $I/V$ . En fait, quand  $I_{DC}$  se rapproche de  $I_c$  par valeur inférieure, la moindre perturbation fait transiter la jonction. Il en résulte qu'il est beaucoup plus rare de transiter après  $I_c$  qu'avant. C'est cet effet qui déforme les histogrammes de transition (nous y reviendrons par la suite dans la section (8.3.5)). Dans ce régime, qui correspond à  $C \gg 1/(R\omega_p)$ , la caractéristique  $I/V$  devient hystérétique. La transition Normal vers Supraconducteur apparaît pour un courant de polarisation  $I_{DC} = I_r$  (courant de repiégeage) différent de  $I_s$  (courant de transition). On peut montrer qu'on a la relation  $Q = 4I_s/\pi I_r$  (D'après  $I_s/I_r$  mesuré, cela donnerait pour nos jonctions (SNS)  $Q \approx 6 - 17$ . Si on voulait appliquer directement la théorie RCSJ aux jonctions Nb/Au/Nb par exemple, on trouverait  $Q \approx 0.005$ , avec  $R \approx 0.5\Omega$  et  $C \approx 0.1\text{fF}$ . Cela est incompatible avec la transition supraconducteur normale raide dans les caractéristiques  $V(I)$  de nos jonctions.).

Enfin, notons que ce modèle est bien adapté pour une jonction (SIS) parce que le niveau suivant du potentiel  $U(\varphi)$  est très loin en énergie. Alors que pour les jonctions (SNS), qui plus est avec un métal pour partie normal, il y a un continuum de niveaux dans le potentiel, ce qui complique nettement le mouvement de la particule. On va voir dans la section suivante qu'on peut raffiner le modèle RCSJ.

### 8.3.3 Comparaison théorie-expérience

Une valeur de  $I_r$  si différente de  $I_s$  n'est pas facile à expliquer. Cependant, on peut d'ores et déjà exclure des effets de chauffage. En effet, Hoffmann *et al.* [138] ont étudié le bruit en courant dans des jonctions Nb/Cu/Nb longues et diffusives  $\xi \ll L_N \ll L_\phi$ . Ils ont pu ajuster leurs données à  $T = 100\text{mK}$  avec un modèle à température nulle. Les

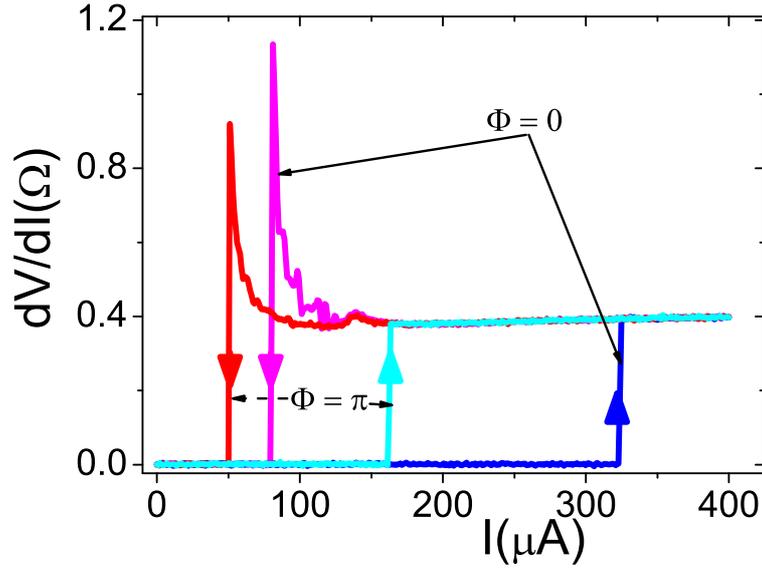


FIG. 8.14 – Résistance différentielle en fonction du courant DC dans l’anneau de Nb/Au/Nb le plus court ( $L_N = 0.75\mu\text{m}$ ) pour 2 champs magnétiques correspondant à  $\Phi = (2n)\Phi_0/4$  et  $\Phi = (2n + 1)\Phi_0/4$  dans la surface de l’anneau.

caractéristiques  $V(I)$  hystérétiques sont à peu près comprises dans le cas des jonctions (SIS) grâce au modèle RCSJ, qui inclut en parallèle la capacité de la jonction Josephson. Des valeurs pour  $Q$  et donc pour  $C$  du même ordre de grandeur que les nôtres ont déjà été trouvées (Dubos *et al.* :4 [136], Hoffmann *et al.*  $Q=4$  [136], Anthore *et al.*  $Q=5$  et 6 [139], Levinsen longtemps avant avait trouvé  $Q=1.5$  dans des constriction supraconductrices). Ces valeurs sont bien plus grandes que celles qui sont attendues dans le cadre du modèle RCSJ. Song [140] explique cela par un temps de relaxation différent du temps usuel  $RC$  dans les jonctions Josephson. Si dans des jonctions (SNS), on remplace ce temps par le temps associé à  $E_{\text{Th}}$ , on trouve :

$$Q = 4I_s/(\pi I_r) = \sqrt{\frac{2eR_N I_c \tau_R}{\hbar}} = \sqrt{\frac{2eR_N I_c}{E_{\text{Th}}}} = \sqrt{2b} \quad (8.5)$$

avec  $eR_N I_c = bE_{\text{Th}}$ . Dans le cas des jonctions très longues  $\Delta \gg E_{\text{Th}}$ ,  $b$  ne dépend que de la température et vaut 10.82 à  $T = 0\text{K}$ . On attend donc un facteur de qualité  $Q$  de l’ordre de  $\sqrt{(2 * 10.82)} \approx 4.5$ , ce qui est exactement ce que nous trouvons expérimentalement (cf. table 8.6) ainsi que les groupes précédemment cités pour les jonctions en Niobium. Il est remarquable que dans ce régime (facilement atteint pour le Niobium  $\Delta \approx 16\text{K} \gg E_{\text{Th}}$ ), le rapport  $I_s/I_r$  soit universel et que cela corresponde aussi bien aux données. Ce rapport ne dépend ni du métal normal, ni du supraconducteur, seulement de la température !

### 8.3.4 Résistances différentielles

La résistance différentielle est représentée en fonction du courant sur la figure (8.14) pour les échantillons de Nb/Au/Nb. Dans l’état normal sa valeur ne varie que de quelques %, alors que pour les échantillons d’Al/Au/Al, elle varie bien plus. Ceci est dû aux inho-

mogénéités des fils d'aluminium qui peuvent générer des sauts de phase dans le supraconducteur.

De façon plus quantitative, il n'est jamais facile dans ce genre de mesure de déterminer parfaitement la valeur de  $R_N$  à cause de l'effet de proximité qui diminue la résistance selon  $R_{\text{mes}} = R_N(1 - 2L_T/L_N)$  (cf. [119]). A haute température  $k_B T > 20E_{\text{Th}}$ , on trouve une diminution inférieure à 25%. On peut aussi avoir des mauvais contacts à l'interface qui au contraire augmentent la résistance. En fait, il serait bon de réaliser en même temps que plusieurs jonctions (SNS) ne différant que par  $L_N$ , un fil du même métal normal relié à 4 contacts normaux. Ce dernier nous donnerait les caractéristiques du métal  $l_e, D$ . La mesure des résistances ( $R_N + R_{\text{contact}}$ ) des jonctions (SNS) de différentes longueur nous permettrait d'avoir la résistance de contact entre le métal et le supraconducteur, puis de remonter à la résistance de la partie normale seule (à la manière de [136]). On pourrait comparer la valeur trouvée avec celle qu'on attendrait en utilisant les caractéristiques du normal. Malheureusement, cela n'a pas été fait. Néanmoins, ce qu'on peut dire c'est que pour le Niobium, les mesures de  $R_N$  (en refroidissant, en utilisant la marche de la caractéristique  $V(I)$ , ou bien avec la valeur de la résistance différentielle du plateau) sont en accord entre elles. Ces valeurs sont approximativement 1.5 fois plus petites que la résistance qu'on attendrait en injectant  $l_e$ , obtenu via  $E_{\text{Th}}$  du fit haute température de  $I_s$ , dans la résistance de Drude<sup>9</sup>, ce qui est en accord raisonnable, compte tenu des incertitudes sur  $R_N$ . Il est encore plus difficile de déterminer  $R_N$  pour les échantillons Al/Au/Al à cause de l'absence de plateau dans la courbe  $R(T)$ .

### 8.3.5 Histogrammes du courant de transition

Enfin, un exemple d'histogramme, obtenu pour un déphasage multiple de  $\pi$  [ $2\pi$ ] entre les bras de l'anneau, est représenté sur la figure (8.15). Il a été obtenu en augmentant linéairement le courant de polarisation à une fréquence de 65Hz, à partir d'une valeur légèrement négative jusqu'à une valeur  $I_{\text{max}} > I_c$ . Pendant ce temps là, on enregistrait la valeur à laquelle apparaissait une différence de tension. La forme de l'histogramme peut être reliée à l'environnement électromagnétique de la jonction. On peut ainsi définir (de façon presque équivalente) le courant de transition comme la valeur la plus probable ou bien la valeur moyenne de l'histogramme.

## 8.4 Effet de la température

On étudie par la suite l'influence de la température sur les courants de transition et de repiégeage (cf. Fig. 8.16 pour le Niobium et Fig. 8.17 pour l'Aluminium). Nos données comme celles de Dubos *et al.* [133] sont bien ajustées par le modèle de Wilhelm *et al.* [126]. Ce modèle est basé sur la résolution numérique des équations d'Usadel. Nous allons en exposer les principaux résultats.

### 8.4.1 Prédictions de la dépendance en température

On a déjà donné dans la section (7.2.4), les résultats attendus pour plusieurs sortes de jonction (SNS) à  $T = 0\text{K}$ . Exposons les prédictions de Wilhelm *et al.* [126] à toute

<sup>9</sup>Pour ce calcul, on a bien sûr tenu compte de la résistance en parallèle des 2 bras de l'anneau.

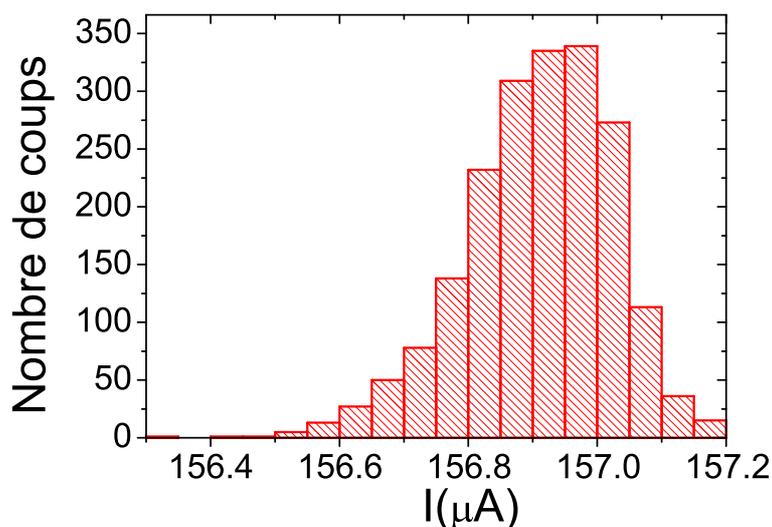


FIG. 8.15 – Histogramme du courant de transition de l’anneau de Nb/Au/Nb le plus court ( $L_N = 0.75 \mu\text{m}$ ) pour  $\Phi = (2n + 1)\Phi_0/4$  dans la surface de l’anneau. Notez la forme asymétrique. Le bruit dans la jonction la fait transiter plus souvent avant la valeur du courant de transition  $I_s$  qu’après.  $I_s$  est défini comme la valeur la plus probable de l’histogramme ou de façon quasi-équivalente comme sa valeur moyenne.

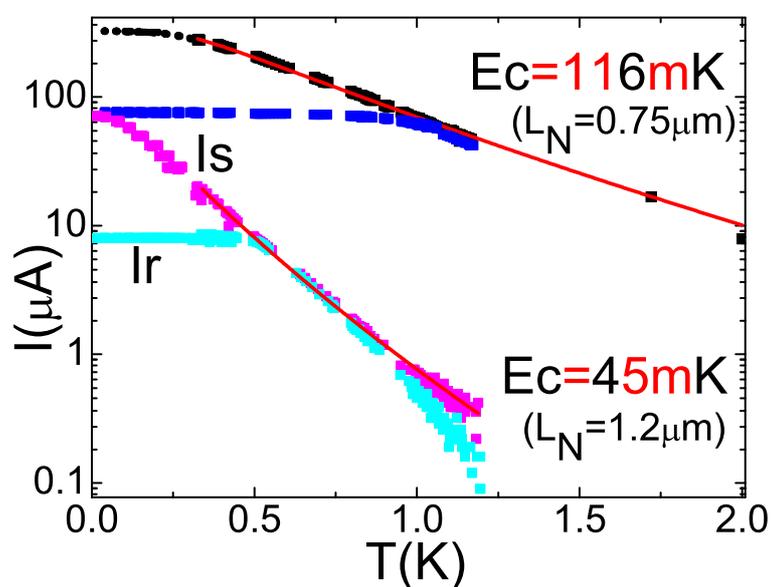


FIG. 8.16 – Courant de transition et de repiégeage en fonction de  $T$  pour les 2 anneaux de Nb/Au/Nb. Les points sont issus des mesures expérimentales et les traits continus correspondent à l’ajustement haute température avec la formule 8.7. L’hystérésis disparaît vers  $10E_{Th}$ .

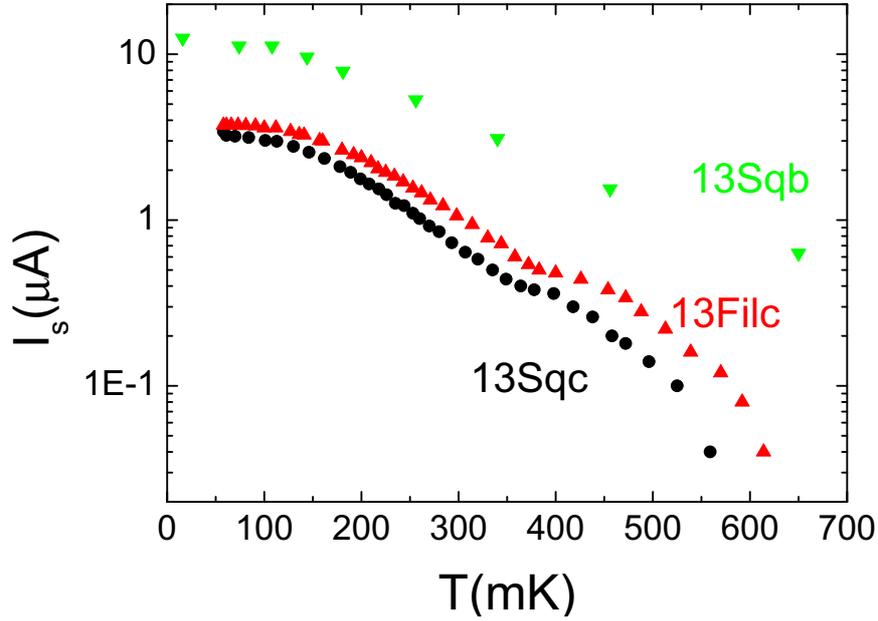


FIG. 8.17 – Courant de transition en fonction de  $T$  pour les échantillons de Al/Au/Al.

température pour une jonction longue diffusive. Dans la limite **basse température**  $k_B T < 2.5E_{Th}$  et quelque soit le rapport  $\Delta/E_{Th} > 20$ , une approximation (à mieux que 1% près) des calculs numériques peut être donnée par la loi :

$$eR_N I_c = bE_{Th} \left( 1 - 1.3e^{-\frac{bE_{Th}}{3.2k_B T}} \right) \quad (8.6)$$

où  $b$  est la valeur du courant critique  $eR_N I_c/E_{Th}$  à  $T = 0K$ , qui dépend du rapport  $\Delta/E_{Th}$ . Pour  $\Delta/E_{Th} = \infty$ ,  $b = 10.82$ ; pour  $\Delta/E_{Th} = 100$ ,  $b = 10$ ; et la valeur tombe à  $b < 6.2$  pour  $\Delta/E_{Th} < 10$  (cf. [119] pour d'autres valeurs).

Dans la limite **haute température**  $k_B T > 5E_{Th}$ , une approximation qui sous estime d'environ 3% le résultat exact, est :

$$eR_N I_c = 64\pi k_B T \frac{L}{L_T} \frac{\Delta^2 e^{-L_N/L_T}}{\left[ \pi k_B T + \Delta + \sqrt{2\Omega_0 (\Omega_0 + \pi k_B T)} \right]^2} \quad (8.7)$$

où :  $\Omega_0 = \sqrt{\Delta^2 + (\pi k_B T)^2}$ .

Pour une jonction infiniment longue et pour  $\pi k_B T = 12.9E_{Th}$ , cette fonction peut être approximée par une exponentielle décroissante de la forme  $exp(-\pi k_B T/(11.4E_{Th}))$ .

### 8.4.2 Comparaison théorie-expérience

Ce qui fonctionne très bien est l'ajustement de  $I_s$  à haute température avec la formule (8.7). Les paramètres ajustables sont l'énergie de Thouless et la résistance dans l'état

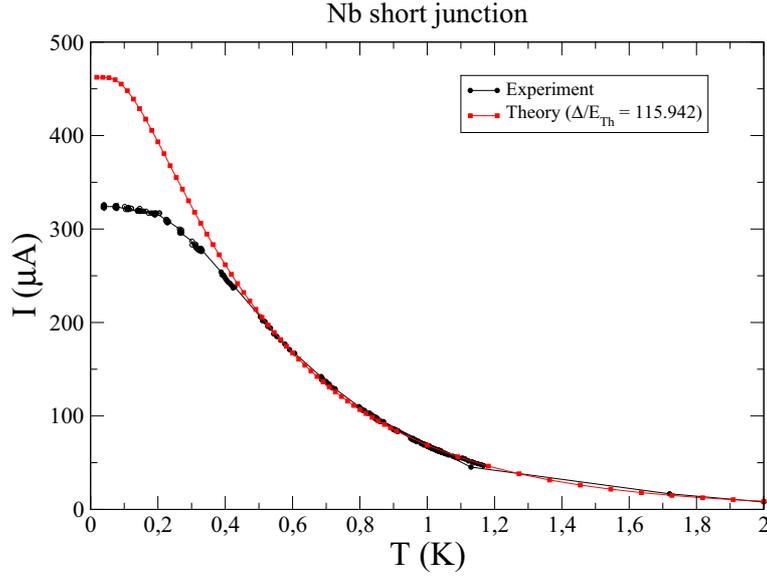


FIG. 8.18 – Courant de transition en fonction de la température pour l’anneau de Nb/Au/Nb ( $L_N = 0.75\mu\text{m}$ ) à  $\Phi = (2n)\Phi_0/4$ . Les points noirs proviennent de nos mesures, les carrés rouges proviennent du modèle de Cuevas [141]. Son ajustement avec des contacts parfaits donne la même valeur pour  $\Delta/E_{\text{Th}}$  qu’avec la formule (8.7). La figure nous a été fournie par J.C. Cuevas.

normal  $R_N$ . Par ailleurs, la formule (8.6) ajuste également bien les données à basse température, mais elle ne fournit pas les mêmes valeurs pour  $E_{\text{Th}}$  et  $R_N$  (par exemple pour la jonction longue de Niobium : l’ajustement haute température fournit  $R_N \approx 0.46\Omega$  et  $E_{\text{Th}} \approx 50\text{mK}$  alors que l’ajustement basse température fournit  $R_N \approx 0.78\Omega$  et  $E_{\text{Th}} \approx 67\text{mK}$ ). En fait, le modèle n’arrive pas à ajuster à la fois les hautes et les basses températures. Il en est de même pour le modèle de Cuevas [141] (cf. Fig. 8.18) qui par ailleurs fournit la même valeur pour  $\Delta/E_{\text{Th}}$  que la formule (8.7). Même si ce modèle peut prendre en compte des interfaces imparfaites entre le supraconducteur et le métal normal, il n’arrive pas non plus à ajuster les données expérimentales sur toute la gamme de températures. Cela reste donc à comprendre.

Toujours est il que nous faisons confiance à la valeur de  $E_{\text{Th}}$  tirée de l’ajustement de  $I_s$  à haute température puisque celle ci intervient en exponentielle et l’ajustement est très bon sur un grand intervalle de température (0.2–2K). Il est plus difficile de faire confiance à  $R_N$  qui n’intervient qu’en préfacteur. Si l’on prend le  $R_N$  obtenu par ce même ajustement en température, on arrive à une valeur de  $b$  inférieure à 10.8 qui est la valeur attendue. Si l’on prend le  $R_N$  obtenu par l’ajustement basse température (il intervient aussi en préfacteur), on surestime  $b$ . Enfin si on utilise la valeur de  $R_N$  mesurée dans l’état normal, on obtient un meilleur résultat pour  $b$  (à part pour l’échantillon Al13sqb, nous sommes à moins de 50% de la valeur à  $T = 0\text{K}$ , cf. tableau de la figure (8.6)), voire excellent pour les échantillons Nb/Au/Nb. Mais, nous ne savons pas si le  $R_N$  que l’on a mesuré est bien la vraie valeur (cf. discussion de la section (8.3.4)). L’ajustement haute température est moins satisfaisant pour les échantillons d’Al/Au/Al (cf. Fig. 8.17) parce que l’intervalle de température entre  $5E_{\text{Th}}$  et  $T_c$  est un ordre de grandeur plus petit.

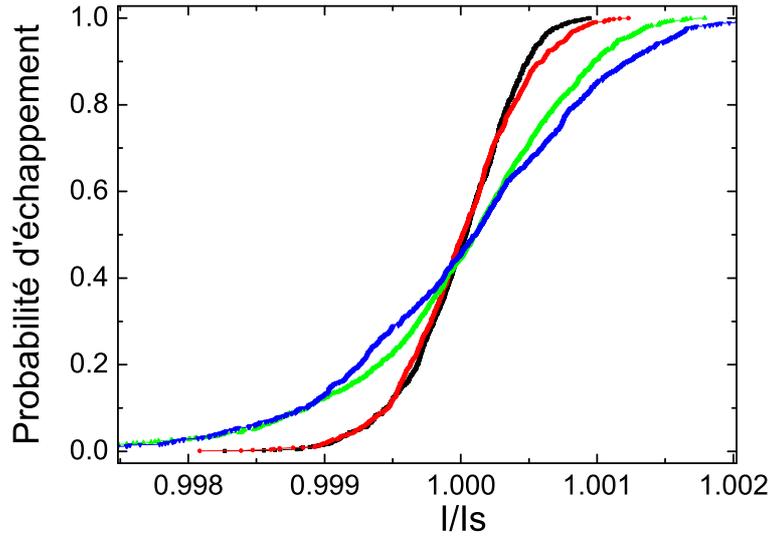


FIG. 8.19 – Probabilité pour la jonction d’avoir transité en fonction du courant de polarisation normalisé à  $I_s$  pour différentes températures (de gauche à droite en haut du graphique  $T = 65, 250, 580, 790\text{mK}$ ). Notez la différence des pentes, indiquant un taux d’échappement qui augmente avec la température.

### 8.4.3 Dépendance en température des histogrammes

Dans la figure (8.19) est représentée la probabilité d’avoir transité en fonction du courant de polarisation normalisée à  $I_s$  pour différentes températures. Il s’agit simplement de l’intégrale de la figure (8.15) normalisée à 1. Les valeurs différentes des pentes indiquent un taux d’échappement qui augmente avec la température. Le taux d’échappement par activation thermique  $\Gamma$  est défini dans le cadre du modèle RSJ dans la référence [142] :

$$\Gamma(I) = a \left( \frac{\omega_p}{2\pi} \right) e^{-\left( \frac{\Delta U}{k_B T} \right)} \quad (8.8)$$

où  $I$  est le courant de polarisation,  $\omega_p = (4\pi I_c / \Phi_0 C)^{1/2} (1 - I^2 / I_c^2)^{1/4}$  est la fréquence plasma,  $\Delta U = (4\sqrt{2}/3) (I_c \Phi_0 / 4\pi) (1 - I / I_c)^{3/2}$  est la hauteur de la barrière de potentiel et le préfacteur  $a$  est proche de l’unité. On a essayé pour nos jonctions (SNS), de faire un traitement des histogrammes<sup>10</sup> comparable à celui effectué dans la référence [142] pour des jonctions tunnel, mais l’accord avec cette théorie n’est pas satisfaisant (cf. Fig. 8.20, on aurait dû trouver une droite à fort courant de polarisation). Cela signifie qu’on ne peut pas décrire le taux d’échappement par une loi d’Arrhenius simple du type (8.8). On pense que c’est dû à la complexité du spectre des niveaux d’Andreev dans une jonction longue diffusive par rapport aux jonctions tunnel (1 seul niveau) et aux jonctions courtes (2 niveaux). Pour la suite, on a seulement relevé la largeur à mi-hauteur de l’histogramme.

La largeur à mi-hauteur de l’histogramme en fonction de la température pour l’échantillon de Niobium le plus court est représentée dans la figure (8.21). Ces histogrammes sont extrêmement étroits : environ 1 pour mille en valeur relative (c’est environ 4 fois moins que les valeurs relatives obtenues par Dubos *et al.* [119] dans des jonctions Nb/Cu/Nb et

<sup>10</sup>Dans la référence [120] le traitement n’est pas le même, essentiellement parce que la façon de mesurer est différente.

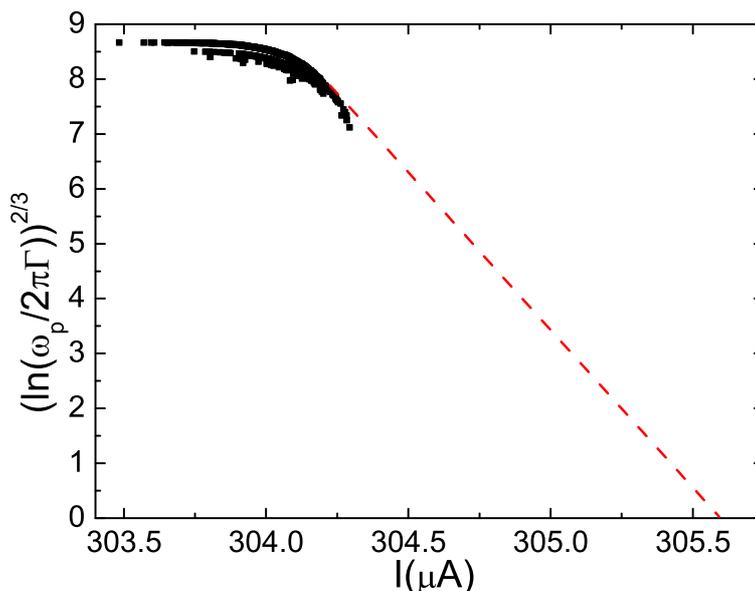


FIG. 8.20 – Courbe de  $\{\ln[\omega_p/(2\pi\Gamma)]\}^{2/3}$  en fonction du courant de polarisation  $I$  à  $T = 65\text{mK}$ . La théorie prévoit une dépendance linéaire à fort courant de polarisation, notez que ce n'est pas le cas (il y a plusieurs points sous la courbe en pointillés).

10 fois moins que celles obtenues par Goffman *et al.* [143] pour des contacts atomiques). En outre, alors qu'à très basse température la largeur des histogrammes ne varie pratiquement pas, elle se met à chuter vers 0.7K. Si l'on trace le rapport  $SD/I_s$  en fonction de la température<sup>11</sup> (cf. Fig. 8.22), on voit qu'il reste constant pour  $T < 0.2\text{K}$  et qu'au delà, il est proportionnel à  $T$ . L'autre échantillon de Nb/Au/Nb se comporte de la même façon. Nous cherchons encore une interprétation claire à ce sujet.

## 8.5 Effet du champ magnétique

La variation du courant de transition en fonction d'un champ perpendiculaire constitue l'aspect le plus original de notre étude des échantillons (SNS) en géométries fil et SQUID DC. Pour les SQUIDS DC, on observe d'abord des oscillations correspondant à  $\Phi_0/2 = h/2e$  dans la surface de l'anneau. Ces oscillations sont amorties à un champ plus fort dont l'ordre de grandeur est  $\Phi_0/2$  dans la surface du normal, cela se produit également pour les fils. Après avoir expliqué les oscillations rapides, on discutera de cette réduction dans un second temps, et enfin d'un effet plus inattendu d'augmentation de  $I_s$  à bas champ pour les échantillons Al/Au/Al.

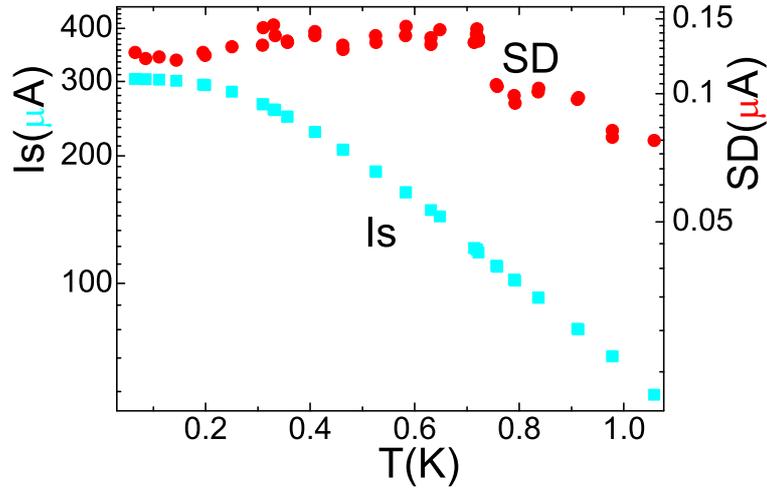


FIG. 8.21 – Echelle de gauche, courant de transition en fonction de la température pour l'anneau de Nb/Au/Nb ( $L_N = 0.75\mu\text{m}$ ) à  $\Phi = (2n)\Phi_0/4$ . Echelle de droite, largeur à mi-hauteur des histogrammes (SD : "Standard Deviation"). Les 2 échelles en ordonnée sont logarithmiques.

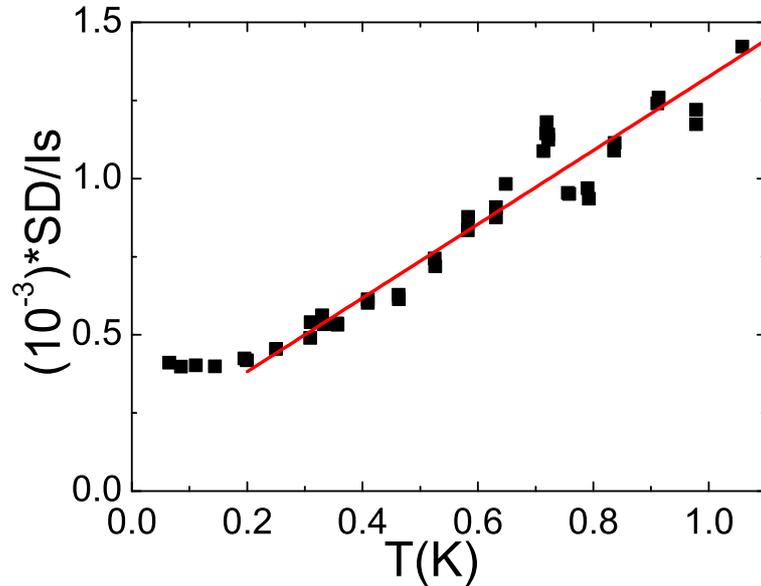


FIG. 8.22 – Rapport de la largeur à mi-hauteur des histogrammes sur le courant de transition en fonction de la température pour l'anneau de Nb/Au/Nb ( $L_N = 0.75\mu\text{m}$ ) à  $\Phi = (2n)\Phi_0/4$ . Notez que le rapport ne varie pratiquement pas en dessous de 0.2K et qu'au delà, il semble être proportionnel à  $T$ .

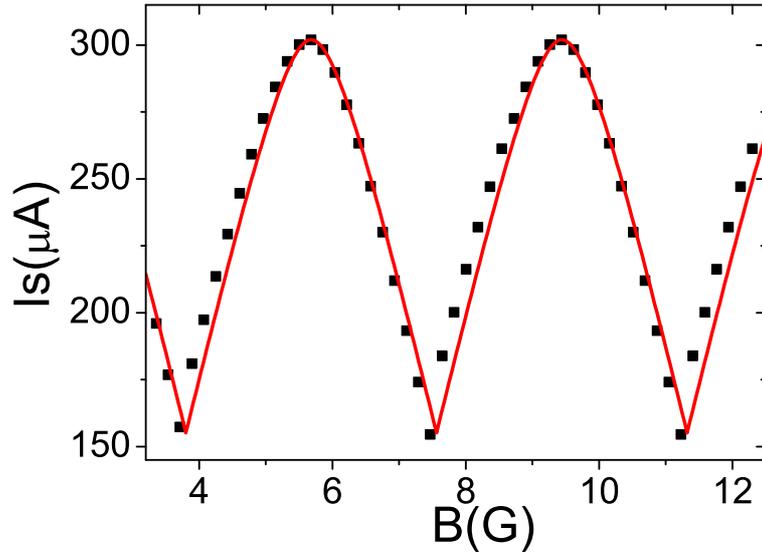


FIG. 8.23 – Courant de transition en fonction du champ magnétique pour l’anneau de Nb/Au/Nb ( $L_N = 0.75\mu\text{m}$ ). La période des oscillations correspond à  $\Phi_0/2$  dans la surface de l’anneau. Le taux de modulation  $(I_{smax} - I_{smin})/I_{smax}$  est ici de 45%. Les points correspondent aux mesures expérimentales et les traits à l’ajustement en ne prenant en compte que l’inductance de l’anneau (cf. section (7.2.3)). Notez que la courbe n’est pas symétrique par rapport au champ qui correspond à  $I_{smin}$ . Cela semble indiquer une asymétrie (de courant ou d’inductance, cf. Fig. 7.8 de la section (7.2.3)) supplémentaire.

### 8.5.1 Modulation à bas champ

On s’intéresse dans cette section seulement à la géométrie SQUID DC. Comme dans le cas de la jonction (SIS) (cf. section (7.2.3)), nous observons des oscillations périodiques du courant de transition de période correspondant à environ  $\Phi_0/2$  dans la surface de l’anneau. Par exemple, pour le SQUID court Nb/Au/Nb, on observe une période de 3.6G (cf. Fig. 8.23) qui correspond à une surface de  $5.6\mu\text{m}^2$ , en accord avec la surface mesurée de  $2.2 \times 2.5 = 5.5\mu\text{m}^2$ .

Le taux de modulation  $(I_s^{\max} - I_s^{\min})/I_s^{\max}$  varie entre 45% et 90%. Il est d’autant plus faible que les courants sont importants, cela peut être expliqué par des asymétries entre les 2 bras de l’anneau et par une inductance totale importante. Pour l’Aluminium, la principale cause de l’augmentation de  $I^{\min}$  est l’asymétrie entre les courants critiques  $I_{c1} \neq I_{c2}$ . Ainsi, dans la figure (8.24), on a représenté les données expérimentales et l’ajustement avec la formule (7.21) qui ne prend en compte que l’asymétrie des courants critiques.

Par contre, pour les SQUIDS Nb/Au/Nb, l’asymétrie des courants critiques n’explique pas à elle seule, la forme de la modulation (cf. Fig. 8.25). Un meilleur ajustement des données est obtenu en prenant en compte l’inductance totale (cf. Fig. 7.8 de la section (7.2.3)). Cela n’est pas très étonnant car celle ci devient non négligeable dès que  $L_{\text{ind}}I_c \approx \Phi_0/4\pi$ , et

<sup>11</sup>Nous avons aussi tracé (non représenté ici) le rapport  $SD/I_s$  en fonction de  $(k_B T/E_{J(T=0)})^{(2/3)}$  où  $E_{J(T=0)} = \Phi_0 I_{C(T=0)}/(4\pi)$ . Nous ne pouvons pas complètement exclure qu’à haute température on puisse ajuster cette courbe par une droite de pente de l’ordre 1. Cela serait compatible avec un modèle RCSJ (cf. section (8.3.2)) où la hauteur de la barrière de potentiel serait  $E_J$ .

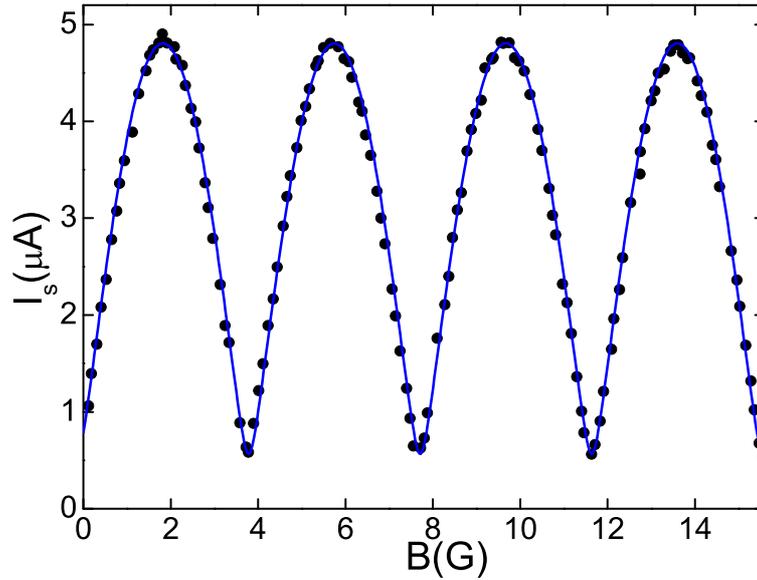


FIG. 8.24 – Courant de transition en fonction du champ magnétique pour un anneau de Al/Au/Al : Al17ch à  $T = 16\text{mK}$ . Le taux de modulation est ici proche de 90%. Les points correspondent aux mesures expérimentales et les traits à l’ajustement en ne prenant en compte que l’asymétrie des courants.

on se rapproche d’autant plus de cette valeur que le courant de transition est grand. Dans nos expériences, on a  $L_{\text{ind}}I_c \approx 10^{-6} * 10^{-5} * 70 * 10^{-6} \approx 0.7 * 10^{-15} \approx 2\Phi_0/4\pi$  pour le Niobium, alors que pour l’Aluminium, on avait  $L_{\text{ind}}I_c \approx 10^{-6} * 7 * 10^{-6} * 5 * 10^{-6} \approx 0.4 * 10^{-16} \approx 0.1\Phi_0/4\pi$ . Les données semblent distordues par rapport à l’ajustement. Cela signifie juste qu’il est nécessaire de prendre en compte aussi l’asymétrie soit de l’inductance soit des courants critiques. Mais, à ce niveau on ne peut pas dire dans quelle proportion exacte chacun intervient, car ils ont les mêmes effets. Néanmoins, on peut dire que les valeurs d’inductance trouvées par l’ajustement (6pH par exemple pour l’échantillon de Nb/Au/Nb long) sont du même ordre de grandeur que les inductances géométriques attendues (10pH par exemple pour ce même échantillon).

Enfin, il est aussi possible qu’une partie de la distortion observée soit due à l’anharmonicité intrinsèque de la relation courant-phase d’une jonction (SNS) qui nous intéresse tout particulièrement. En effet, l’amplitude de la  $n^{\text{ième}}$  harmonique dans la relation courant-phase,  $\Phi_0/2$  périodique devrait varier comme  $1/n^2$  (cf. section (7.2.2)), ainsi on devrait facilement détecter au moins les 2 premières harmoniques. En fait, on a vu dans la section (7.2.3) qu’en géométrie SQUID DC, on n’est pas sensible aux harmoniques paires. On ne mesurerait éventuellement donc que la troisième harmonique. De plus, dans la géométrie SQUID DC, des asymétries (de courant critique ou d’inductance) entre les 2 bras peuvent intervenir et masquer l’effet recherché. Si bien que la meilleure façon de mesurer les harmoniques d’ordre supérieures dans la relation courant-phase, est de mesurer directement la réponse orbitale d’un anneau (SNS) en géométrie de SQUID AC. C’est ce que des expériences en cours essaient de réaliser. Des premiers résultats ont été trouvés à ce sujet par Strunk *et al.* avec des barres de Hall (non publié pour l’instant).

On remarque également que les courbes ne sont pas parfaitement symétriques en courant

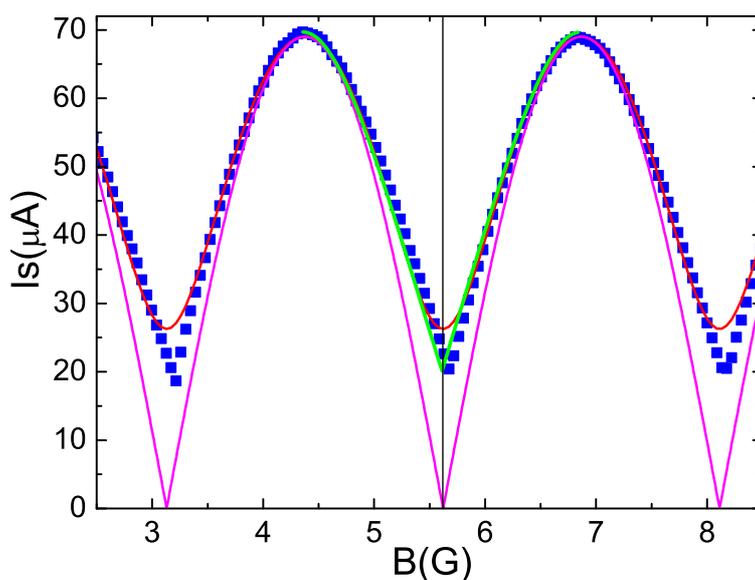


FIG. 8.25 – Courant de transition en fonction du champ magnétique pour l'anneau de Nb/Au/Nb ( $L_N = 1.2\mu\text{m}$ ). Les points correspondent aux mesures expérimentales et les traits à des ajustements. La courbe inférieure ne prend en compte aucune asymétrie, celle qui est au dessus n'inclut que l'asymétrie en courant et celle du milieu (entre 4.5 et 7G) ne prend en compte que l'inductance (l'ajustement donne 6pH).

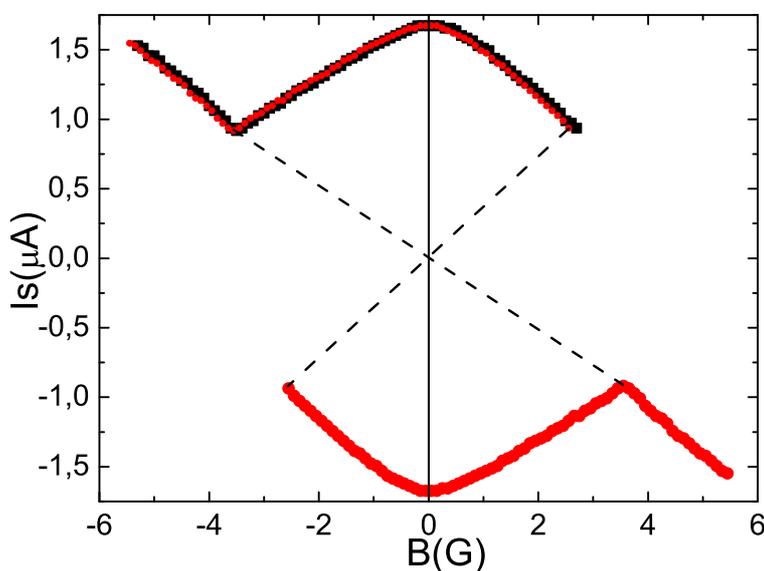


FIG. 8.26 – Courant de transition en fonction du champ magnétique pour l'anneau Squid 17ah. Les courbes épaisses correspondent aux données expérimentales prises en balayant le courant de polarisation par valeurs croissantes (en haut) et décroissantes (en bas). On a inclu le décalage du zéro du champ magnétique. Les points fins correspondent à la courbe du bas pour laquelle on a changé  $I$  en  $-I$  et  $B$  en  $-B$ . Notez qu'ils se superposent extrêmement bien avec la première courbe.

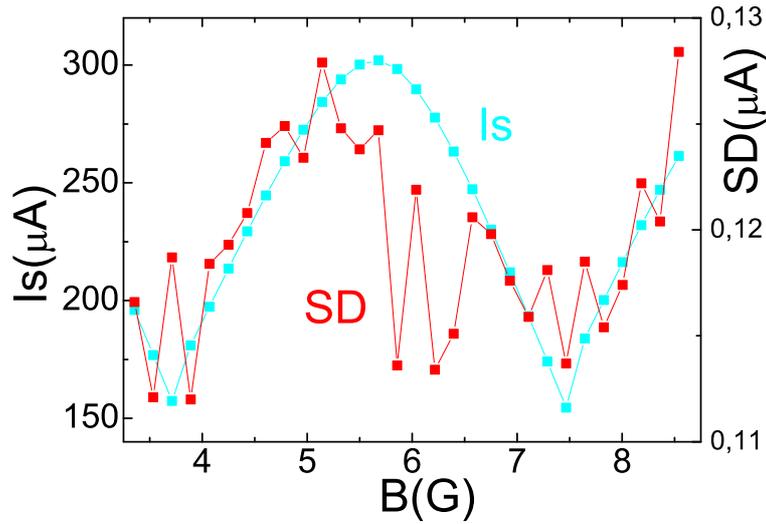


FIG. 8.27 – Echelle de gauche, courant de transition en fonction de  $B$  pour l'anneau de Nb/Au/Nb ( $L_N = 0.75\mu\text{m}$ ) à  $\Phi = (2n)\Phi_0/4$ . Echelle de droite, largeur à mi-hauteur des histogrammes.

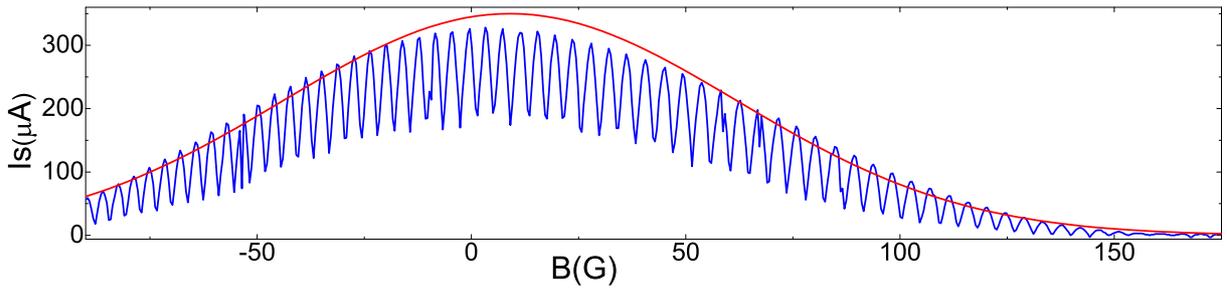


FIG. 8.28 – Courant de transition en fonction de  $B$  pour l'anneau de Nb/Au/Nb ( $L_N = 0.75\mu\text{m}$ ) sur une plus large échelle de champ magnétique. Notez que l'enveloppe peut être approximée par une gaussienne  $\exp[-1/2(B/B_c)^2]$  avec  $B_c$  de l'ordre d'un  $\Phi_0/2$  dans la surface du normal.

(cf. Fig. 8.26), ce qui peut paraître surprenant. Mais, en fait il ne faut pas oublier que renverser le sens du temps revient à changer  $I_{DC}$  en  $-I_{DC}$ , mais aussi  $B$  en  $-B$ . En effet, on peut avoir :

$$I_s(B, I_{DC}) \neq I_s(B, -I_{DC}) \quad , \quad \text{mais la symétrie impose} \quad I_s(B, I_{DC}) = I_s(-B, -I_{DC}) \quad (8.9)$$

Enfin dans la figure (8.27), on représente le courant de transition ainsi que la largeur des histogrammes correspondant. Cette dernière semble être relativement proportionnelle au courant de transition. Pour l'instant il n'existe pas, à notre connaissance, de théorie permettant d'expliquer ce phénomène.

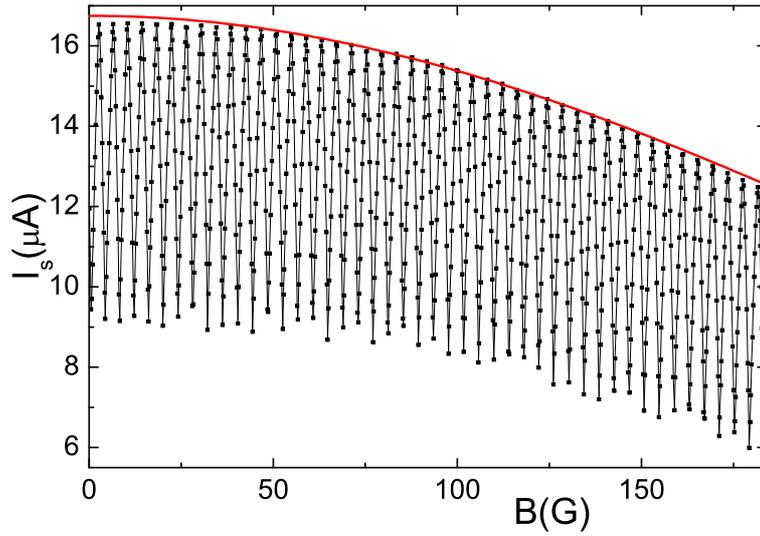


FIG. 8.29 – Courant de transition en fonction de  $B$  pour l'anneau de Al/Au/Al 17ah.

### 8.5.2 Extinction à fort champ

Intéressons nous maintenant à ce qui se produit à champ plus fort (cf. Fig. 8.28 et Fig. 8.29). D'abord, on remarque qu'il n'y a pas de modulation d'amplitude dans la relation courant-phase (pas d'oscillations aperiodiques comparables aux UCFs) des jonctions (SNS). Cela est en accord avec le fait que la différence de phase entre les électrons et les trous d'une paire d'Andreev est très inférieure à 1 (cf. partie (7.1)). Ensuite, on observe que le courant de transition dans les fils (SNS) ou de façon équivalente l'enveloppe des oscillations du SQUID diminuent. Ces décroissances sont bien ajustées par une gaussienne de la forme :

$$I_s(H) = I_s(0) \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{B}{B_c} \right)^2 \right] \quad (8.10)$$

où :  $B_c \approx \Phi_0/(2WL)$  correspond à environ  $\Phi_0/2 = h/2e$  dans la partie normale de la jonction (SNS). En effet, par exemple pour les échantillons Nb/Au/Nb court et long, on trouve :  $B_c \approx 58\text{G}$  et  $B_c \approx 31\text{G}$  respectivement, à comparer à  $\Phi_0/(2WL_N) \approx 66\text{G}$  et  $\Phi_0/2WL \approx 42\text{G}$  respectivement (cf. table 8.6). Cela correspond à une surface plus grande que celle qu'on a réellement, alors que pour les échantillons Al/Au/Al, c'est plutôt l'inverse. Serait ce la marque d'un effet Meissner dans une supraconductivité induite par effet de proximité ? Des simulations numériques réalisées par Cuevas [141] ont aussi tendance à sous-estimer la surface (cf. sous-section sur les prédictions théoriques basées sur les équations d'Usadel). En tout cas cette forme gaussienne de la relation courant-phase à fort champ stimule de nombreux travaux théoriques. Avant d'en exposer brièvement le principe, rappelons ce qui est attendu dans le cas d'une jonction Josephson.

### Jonction Josephson en présence d'un champ magnétique

Dans cette section nous calculons les effets bien connus de la pénétration du champ dans la couche isolante d'une jonction (SIS) (cf. Fig. 8.30 pour les dimensions, même si cela ne correspond pas tout à fait à notre géométrie). Nous nous inspirons de la référence

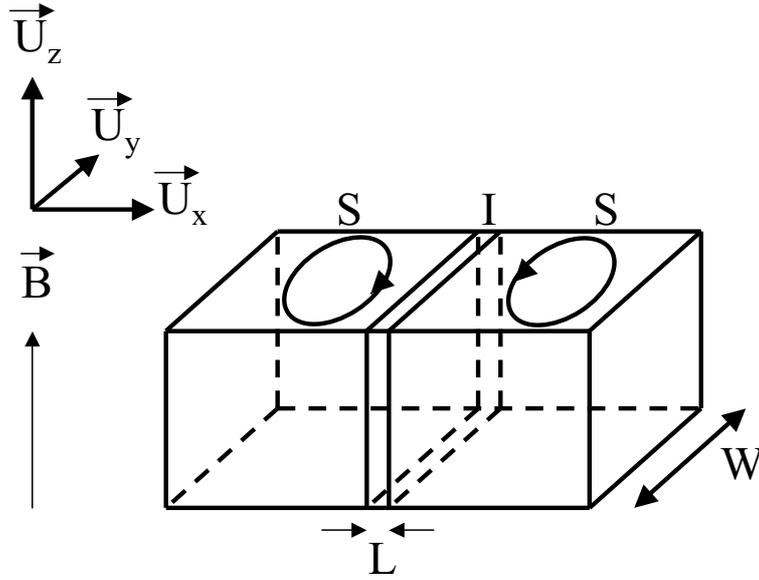


FIG. 8.30 – Jonction Josephson en présence d'un champ magnétique  $L \ll W$ . Des courants se créent à la surface du Supraconducteur pour écranter le champ magnétique. Il en résulte que la densité de courant n'a pas la même phase suivant la position selon  $\vec{U}_y$ .

[105]. Le champ magnétique ( $\vec{B} = B\vec{U}_z$ ) ne pénètre dans le supraconducteur que sur la longueur de London :  $\lambda_{Lo,s} = \lambda_{Lo}\sqrt{\xi/l_e}$  en limite sale, où  $\lambda_{Lo} = \sqrt{m/(\mu_0 n_s (2e)^2)}$ . Il n'entre donc dans la jonction que sur une longueur  $L_p = L + \lambda_{Lo,s}$ . Le potentiel vecteur se met sous la forme :  $\vec{A} = -By\vec{U}_x$ , ce qui donne un déphasage :

$$\frac{4\pi}{\Phi_0} \int_{-\lambda_{Lo,s}}^{L+\lambda_{Lo,s}} A_x dx = \frac{4\pi}{\Phi_0} ByL_p \quad (8.11)$$

Le même raisonnement que pour les calculs précédents (cf. section (7.2.3)) conduit à :

$$j = j_c \sin \left( \varphi + \frac{4\pi ByL_p}{\Phi_0} \right) \quad (8.12)$$

En intégrant sur la section de la jonction, on obtient :

$$I = i_c \operatorname{sinc} \left( \frac{2\pi BWL_p}{\Phi_0} \right) \sin \left( \varphi + \frac{2\pi BWL_p}{\Phi_0} \right) \quad (8.13)$$

Le courant critique  $I_c$  obtenu en maximisant  $I$  par rapport à  $\varphi$ , est donc :

$$I_c = i_c \operatorname{sinc} \left( \frac{2\pi BWL_p}{\Phi_0} \right) \quad (8.14)$$

La courbe correspondante est représentée sur la figure (8.31). Dans la limite de champ nul, on retrouve la relation Josephson. Physiquement, des courants se créent à la surface des supraconducteurs pour écranter le champ magnétique dans la jonction. Il en résulte un déphasage entre les 2 supraconducteurs qui dépend de la position suivant  $\vec{U}_y$ . Il y a encore une fois une analogie forte avec l'optique puisqu'on retrouve cette fonction sinus cardinal

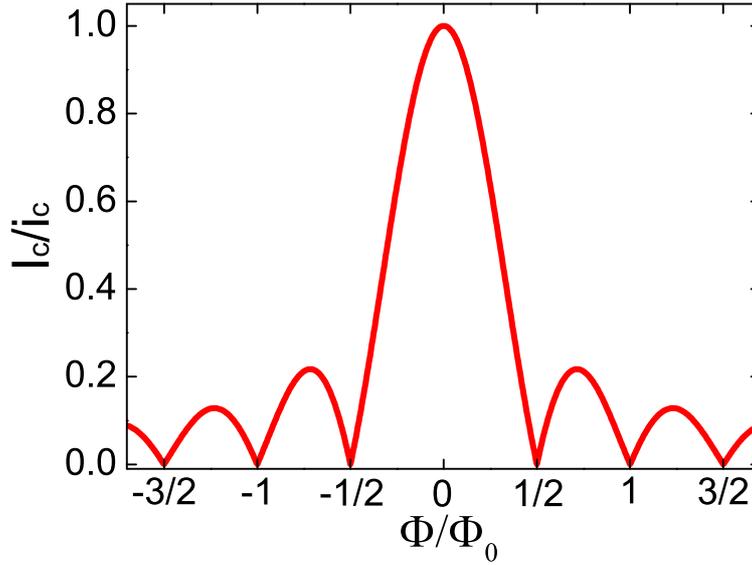


FIG. 8.31 – Modulation de la relation courant-phase à cause de la pénétration du champ magnétique dans la jonction Josephson ( $\Phi_0 = h/e$ ). Notez la ressemblance avec la figure de diffraction d’une fente étroite en optique.

dans la diffraction par une fente étroite. Excepté que ce qui provoque le déphasage ici, ce n’est pas la différence de chemin optique, mais le champ magnétique. Ainsi a-t-on :

$$\Delta\phi = \frac{4\pi}{\Phi_0} \int \vec{A} \cdot d\vec{l} = \frac{4\pi}{\Phi_0} \int_0^{L_p} B y dx = \frac{4\pi}{\Phi_0} B y L_p \quad (8.15)$$

Cette analogie nous permet de voir que pour une jonction (SNS), il est probable qu’on n’obtienne pas tout à fait le même résultat. En effet, les trajectoires ne sont plus rectilignes, elles sont plutôt diffusives à cause du désordre. Le calcul s’en trouvera nettement compliqué (cf. sous-section suivante sur le modèle semi-classique). Mais, globalement on s’attend à une modulation du courant critique à cause de la pénétration du champ dans la partie normale, avec une échelle de l’ordre de  $\Phi_0/(2WL_N)$ . En fait, des expériences dans plusieurs sortes de jonctions ont déjà obtenu une dépendance du courant critique en fonction du champ magnétique de type Fraunhofer [144, 145]. Il semblerait que ce soit plus la géométrie de la jonction qui joue que son caractère normal diffusif, normal balistique ou même isolant. En effet, les expériences précédemment citées étaient dans la limite  $\xi, L_N \ll W \ll L_\phi, L_T$ .

### Modèle semi-classique

On présente maintenant, un modèle semi-classique simple sur la décroissance de la courbe  $I_s(B)$  à fort champ. Il s’inspire du modèle de la sous-section précédente sur la jonction Josephson sauf que les trajectoires ne sont plus perpendiculaires à l’interface, mais elles sont diffusives à cause du désordre. On se place dans la géométrie  $\xi, W \ll L_N \ll L_\phi, L_T$ . Il prend essentiellement en compte le déphasage subit par une paire d’Andreev pour aller d’un contact supraconducteur à l’autre, à cause de la pénétration du champ magnétique

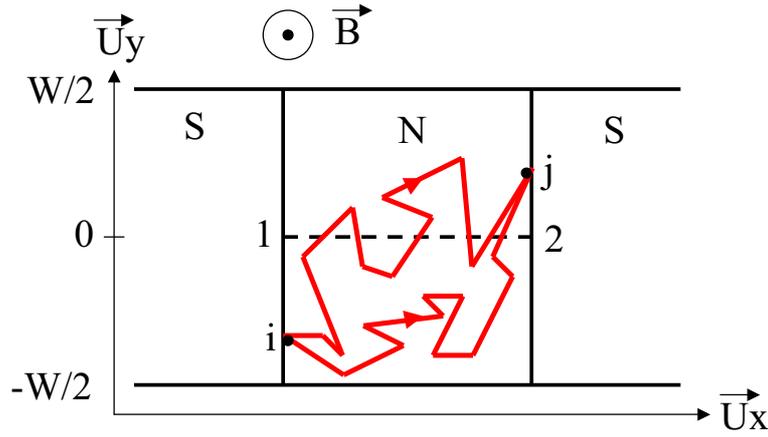


FIG. 8.32 – Jonction (SNS) soumise à un champ magnétique  $L_N \gg W$ . La partie normale étant un métal diffusif, le courant résulte de la somme des interférences entre des paires de Cooper allant d'un côté de la jonction vers l'autre côté.

dans la jonction<sup>12</sup>. Soit un champ  $\vec{B} = B \vec{U}_z$  orthogonal à la jonction (SNS). Choisissons la jauge correspondante  $\vec{A} = By \vec{U}_x$  où  $y \in [-W/2; W/2]$ . Sélectionnons les trajectoires qui vont d'un point  $i$  d'un contact à un point  $j$  sur l'autre contact (cf. Fig. 8.32). Comme pour la jonction (SIS), chaque trajectoire acquiert une phase  $\theta_{Cij} + \varphi_{Cij}$  où :

$$\varphi_{Cij} = \frac{4\pi}{\Phi_0} \int_i^j \vec{A} \cdot d\vec{l} \quad (8.16)$$

où on rappelle que  $\Phi_0 = h/e$ . Il vient ensuite de façon assez générale, pour le courant :

$$I = I_0 \langle \sin(\theta_{Cij} + \varphi_{Cij}) \rangle_{Cij} \quad (8.17)$$

où  $\langle \rangle_{Cij}$  désigne une moyenne sur toutes les trajectoires possibles d'un contact supraconducteur à l'autre.

Or, la circulation de  $\vec{A}$  le long des chemins  $i-1$  et  $2-j$  étant nulle la phase ne dépend pas de la position des points  $i$  et  $j$  de chaque côté de la jonction. Elle ne dépend que des interférences entre les trajectoires (notées  $\mathcal{C}$ ) partant d'un point  $i$  quelconque d'un côté de la jonction et allant à un point  $j$  quelconque de l'autre côté de la jonction. On peut alors écrire :

$$I = I_0 \langle \sin(\theta_0 + \varphi_C) \rangle_C \quad (8.18)$$

Puis, en maximisant  $I$ , on obtient :

$$I_c = i_c \left| \left\langle e^{-i \frac{4\pi}{\Phi_0} \int_C \vec{A} \cdot d\vec{l}} \right\rangle_C \right| \quad (8.19)$$

ou sous une forme invariante de Jauge :

$$I_c = i_c \left| \left\langle e^{-i \frac{4\pi\Phi(\mathcal{C})}{\Phi_0}} \right\rangle_C \right| \quad (8.20)$$

<sup>12</sup>Ce calcul ressemble au calcul de la localisation faible, sauf que pour cette dernière la moyenne se fait sur les trajectoires qui contiennent une boucle.

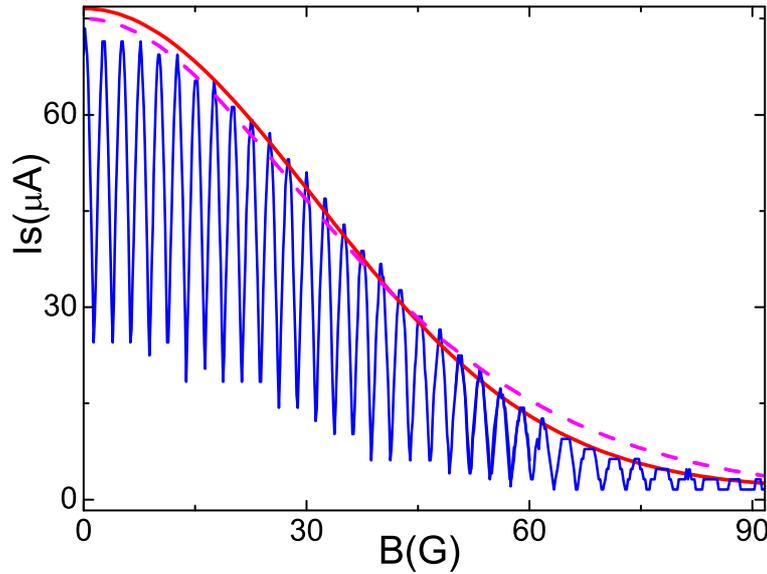


FIG. 8.33 – Courant de transition en fonction de  $B$  pour l'anneau de Nb/Au/Nb ( $L_N = 1.2\mu\text{m}$ ). L'enveloppe des oscillations est ajustée soit par une gaussienne (en trait plein), soit par la formule 8.21 (en traits pointillés).

On peut raisonnablement penser que la distribution des chemins autour de la trajectoire rectiligne partant d'un point  $i$  quelconque d'un côté de la jonction et allant à un point  $j$  quelconque de l'autre côté de la jonction est gaussienne. On pourrait alors naïvement attendre une relation courant-phase gaussienne. En fait, ce n'est pas tout à fait le cas car les trajectoires ne durent pas toutes le même temps. Le résultat final est plutôt une somme de gaussiennes de champ caractéristique différent. En prenant en compte le fait que ces trajectoires sont diffusives et qu'elles ne durent pas le même temps, G. Montambaux [146] a récemment trouvé l'expression suivante pour le courant critique à une dimension :

$$I_c = i_c \frac{\frac{4\pi}{\sqrt{3}} \frac{\Phi}{\Phi_0}}{\sinh\left(\frac{4\pi}{\sqrt{3}} \frac{\Phi}{\Phi_0}\right)} \quad (8.21)$$

où  $\Phi = BWL$  est le flux à travers la jonction. Cette fonction peut être approximée par une gaussienne à bas flux, mais décroît moins vite qu'une gaussienne à fort flux. L'ajustement de nos données est moins bon que pour une forme gaussienne (cf. Fig. 8.33). Pourtant, ce modèle a l'avantage d'être valable quelque soit la largeur de la jonction dans la limite  $L_N \gg W$ . Sa principale faiblesse est qu'il ne prend pas en compte des réflexions d'Andreev multiples. Il est donc moins robuste à bas champ.

### Prédictions théoriques basées sur les équations d'Usadel

En résolvant numériquement les équations d'Usadel, Cuevas *et al.* [147] ont étudié le lien entre l'effet de proximité et les réflexions multiples d'Andreev dans les jonctions diffusives (SNS) pour une longueur de normal  $L_N$  quelconque. Ils ont obtenu un minigap dans la densité d'états indépendant de la position dans le normal qui se referme quand  $L_N$  augmente. Ensuite, Cuevas [141] a étudié l'influence de la résistance de contact, de

la température et du champ magnétique dans le métal normal sur la densité d'états et le supercourant. Selon J.C. Cuevas, si la partie normale est un fil fin dont la largeur  $W < \xi$  (ce sera le cas pour les SQUIDS Aluminium et un peu moins pour ceux en Niobium...), l'effet du champ magnétique  $B$  peut être décrit par la quantité  $\Gamma_{sf} = \hbar/\tau_{sf} = D(eBW)^2/(6\hbar)$  [148] qu'il appelle taux de spin-flip. En présence de champ magnétique,  $\tau_{sf}$  correspond au temps qu'il faut pour que les 2 électrons couplés par renversement du sens du temps acquièrent une différence de phase relative de l'ordre de 1 [104]. Autrement dit, le champ magnétique rend la différence de phase aléatoire au bout de  $\tau_{sf}$ , ce qui a pour effet de casser la paire (on parle de "pair-breaking effect" en anglais). Essentiellement, l'argument de J.C. Cuevas est qu'alors que dans le supraconducteur l'énergie qu'il faut pour casser une paire est liée au gap supraconducteur, en supraconductivité de proximité elle dépend du minigap. Il a ainsi montré que :

- le minigap se referme avec la température, le champ magnétique et la résistance de contact, mais est insensible au coefficient de transmission des canaux de conduction dans le normal. Pour des jonctions longues  $L \gg \xi$  et des interfaces parfaites, il trouve que le minigap se referme pour  $\Gamma_{sf} \approx 5E_{Th}$ . Il a aussi remarqué que quand la température augmentait, il peut subsister un supercourant alors que le minigap a disparu.
- la relation courant-phase était déformée par rapport à une sinusoïde, avec un maximum de supercourant situé à  $\varphi \approx 1.27\pi/2$  (à  $T = 0$  et  $L_N = 8\xi$ ) indépendant de la résistance de contact.
- la dépendance en température était fortement réduite avec la résistance de contact
- pour des contacts parfaits et à  $T = 0$ , la longueur de la jonction ne change pas la forme de  $I_c(B)$ , elle ne fait que réduire la valeur du courant critique. La courbe peut être approximée numériquement par une gaussienne, A  $T = 0$  et  $L = 10\xi$ , la gaussienne se rétrécit quand la résistance de contact augmente, et elle s'élargit quand la température augmente.
- de façon générale à résistance de contact non nulle, l'échelle d'énergie qui contrôle en particulier l'amplitude et la dépendance en température du courant critique est le minigap qui est une fraction de l'énergie de Thouless. Pour des contacts parfaits, cette échelle d'énergie est remplacée par l'énergie de Thouless  $E_{Th}$ .

Ce modèle a l'avantage de fournir une formule du courant critique en fonction du flux magnétique  $I_c(\Phi)$  qui peut être approximée par une gaussienne. Toutefois, l'accord n'est pas quantitatif pour la largeur à mi-hauteur. Ce modèle n'est en principe valable que pour  $W < \xi$ , ce qui est presque le cas pour les échantillons avec l'Aluminium, mais pas pour ceux avec le Niobium.

Il reste encore à comprendre dans quelle mesure les 2 modèles exposés précédemment se combinent et s'ils sont vraiment différents. Le premier prend en compte le déphasage subi par les paires d'Andreev à cause du champ magnétique, le second s'intéresserait plutôt à l'affaiblissement de la supraconductivité de proximité par le champ magnétique. Pour des interfaces parfaites et à fort champ, les 2 modèles se rejoignent puisqu'ils prévoient tous les 2 un courant critique du type  $I_c(\Phi) \propto \frac{\Phi}{\Phi_0} \exp\left(-\frac{4\pi}{\sqrt{3}} \frac{\Phi}{\Phi_0}\right)$ .

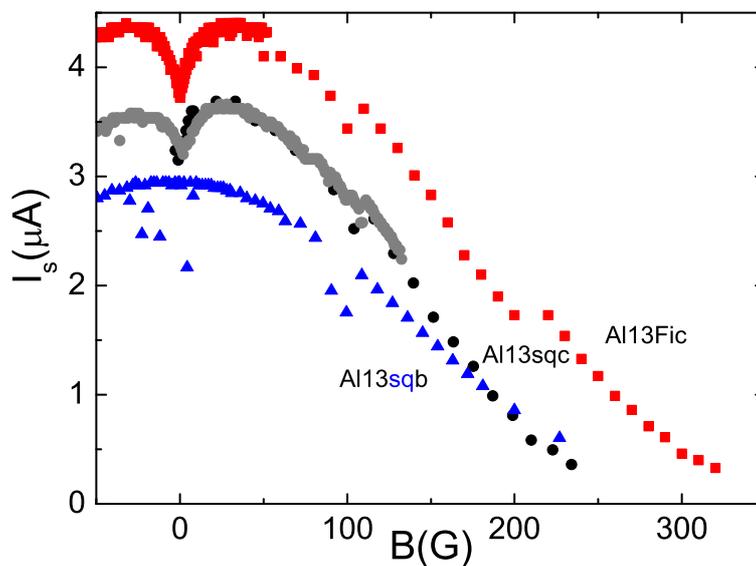


FIG. 8.34 – Courant de transition en fonction de  $B$  pour les fils de Al/Au/Al. On a représenté 2 mesures pour l'échantillon Al13sqc. La courbe Al13sqb a été divisée par 4.25 pour plus de clarté. Notez qu'à bas champ, le courant de transition augmente avec le champ. L'effet peut atteindre 20% dans certains cas.

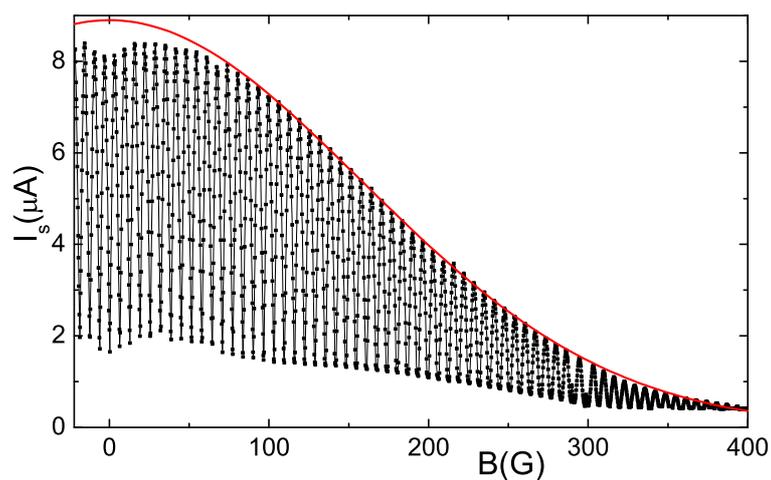


FIG. 8.35 – Courant de transition en fonction de  $B$  pour l'anneau de Al/Au/Al 17bh. La réentrance apparaît aussi sur les SQUIDS.

### 8.5.3 Réentrance

Pour certains échantillons (cf. Fig. 8.34 et Fig. 8.35), on a observé une croissance inattendue du courant de transition à bas champ, en dessous de 30G à des températures inférieures à 100mK. Un effet similaire, mais à une échelle bien différente avait déjà été observé sur des jonctions réalisées en films amorphes de Molybdène [149]. Il avait été attribué à la brisure de paires de Cooper à cause des collisions avec renversement du spin des électrons sur des impuretés magnétiques. Ces événements qui brisent la cohérence de phase doivent disparaître quand les moments magnétiques des impuretés sont gelés, c'est-à-dire quand le champ magnétique dépasse des valeurs telles que  $2\mu_B B = k_B T$ . Cela correspondrait à  $B > 150\text{G}$  pour  $T > 20\text{mK}$  presque un ordre de grandeur au delà du maximum de  $I_s$ .

Le piégeage d'un flux dans les fils supraconducteurs pendant le refroidissement de l'échantillon ne semble pas être une bonne explication non plus puisqu'il n'y a aucune irréversibilité ou hystérésis associée à cette dépendance en champ inhabituelle.

Des interférences quantiques dans la partie normale de la jonction sont également sensées donner lieu à des corrections de localisation faible de la conductance. Néanmoins, l'amplitude relative de l'augmentation de  $I_s$  observée (de l'ordre de 20%) est bien trop grande pour être expliquée par la physique de la localisation faible. En effet, on s'attend à ce que la correction à la résistance des fils normaux soit de l'ordre de  $\delta R = R^2 \delta g \approx R^2 e^2/h \approx 0.1 \cdot 10^{-4} \Omega$ . On pourrait aussi penser à une amplification du phénomène par la cohérence du supraconducteur comme l'avait suggéré Petrashov *et al.* pour expliquer certaines de ses expériences, mais cet effet n'a jamais reçu de justification théorique (cf. introduction du chapitre 8). Par ailleurs, les expériences de Petrashov ont été réalisées à des températures supérieures à l'énergie de Thouless. Alors que pour nos échantillons au contraire, l'effet disparaît à des températures de l'ordre de  $E_{\text{Th}}$ , énergie à laquelle la localisation faible n'est pas sensible.

Le faible champ ici, semble plutôt suggérer un effet orbital. On serait plus tenté d'associer ce phénomène de réentrance à des courants permanents qui donnent lieu à une contribution orbitale paramagnétique importante comme cela a été observé dans des cylindres hybrides N/S à très basse température [150]. plusieurs théories [151], ainsi que [152, 153] tentent d'expliquer ces résultats, mais aucune n'est vraiment satisfaisante.

Il est également à noter que cette réentrance de  $I_s(B)$  n'a été observée que dans les jonctions et les SQUIDS Al/Au/Al où l'interface entre métal normal et supraconducteur est abrupte et n'a jamais été vue dans les échantillons Nb/Au/Nb où l'or est toujours présent sous la surface du niobium. En outre, cet effet n'a été visible que pour des échantillons dont la longueur de normal est comprise entre  $1.2\mu\text{m}$  et  $1.5\mu\text{m}$  et n'a jamais été détecté pour des jonctions plus longues ou plus courtes. Il est prévu de faire prochainement une étude systématique de ce phénomène.

## 8.6 Conclusions et perspectives

### 8.6.1 Conclusions

Nous avons étudié des échantillons (SNS) en limite de jonction longue, fabriqués par 2 méthodes différentes. Grâce à des bonnes interfaces entre les métaux, un supercourant peut traverser les jonctions par effet de proximité. Les dépendances en température sont

relativement bien décrites par les simulations numériques de Wilhelm *et al.* [126] ou de Cuevas [141] à partir des équations d'Usadel. Néanmoins pour l'instant, les 2 modèles n'arrivent pas à ajuster les données sur toute la gamme de température. Les échantillons présentent une hystérésis importante en courant qu'on comprend en remplaçant dans le modèle RCSJ, le temps  $RC$  par un temps associé au temps de diffusion à travers la jonction qui lui est bien supérieur. En géométrie SQUID DC, le courant de transition oscille avec une période correspondant à  $h/2e$  dans la surface de l'anneau. On explique que le taux de modulation ne soit pas de 100%, par une dissymétrie de courant critique entre les 2 jonctions pour les anneaux Al/Au/Al. Pour les anneaux Nb/Au/Nb plus larges, les courants critiques sont plus importants et le produit  $L_{\text{ind}}I_c$  n'est plus négligeable devant  $\Phi_0$ . A fort champ, on trouve que le courant de transition diminue de façon gaussienne avec un champ typique correspondant à environ à  $h/2e$  dans la surface du normal. Cela a stimulé des travaux théoriques. En outre, de façon plus surprenante, dans les échantillons Al/Au/Al, on remarque qu'il augmente à bas champ! Enfin, on a étudié la largeur  $SD$  des histogrammes en fonction de la température et du champ. Alors que  $SD(B) \propto I_s(B)$ , il apparaît une dépendance en température  $SD(T)$  différente de  $I_s(T)$  qui reste à expliquer.

## 8.6.2 Perspectives

On cherche à étudier les harmoniques supérieures dans la relation courant-phase d'une jonction (SNS). Comme on a vu qu'en géométrie SQUID DC, on était masqué par l'asymétrie entre les 2 bras de l'anneau, on a réalisé des anneaux non connectés en géométrie SQUID AC (avec une seule jonction (SNS)). On voudrait coupler ces derniers à un résonateur micro-onde multimode, semblable à ceux qui ont déjà été utilisés avec succès au sein du groupe [154]. Grâce au résonateur on pourrait exciter l'échantillon et étudier sa réponse haute fréquence (supérieure à 300MHz) à un flux. Plus précisément, on s'attend à ce que l'harmonique  $n$  du supercourant, qui correspond aux paires traversant  $n$  fois la partie normale c'est-à-dire passant un temps<sup>13</sup>  $n\tau_D$  dans celle-ci, soit amortie pour des fréquences supérieures à  $1/(n\tau_D)$ . De façon corrélée, par les relations de Kramers-Kronig, on prévoit une réponse dissipative dans la même gamme de fréquence. Ces mesures sont en cours.

Par ailleurs, on voudrait étudier l'effet de l'excitation haute fréquence sur la cohérence de phase et sur  $\tau_\phi$  notamment. En effet, dans le régime de proximité d'une jonction longue, on a vu (cf. section (8.5.2)) qu'un "mini-gap" de largeur  $\approx E_{\text{Th}}$  pouvait s'ouvrir dans la densité d'états du normal. Il n'y aurait alors plus de quasiparticules de basse énergie dans le normal, donc moins d'énergie échangée et par là-même moins de brisure de cohérence de phase. Ainsi, on pense qu'une fois que  $\tau_\phi$  est assez grand pour établir l'effet de proximité, il peut être augmenté énormément par la formation du "mini-gap". Les mesures de  $\tau_\phi$  qu'on se propose de réaliser pourront être corrélées avec des mesures de densité d'états (du type de celles de la référence [155]) dans un régime allant d'un effet de proximité complètement instauré à aucun effet de proximité.

Ces expériences proches de l'équilibre sont complémentaires des expériences hors équilibre décrites précédemment où les jonctions SNS étaient non pas polarisées en flux, mais en courant.

<sup>13</sup>On pourrait naïvement croire qu'une paire qui diffuse sur une distance  $nL$  le fait en un temps  $n^2\tau_D$ . Or, c'est oublier que les paires d'Andreev réfléchies parcourent exactement toutes, la même trajectoire.

Parmi les questions qui restent ouvertes, on aimerait un jour pouvoir répondre à celle-ci : Est-ce que la cohérence de phase macroscopique du supraconducteur peut amplifier des phénomènes dus à la cohérence de phase mésoscopique comme la localisation faible ?



# Annexe A

## Annulation du flux lors des réflexions sur les bords d'un fil quantique

Dans cette annexe on montre qu'une trajectoire fermée qui n'effectue que des collisions sur les bords d'un fil englobe un flux nul (cf. Fig. A.1). Ce calcul est tiré de la référence [156].

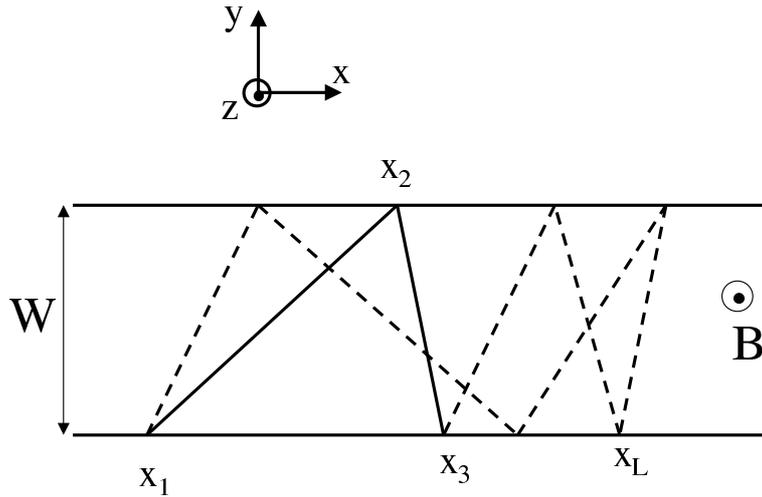


FIG. A.1 – Trajectoire électronique se réfléchissant uniquement sur les bords du fil.

Pour un champ magnétique perpendiculaire au fil (suivant  $z$ ) on peut choisir un potentiel vecteur  $\vec{A} = (0, Bx)$  suivant les directions  $(x, y)$ . Considérons la trajectoire rectiligne allant de 1 à 2 et calculons la circulation de  $\vec{A}$  le long de la ligne :

$$\phi_{1,2} = \int \vec{A} \cdot d\vec{l} = \int A_y(x) dy \quad (\text{A.1})$$

Comme la trajectoire de l'électron est :

$$y = W \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} \quad (\text{A.2})$$

on a alors :

$$dy = \frac{W}{x_2 - x_1} dx \quad (\text{A.3})$$

et l'intégrale devient :

$$\phi_{1,2} = \frac{BW}{x_2 - x_1} \int_{x_1}^{x_2} x dx = BW \frac{x_2 + x_1}{2} \quad (\text{A.4})$$

Lors de la trajectoire de  $x_2$  vers  $x_3$ , l'orientation du potentiel vecteur est opposé au déplacement  $dy$  et on obtient :

$$\phi_{2,3} = -BW \frac{x_3 + x_2}{2} \quad (\text{A.5})$$

Le flux accumulé par ces deux trajectoires est donc :

$$\phi_{1,3} = BW \frac{x_1 - x_3}{2} \quad (\text{A.6})$$

On voit donc bien que le flux englobé ne dépend que de la distance entre le point de départ et le point d'arrivée sur le même bord du fil. Si l'électron part de  $x_1$  et revient en  $x_1$  le flux englobé est nul.

# Annexe B

## Formalisme de Landauer-Büttiker

Dans cette annexe, on redérive complètement par le formalisme de Landauer, la formule (4.14) donnée dans ce manuscrit. Je m'inspire largement de la référence [24] et de certaines images du cours de C. Glattli [157].

### Hypothèses

Dans sa forme courante, l'approche de Landauer s'applique à des échantillons mésoscopiques **sans interaction** en régime **stationnaire** (cf. Fig. B.1). Ils sont entre 2 contacts parfaits, supposés assez grands pour ne pas être perturbés par l'échantillon et être caractérisés par une température  $T_{1,2}$  et un potentiel chimique  $\mu_{1,2} = E_F + eV_{1,2}$  (où  $V_{1,2}$  est la différence de potentiel appliquée sur le contact 1, 2 à gauche et à droite de l'échantillon respectivement). Le système peut être soit à **l'équilibre**, soit **hors-équilibre**; cette information est introduite par la fonction de distribution des contacts de l'échantillon.

Les réservoirs se comportent de la façon suivante :

- Ce sont des corps noirs source d'électrons
- Ils émettent des électrons selon la distribution de Fermi :  $f_\alpha(\epsilon) = f(\epsilon - \mu_\alpha)$  où  $f(\epsilon) = \left[ e^{\frac{\epsilon}{k_B T}} + 1 \right]^{-1}$ ,  $\alpha = 1, 2$ .
- Ils absorbent parfaitement les électrons à toutes les énergies

L'échantillon est supposé cohérent ( $L < L_\phi$ ), de façon à ce qu'on puisse considérer les électrons comme des ondes (planes en première approximation) qui seront transmises ou réfléchies quand elles arrivent sur un centre diffuseur.

### Fil idéal (ballistique) 1D - 1 canal - 2 contacts (cf. Fig. B.2)

Comme l'échantillon est ouvert, le nombre de particules n'est pas fixé, le formalisme de la seconde quantification est parfaitement adapté pour décrire cela. On introduit les opérateurs  $\hat{a}_{1,2}^\dagger(\epsilon)$  et  $\hat{a}_{1,2}(\epsilon)$  qui créent et annihilent les électrons d'énergie  $\epsilon$  dans le réservoir de gauche (ou de droite), puis qui se déplacent en direction de l'échantillon. Ces opérateurs satisfont aux relations d'anticommutations suivantes (les électrons étant des fermions) :

$$\{\hat{a}_\beta(\epsilon'), \hat{a}_\alpha^\dagger(\epsilon)\} = \delta_{\alpha\beta} \delta(\epsilon - \epsilon') \quad (\text{B.1})$$

$$\{\hat{a}_\beta(\epsilon'), \hat{a}_\alpha(\epsilon)\} = 0 \quad (\text{B.2})$$

On définit les opérateurs champ  $\hat{\psi}_1$  et  $\hat{\psi}_2$  qui représentent les ondes émises par le

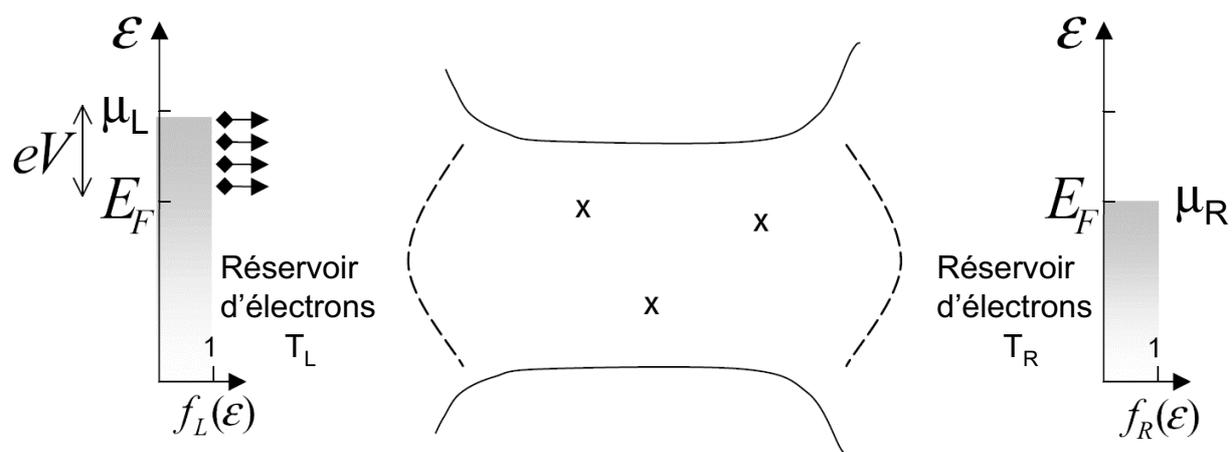


FIG. B.1 – Echantillon mésoscopique (ballistique ou diffusif) entre 2 réservoirs électroniques.

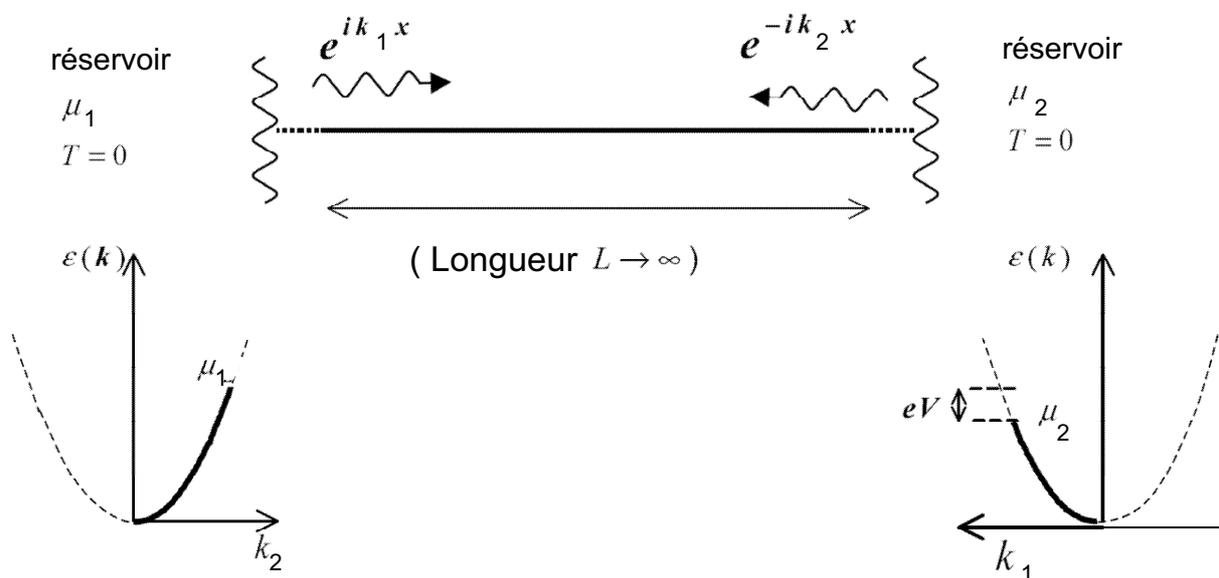


FIG. B.2 – Fil balistique 1D - 1 canal entre 2 contacts. Les électrons sont assimilés à des ondes planes.

réservoir de gauche (et de droite) :

$$\hat{\psi}_1(x, t) = \int d\epsilon e^{-i\epsilon t/\hbar} \frac{\hat{a}_1(\epsilon)}{\sqrt{2\pi\hbar v_1(\epsilon)}} e^{ik_1(\epsilon)x} \quad (\text{B.3})$$

$$\hat{\psi}_2(x, t) = \int d\epsilon e^{-i\epsilon t/\hbar} \frac{\hat{a}_2(\epsilon)}{\sqrt{2\pi\hbar v_2(\epsilon)}} e^{-ik_2(\epsilon)x} \quad (\text{B.4})$$

où :  $\nu(\epsilon) = \frac{1}{2\pi\hbar v_{1,2}(\epsilon)}$  est la densité d'états par unité d'énergie et par unité de longueur. On utilise ensuite l'opérateur courant (loin de l'échantillon) allant du réservoir de gauche à l'échantillon :

$$\hat{I}_1(x, t) = \frac{e\hbar}{2im} \left[ \hat{\psi}_1^\dagger(x, t) \frac{\partial \hat{\psi}_1(x, t)}{\partial x} - \frac{\partial \hat{\psi}_1^\dagger(x, t)}{\partial x} \hat{\psi}_1(x, t) \right] \quad (\text{B.5})$$

Après un petit peu d'algèbre, on obtient :

$$\hat{I}_1(x, t) = \frac{e}{h} \int d\epsilon d\epsilon' e^{i(\epsilon' - \epsilon)t/\hbar} \frac{v_1(\epsilon) + v_1(\epsilon')}{2\sqrt{v_1(\epsilon) * v_1(\epsilon')}} \hat{a}_1^\dagger(\epsilon') \hat{a}_1(\epsilon) e^{i(k_1(\epsilon) - k_1(\epsilon'))x} \quad (\text{B.6})$$

En utilisant :

$$\langle \hat{a}_1^\dagger(\epsilon) \hat{a}_1(\epsilon') \rangle = \delta(\epsilon - \epsilon') f_1(\epsilon) \quad (\text{B.7})$$

où  $\langle \rangle$  signifie moyenne statistique et quantique pour un échantillon à l'équilibre thermique, il vient :

$$I_1 = \langle I_1(x, t) \rangle = \frac{e}{h} \int d\epsilon f_1(\epsilon) \quad (\text{B.8})$$

De même pour  $I_2$ . Puis :

$$I = I_1 - I_2 = \frac{e}{h} \int_0^\infty d\epsilon (f_1(\epsilon) - f_2(\epsilon)) \quad (\text{B.9})$$

Enfin, avec  $\mu_1 = \mu_2 + eV$  :

$$I = \frac{e^2}{h} V \quad \forall V, T \quad (\text{B.10})$$

On obtient :

$$G = \lim_{V \rightarrow 0} \frac{\partial I}{\partial V} = \frac{e^2}{h} \approx \frac{1}{25.8 \text{k}\Omega} \quad (\text{B.11})$$

On retrouve le quantum de conductance  $G_Q$ .

## Fil 1 canal avec 1 région de diffusion et entre 2 contacts

On considère à présent un fil idéal dans lequel se trouve un centre diffuseur ponctuel, contacté par des fils idéaux à 2 réservoirs (cf Fig. B.3). Soient  $\hat{b}_{1,2}^\dagger(\epsilon)$  et  $\hat{b}_{1,2}(\epsilon)$  les opérateurs qui créent et annihilent les électrons dans le réservoir de gauche (ou de droite), et entrant dans celui-ci. Ils obéissent aux mêmes relations d'anti-commutation que les opérateurs  $\hat{a}^\dagger$  et  $\hat{a}$ .

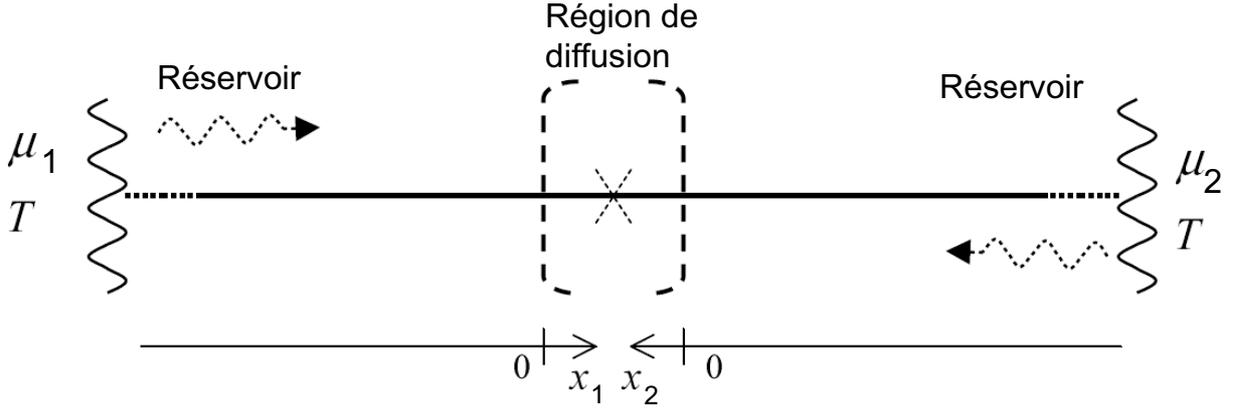


FIG. B.3 – Fil 1 canal avec 1 région de diffusion et en contact parfait avec 2 réservoirs.

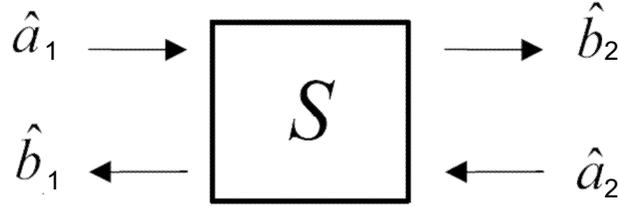


FIG. B.4 – Matrice de diffusion reliant les amplitudes de courant à l'entrée et à la sortie du fil.

Les opérateurs champ  $\hat{\psi}_1$  et  $\hat{\psi}_1^\dagger$  qui représentent l'onde totale à gauche ( $x_1 < 0$ ) deviennent :

$$\hat{\psi}_1(x, t) = \int d\epsilon \frac{e^{-i\epsilon t/\hbar}}{\sqrt{2\pi\hbar v_1(\epsilon)}} \left[ \hat{a}_1 e^{ik_1(\epsilon)x} + \hat{b}_1 e^{-ik_1(\epsilon)x} \right] \quad (\text{B.12})$$

$$\hat{\psi}_1^\dagger(x, t) = \int d\epsilon \frac{e^{i\epsilon t/\hbar}}{\sqrt{2\pi\hbar v_1(\epsilon)}} \left[ \hat{a}_1^\dagger e^{-ik_1(\epsilon)x} + \hat{b}_1^\dagger e^{ik_1(\epsilon)x} \right] \quad (\text{B.13})$$

On introduit la **matrice de diffusion**  $S$ . Elle relie les amplitudes de courant, non les amplitudes des fonctions d'onde (cf. Fig. B.4) par :

$$\begin{pmatrix} \hat{b}_1 \\ \hat{b}_2 \end{pmatrix} = S \begin{pmatrix} \hat{a}_1 \\ \hat{a}_2 \end{pmatrix} \quad \text{Avec :} \quad S = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r & t' \\ t & r' \end{pmatrix}$$

Les éléments diagonaux  $S_{11}$  et  $S_{22}$  décrivent la réflexion des électrons vers le réservoir de gauche ou de droite. Les éléments non diagonaux  $S_{21}$  et  $S_{12}$  représentent la transmission des électrons à travers l'échantillon. La conservation du courant implique que la matrice  $S$  soit unitaire. Cela impose des conditions sur les probabilités de transmission  $T(\epsilon)$  et de réflexion  $R(\epsilon)$  :

$$|S_{12}|^2(\epsilon) = T_{12}(\epsilon) = |S_{21}|^2(\epsilon) = T_{21}(\epsilon) = T(\epsilon) \quad (\text{B.14})$$

$$|S_{11}|^2(\epsilon) = |S_{22}|^2(\epsilon) = R(\epsilon) = 1 - T(\epsilon) \quad (\text{B.15})$$

De même pour  $S^\dagger$ . D'autre part, en présence de symétrie par renversement du sens du temps, la matrice de diffusion est symétrique réelle (principe de réversibilité microscopique).

L'opérateur courant qui circule dans le réservoir de gauche (loin de l'échantillon) s'exprime :

$$\hat{I}_1(t) = \frac{e}{h} \int d\epsilon d\epsilon' e^{i(\epsilon' - \epsilon)t/\hbar} e^{i(k_1(\epsilon') - k_1(\epsilon))x} \frac{v_1(\epsilon) + v_1(\epsilon')}{2\sqrt{v_1(\epsilon) \times v_1(\epsilon')}} \left[ \hat{a}_1^\dagger(\epsilon') \hat{a}_1(\epsilon) - \hat{b}_1^\dagger(\epsilon') \hat{b}_1(\epsilon) \right] \quad (\text{B.16})$$

En utilisant la définition de la matrice de diffusion, on peut exprimer le courant en terme d'opérateurs  $\hat{a}$  et  $\hat{a}^\dagger$  seulement<sup>1</sup> :

$$\hat{I}_1(t) = \frac{e}{h} \sum_{\alpha\beta} \int d\epsilon d\epsilon' e^{i(\epsilon' - \epsilon)t/\hbar} \hat{a}_{\alpha}^\dagger(\epsilon) \mathcal{T}_{\alpha\beta}(1; \epsilon, \epsilon') \hat{a}_{\beta}(\epsilon') \quad (\text{B.17})$$

où les indices  $\alpha$  et  $\beta$  se rapportent aux réservoirs et sont soit 1 soit 2. La matrice  $A$  est définie par :

$$\mathcal{T}_{\alpha\beta}(1; \epsilon, \epsilon') = \delta_{\alpha 1} \delta_{\beta 1} - S_{1\alpha}^\dagger(\epsilon) S_{1\beta}(\epsilon') \quad (\text{B.18})$$

En posant :  $E' = E + \hbar\omega$  et en intégrant sur  $\omega$ , on obtient :

$$\hat{I}_1 = \frac{e}{h} \sum_{\alpha\beta} \int d\epsilon \hat{a}_{\alpha}^\dagger(\epsilon) \mathcal{T}_{\alpha\beta}(1; \epsilon, \epsilon) \hat{a}_{\beta}(\epsilon) \quad (\text{B.19})$$

Intéressons-nous maintenant à la valeur moyenne de  $I_1$ . En utilisant les équations (B.17) et (B.7), on obtient :

$$I_1 = \langle \hat{I}_1 \rangle = \frac{e}{h} \int d\epsilon [f_1(\epsilon) - |S_{11}|^2 f_1(\epsilon) - |S_{12}|^2 f_2(\epsilon)] \quad (\text{B.20})$$

Le premier terme correspond aux électrons émis par le contact 1 allant vers l'échantillon, le second aux électrons émis par le contact 1 et se réfléchissant sur l'échantillon, le troisième aux électrons émis par le contact 2 et étant transmis à travers l'échantillon. Avec les formules (B.15), on arrive à la **formule de Landauer** :

$$I_1 = \frac{e}{h} \int d\epsilon T(\epsilon) [f_1(\epsilon) - f_2(\epsilon)] \quad (\text{B.21})$$

On a donc :  $I_1 = -I_2 = I$ . Puis, en utilisant que  $\mu_1 = \mu_2 + eV$  :

$$G = \frac{e^2}{h} \int d\epsilon T(\epsilon) \left( -\frac{\partial f}{\partial \epsilon} \right) \quad (\text{B.22})$$

Or, à **T=0K** la dérivée de la fonction de distribution de Fermi devient la fonction de Dirac, si bien que la conductance linéaire se ramène à l'expression extrêmement simple suivante :

$$G = \frac{e^2}{h} T(\epsilon = \epsilon_F) \quad (\text{B.23})$$

### Fil diffusif : Généralisation m contacts - n canaux

On considère à présent un échantillon contacté par des fils idéaux à des réservoirs marqués par un indice  $\alpha$  (cf. Fig. B.5). Pour une certaine énergie  $\epsilon$ , le fil  $\alpha$  possède  $N_\alpha(\epsilon)$  canaux

<sup>1</sup>On peut montrer que les vitesses varient doucement avec l'énergie, typiquement à l'échelle de l'énergie de Fermi.

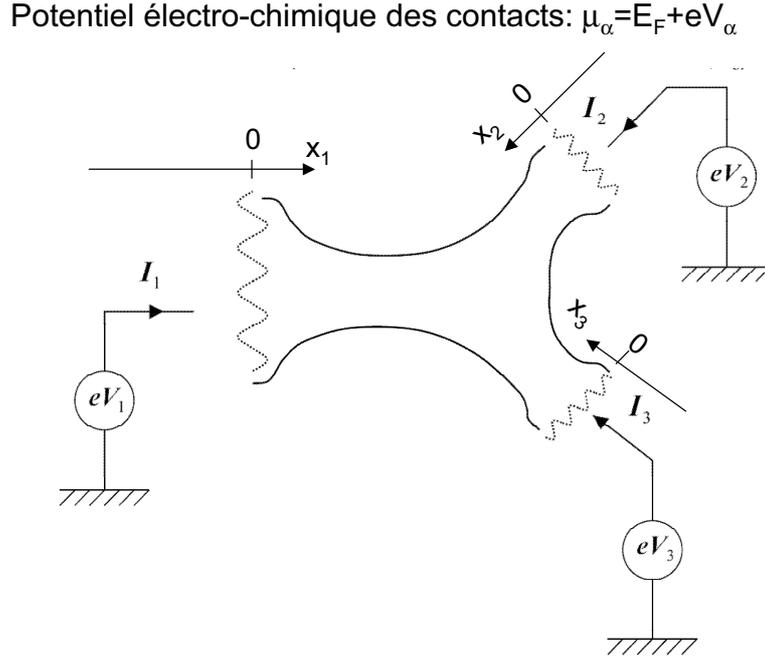


FIG. B.5 – Fil diffusif relié, par des fils idéaux possédant  $N_\alpha$  canaux de conduction, à des réservoirs  $\alpha$ .

transverses. De même que précédemment, on introduit les opérateurs  $\hat{a}_{\alpha,n}^\dagger(\epsilon)$ ,  $\hat{a}_{\alpha,n}(\epsilon)$ ,  $\hat{b}_{\alpha,n}^\dagger(\epsilon)$  et  $\hat{b}_{\alpha,n}(\epsilon)$  se référant au  $n^{\text{ième}}$  canal du fil  $\alpha$  et reliés entre eux par la matrice de diffusion  $S$  selon :

$$\hat{b}_{\alpha,m}(\epsilon) = \sum_{\beta n} S_{\alpha\beta;mn}(\epsilon) \hat{a}_{\beta,n}(\epsilon) \quad (\text{B.24})$$

De même pour  $S^\dagger$ .

En opérant comme précédemment, on généralise la formule (B.17) pour le courant à travers le fil  $\alpha$  :

$$\hat{I}_\alpha(t) = \frac{e}{h} \sum_{\beta\gamma} \sum_{mn} \int d\epsilon d\epsilon' e^{i(\epsilon' - \epsilon)t/\hbar} \hat{a}_{\beta m}^\dagger(\epsilon) \mathcal{T}_{\beta\gamma}^{mn}(\alpha; \epsilon, \epsilon') \hat{a}_{\gamma n}(\epsilon') \quad (\text{B.25})$$

avec les coefficients de la matrice  $\mathcal{T}$  :

$$\mathcal{T}_{\beta\gamma}^{mn}(\alpha; \epsilon, \epsilon') = \delta_{mn} \delta_{\alpha\beta} \delta_{\alpha\gamma} - \sum_k S_{\alpha\beta;mk}^\dagger(\epsilon) S_{\alpha\gamma;kn}(\epsilon') \quad (\text{B.26})$$

Les signes du courant sont pris positifs quand ils arrivent sur l'échantillon. Par exemple pour 3 réservoirs, la matrice de diffusion a la forme suivante :

$$S = \begin{pmatrix} (S_{11}) & (S_{12}) & (S_{13}) \\ (S_{21}) & (S_{22}) & (S_{23}) \\ (S_{31}) & (S_{32}) & (S_{33}) \end{pmatrix}$$

Les sous matrices  $S_{\alpha\alpha} = (S_{\alpha\alpha,nn'})$  diagonales de dimension  $N_\alpha * N_\alpha$  se rapportent à la réflexion à partir d'un canal  $n'$  vers le canal  $n$  et les sous matrices  $S_{\alpha\beta} = (S_{\alpha\beta,nn'})$  diagonales

de dimension  $N_\alpha * N_\beta$  se rapportent à la transmission à partir du canal  $m'$  du contact  $\beta$  vers le canal  $n$  du contact  $\alpha$ . Le courant moyen devient alors :

$$I_\alpha = \frac{e}{h} \int d\epsilon \sum_{n=1}^{N_\alpha} \left[ f_\alpha(\epsilon) - f_\alpha(\epsilon) \sum_{n'=1}^{N_\alpha} |S_{\alpha\alpha,nn'}|^2 - \sum_{\beta \neq \alpha} f_\beta(\epsilon) \sum_{m'=1}^{N_\beta} |S_{\alpha\beta,mm'}|^2 \right] \quad (\text{B.27})$$

qui est la formule (4.14) de départ de la section (4.2.1). Le premier terme correspond aux électrons émis par le contact  $\alpha$  allant vers l'échantillon, le second aux électrons émis par le contact  $\alpha$  et se réfléchissant sur l'échantillon, le troisième aux électrons émis par les contacts  $\beta \neq \alpha$  et transmis à travers l'échantillon vers  $\alpha$ .



# Annexe C

## Applicabilité de la théorie des matrices aléatoires RMT

Le but de cette annexe est de donner une condition sur l'applicabilité de la RMT (Théorie des Matrices aléatoires) pour nos anneaux Aharonov-Bohm.

On rappelle que la RMT est applicable si l'énergie de Thouless de la cavité est la plus grande des énergies. Comparons-la au taux d'échappement présent à cause de l'ouverture de l'échantillon au monde extérieur via  $N$  canaux. On a par définition :

$$\omega_{esc} = \frac{N\Delta}{2\pi} \quad (\text{C.1})$$

Or :

$$N = \frac{2W}{\lambda_F/2}, \quad \Delta = \frac{2\pi\hbar^2}{mLW} \quad (\text{C.2})$$

avec  $L$  demie circonférence de l'anneau. D'où :

$$\omega_{esc} = \frac{2\hbar^2 k_F}{m\pi L} \quad (\text{C.3})$$

De plus, tant que  $W \ll R$  (avec  $R$  rayon de l'anneau), l'énergie de Thouless correspond à :

$$E_{Th} = \frac{\hbar^2 k_F l_e}{2mL^2} \quad (\text{C.4})$$

Donc :

$$\frac{E_{Th}}{\omega_{esc}} = \frac{\pi l_e}{4L} \quad (\text{C.5})$$

Pour nos échantillons,  $l_e \approx 1$  à  $2 \mu\text{m}$  et  $L \approx 2,4 \mu\text{m}$ . Des facteurs  $2\pi$  peuvent intervenir également, en effet certains théoriciens définissent  $E_{Th}$  par  $E_{Th} = \frac{\hbar^2 k_F l_e (2\pi)^2}{2mL^2}$ , ce qui augmente le rapport  $\frac{E_{Th}}{\omega_{esc}}$ . On voit que nous sommes à la limite de l'applicabilité de la RMT car  $E_{Th} \approx \omega_{esc}$ . Donc, dans un premier temps, on pourra faire l'hypothèse que les prédictions théoriques obtenues pour une cavité chaotique sont valables (même si nos échantillons étaient diffusifs  $l_e < L$ ). Ainsi, on pourra supposer que la chute de potentiel a lieu aux contacts et que le potentiel électrique interne de l'anneau est uniforme. Mais l'expérience seule validera cette hypothèse.



# Annexe D

## Traitement des données en fonction du champ magnétique

Dans cet annexe, on détaille le traitement des données en fonction du champ magnétique.

D'abord, on repère l'extremum local de la conductance linéaire le plus proche de 0 (il n'y en a qu'un seul et c'est la plupart du temps un minimum car on a une magnétoconductance positive). Soit  $B_{up}$  et  $B_{dn}$  les valeurs de ces extremums (ils valent seulement quelques Gauss) pour les courbes "up" et "dn" respectivement (cf. Fig. (5.3)). De façon, à superposer les 2 courbes à 0G, on réalise les opérations suivantes :  $G_{1up}(B) \leftarrow G_{1up}(B - B_{up})$  et  $G_{1dn}(B) \leftarrow G_{1dn}(B - B_{dn})$ . Le 0 du champ de notre expérience se situe donc en  $B_0 = (B_{up} + B_{dn})/2$ . Comme les 2 courbes ne se superposent plus parfaitement au bout de quelques dizaines de Gauss, on prend la valeur moyenne. On regarde ensuite de quel champ  $B_3$  sont séparées les 2 courbes de la conductance non linéaire  $G_2$ . En outre, pour que les 2 courbes soient superposées au 0 du champ de notre expérience, on opère<sup>1</sup> :  $G_{2up}(B) \leftarrow G_{2up}(B - B_3/2)$  et  $G_{2dn}(B) \leftarrow G_{2dn}(B - B_3/2)$ . Et on ramène le tout au 0 du graphique par<sup>2</sup> :  $G_{2up}(B) \leftarrow G_{2up}(B - B_0)$  et  $G_{2dn}(B) \leftarrow G_{2dn}(B - B_0)$ . Enfin, on prend la valeur moyenne des 2 courbes parce qu'un petit décalage qui grandit avec le champ apparaît. Il s'agit d'être précis lors de ces étapes parce que cela peut modifier l'asymétrie à bas champ et donc des figures comme (5.15). En pratique, on a presque toujours un extremum local à 0G à l'intervalle de champ entre 2 points de mesures près (nous y reviendrons dans la partie (5.5)). Pour la conductance linéaire  $G_1$  cette méthode est validée parce que  $G_1$  obtenue est paire à mieux que 2 pour mille près (cf. Fig. 5.4).

---

<sup>1</sup>Comme on n'attend pas de parité particulière, il n'y a pas forcément un extremum en 0.

<sup>2</sup>On n'a pas forcément  $B_{up} = B_0 + B_3/2$  parce que les courbes sur  $G_1$  et sur  $G_2$  ont été mesurées en même temps avec 2 lock-in différents qui n'ont pas le même temps de réponse.



# Annexe E

## Calcul de la constante d'interaction

Le but de cette annexe est de calculer la valeur qu'on attend pour  $\gamma_{\text{int}}$  (défini dans la section 4.3.2 au sens de Büttiker *et al.*) et le rapport  $\delta G_2^{AS}/\delta G_2^S$ .

Commençons par  $\gamma_{\text{int}}$  :

$$\gamma_{\text{int}} = \frac{C_\mu}{C} = \frac{2e^2/C}{2e^2/C + \Delta} = \frac{1}{1 + C\Delta/2e^2} \quad (\text{E.1})$$

où  $\Delta$  est l'écart entre niveaux et  $C$  est la capacité de l'anneau. Il est important de comprendre que l'anneau se comporte comme une cavité chaotique pratiquement fermée (cf. partie (5.3)). Pour un système ouvert, l'écart entre niveaux serait nul.

Notons par commodité  $U_C$ , l'énergie de charge  $2e^2/C$ . Il vient :

$$\gamma_{\text{int}} = \frac{1}{1 + \Delta/U_C} \quad (\text{E.2})$$

Or, à 2 dimensions :

$$\Delta = \frac{2\pi\hbar^2}{mS} \approx 30\text{mK} \quad (\text{E.3})$$

où  $m$  est la masse effective de l'électron dans l'AsGa et où on a pris  $S = 2\mu\text{m}^2$  pour l'anneau 2.

Calculons maintenant la capacité géométrique de l'anneau  $C$ . En considérant l'anneau comme uniformément chargé, notons  $\sigma = Q/S$  sa densité uniforme de charge par unité de surface. Décomposons notre anneau en 2 disques centrés au même endroit, l'un de rayon  $R + W$  chargé uniformément  $\sigma$ , l'autre de rayon  $R$  chargé uniformément  $-\sigma$  (cf schéma E.1). Comme les surfaces des 2 disques sont équipotentielles, le potentiel total peut être trouvé en calculant le potentiel au centre. Ce qui donne pour le premier disque :

$$V(0) = \int_0^{R+W} \frac{\sigma 2\pi r}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r r} dr \quad (\text{E.4})$$

On applique ensuite le principe de superposition pour trouver le potentiel de l'anneau :

$$V(0) = \int_R^{R+W} \frac{\sigma 2\pi r}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r r} dr = \frac{\sigma W}{2\epsilon_0\epsilon_r} = \frac{QW}{2\epsilon_0\epsilon_r S} \quad (\text{E.5})$$

et la capacité est :

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{2\epsilon_0\epsilon_r S}{W} \quad (\text{E.6})$$

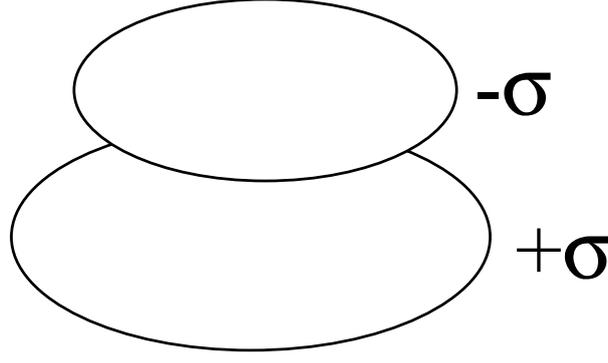


FIG. E.1 – Décomposition de l’anneau considéré comme uniformément chargé en 2 disques centrés au même endroit, l’un de rayon  $R + W$  chargé uniformément  $\sigma$ , l’autre de rayon  $R$  chargé uniformément  $-\sigma$ .

avec  $S = 2\pi RW$ , on retrouve  $C = 2\epsilon_0\epsilon_r L$  (où  $L$  est le périmètre) qui est l’ordre de grandeur de la capacité d’un fil de longueur  $L$ .

Calculons à présent le rapport  $\Delta/U_C$  qui intervient dans  $\gamma_{\text{int}}$  :

$$\frac{\Delta}{U_C} = \frac{\frac{2\pi\hbar^2}{mS}}{2e^2 \frac{W}{2\epsilon_0\epsilon_r S}} = \frac{a_0}{2W} \quad (\text{E.7})$$

où  $a_0$  est tout simplement le rayon de Bohr dans l’AsGa :

$$a_0 = \frac{\hbar^2 4\pi\epsilon_0\epsilon_r}{me^2} \approx 7\text{nm} \quad (\text{E.8})$$

Il est remarquable que le rapport de ces 2 énergies et donc  $\gamma_{\text{int}}$  s’expriment si simplement en fonction d’une constante universelle  $a_0$  et de la largeur  $W$  des brins de l’anneau !

Cela nous donne pour l’anneau 2 :

$$\gamma_{\text{int}} = \frac{1}{1 + a_0/2W} \approx \frac{1}{1 + 7/900} \approx 0.99 \quad (\text{E.9})$$

La valeur obtenue après ajustement de la courbe expérimentale est plutôt pour l’anneau 2 :  $\gamma_{\text{int}} = 0.94 \pm 0.02$ . La différence vient du fait que la capacité qu’on a calculée ne correspond pas à la capacité de l’expérience. Cette capacité est assez difficile à déterminer puisqu’il n’y a pas de véritable plan de masse proche de l’anneau.

Essayons à présent de calculer la valeur escomptée pour le rapport :  $\delta G_2^{AS}/\delta G_2^S$ . Rappelons d’abord son expression pour une force d’interaction quelconque (cf. formule (5.12)) :

$$\frac{\delta G_2^{AS}}{\delta G_2^S} = \frac{1}{\sqrt{1 + 2 \left( \frac{g}{\delta G_1} \right)^2 (1/\gamma_{\text{int}} - 1)^2}} \quad (\text{E.10})$$

Commençons par nous intéresser à :

$$\frac{1}{\gamma_{\text{int}}} - 1 = 1 + \frac{\Delta}{U_C} - 1 = \frac{\Delta}{U_C} = \frac{a_0}{2W} \quad (\text{E.11})$$

On arrive ainsi à exprimer le rapport  $\delta G_2^{AS}/\delta G_2^S$  en fonction de seulement 2 paramètres expérimentaux :  $g$  et  $W$

$$\frac{\delta G_2^{AS}}{\delta G_2^S} = \frac{1}{\sqrt{1 + 2 \left(\frac{g}{\delta G_1}\right)^2 (a_0/2W)^2}} \quad (\text{E.12})$$

Cela nous donnerait pour l'anneau 2 et  $g \approx 21$  :

$$\frac{\delta G_2^{AS}}{\delta G_2^S} \approx \frac{1}{\sqrt{1 + 2 * (21/0.7)^2 * (7/900)^2}} \approx 0.95 \quad (\text{E.13})$$

or, on trouve expérimentalement :  $0.3 \pm 0.2$  . La différence vient du fait qu'on a utilisé la valeur de  $\gamma_{\text{int}}$  calculée qui n'est pas la valeur expérimentale à cause d'une capacité difficile à déterminer.



# Annexe F

## Calculs haute fréquence

Dans cette annexe on utilise le modèle semi-classique pour expliciter de façon un peu plus rigoureuse la conductance mesurée avec 2 contacts (formule 4.57), retrouver l'amplitude typique de la partie antisymétrique du courant photovoltaïque, calculer le déphasage à haute ( $\omega\tau_D \lesssim 1$ ) et très haute fréquence ( $\omega\tau_D \gg 1$ ) causé par la RF. On négligera l'interaction électron-électron.

### F.1 Calcul de G sans champ radio-fréquence

On part de la formule 4.50 qui peut être mise sous la forme :

$$G = \sum_{i,j} A_i A_j (\cos(\phi_j - \phi_i) + \cos(\phi_{-j} - \phi_{-i})) \quad (\text{F.1})$$

Dans cette expression, on somme sur toutes les trajectoires possibles du contact de gauche 1 au contact de droite 2. On rappelle que la trajectoire  $-i$  est obtenue en parcourant la trajectoire  $i$  dans le sens opposé. Les phases peuvent aussi être définies comme les intégrales du Lagrangien du système  $\mathcal{L}(\vec{r}, \vec{v}, \tau)$  :

$$\phi_i = \frac{1}{\hbar} \int_i \mathcal{L}(\vec{r}(\tau), \vec{v}(\tau), \tau) d\tau \quad (\text{F.2})$$

$$\phi_i = \frac{1}{\hbar} \int_i \left( \frac{mv^2(\tau)}{2} - e\vec{A}(\vec{r}(\tau), \tau) \cdot \vec{v}(\tau) + eV(\tau) \right) d\tau \quad (\text{F.3})$$

et :

$$\phi_{-i} = \frac{1}{\hbar} \int_i \mathcal{L}(\vec{r}(\tau_i - \tau), -\vec{v}(\tau_i - \tau), \tau) d\tau \quad (\text{F.4})$$

Dans le cas où le champ électrique externe est stationnaire, l'énergie des particules est conservée et seules les trajectoires à l'énergie de Fermi contribuent à la conductance. Si on suppose maintenant que le potentiel dans les fils est stationnaire et que seul l'anneau mésoscopique est exposé au champ radiofréquence, l'énergie de la particule est conservée dans les fils, mais son énergie à l'entrée de l'anneau (au contact 1) peut différer de son énergie à la sortie (au contact 2). Pour des raisons de simplicité, on supposera par la suite :  $\epsilon_1 \approx \epsilon_2 \approx \epsilon_F$ . Cette hypothèse est sans doute fautive à très haute fréquence  $\omega\tau_D \gg 1$ . En

présence d'un champ magnétique statique  $\vec{B} = r \text{rot}(\vec{A}) = r \text{rot}(\frac{\vec{B} \times \vec{r}}{2})$ , les phases sont données par :

$$\phi_i = \phi_{i,0} + \alpha_i B, \quad \phi_{-i} = \phi_{i,0} - \alpha_i B \quad (\text{F.5})$$

où :  $\phi_{i,0} = \frac{1}{\hbar} \int_i \frac{mv^2(\tau)}{2} d\tau$  et  $\alpha_i = \frac{e}{2\hbar} \int_i \vec{v}(\tau) \times \vec{r}(\tau) d\tau$ . En insérant ces expressions dans l'éq.(F.1), on obtient la formule (4.57) :

$$\Delta G = 2 \sum_{i,j} A_i A_j \cos(\phi_{ij}^0) \cos(\alpha_{ij} B) \quad (\text{F.6})$$

avec :  $\phi_{ij}^0 = \phi_i^0 - \phi_j^0 \approx k_F(L_i - L_j)$  et  $\alpha_{ij} = \alpha_i - \alpha_j \approx 2\pi S_{ij}/\Phi_0$ .

## F.2 Calcul de G avec champ radio-fréquence

En présence d'un champ électrique haute fréquence  $\omega\tau_D \lesssim 1$  et très haute fréquence  $\omega\tau_D \gg 1$ , les valeurs des phases sont modifiées de  $\delta\phi_i(t)$  et  $\delta\phi_{-i}(t)$  :

$$\phi_i = \phi_{i,0} + \alpha_i B + \delta\phi_i(t) \quad (\text{F.7})$$

$$\phi_{-i} = \phi_{i,0} - \alpha_i B + \delta\phi_{-i}(t) \quad (\text{F.8})$$

En général, les déphasages  $\delta\phi_i$  et  $\delta\phi_{-i}$  sont différents, ce qui donne naissance à des termes qui ne sont pas invariants par renversement du sens du temps :

$$G_2^{hf,thf} = G_2^S + G_2^{AS} = \sum_{i,j} A_i A_j (\cos(\phi_{ij,0} + \delta\phi_{ij}) + \cos(\phi_{ij,0} + \delta\phi_{-i-j})) \cos(\alpha_{ij} B) \quad (\text{F.9})$$

$$- (\sin(\phi_{ij,0} + \delta\phi_{ij}) - \sin(\phi_{ij,0} + \delta\phi_{-i-j})) \sin(\alpha_{ij} B) \quad (\text{F.10})$$

où :  $\delta\phi_{ij} = \delta\phi_i - \delta\phi_j$  et  $\delta\phi_{-i-j} = \delta\phi_{-i} - \delta\phi_{-j}$ . Attention, en présence d'interaction électron-électron, il y a une phase en plus dans  $G_2^S$  qui dépend de  $B$ , donc un terme impair en champ dans  $G_2^S$  se rajoute.

D'abord, on va estimer l'amplitude du courant photovoltaïque  $I_{pvS}$  pair en champ magnétique. Dans la limite des petits déphasages :  $\delta\phi_i, \delta\phi_{-i}$  on a (les autres termes se moyennant à 0) :

$$\begin{aligned} I_{pvS} &= \langle G_2^S V \cos(\omega t) \rangle_\tau \\ &\cong -2V \langle \sum_{i,j} A_i A_j \sin(\phi_{ij,0}) (\delta\phi_i(t) + \delta\phi_{-i}(t)) \cos(\alpha_{ij} B) \cos(\omega t) \rangle_\tau \end{aligned}$$

(le facteur 2 vient du fait qu'il y avait des termes en  $-(\delta\phi_j(t) + \delta\phi_{-j}(t))$  qu'on retrouve dans la somme en commutant  $i$  et  $j$ ).

Le déphasage moyenné dans le temps à cause du champ  $E_x \cos(\omega t)$  est :

$$\langle \delta\phi_i(t) \cos(\omega t) \rangle_\tau \cong - \langle \frac{e}{\hbar} \int_t^{t+\tau_i} E_x \cos(\omega\tau) x_i(\tau) d\tau \cos(\omega t) \rangle_\tau \quad (\text{F.11})$$

$$\cong - \frac{e}{2\hbar} \int_0^{\tau_i} E_x \cos(\omega\tau) x_i(\tau) d\tau \quad (\text{F.12})$$

$$\cong - \frac{eV \sin(\omega\tau_i)}{2\hbar \omega} \quad (\text{F.13})$$

Où  $x_i(\tau)$  est l'abscisse curviligne de la  $i^{\text{ème}}$  trajectoire,  $\tau_i$  le temps nécessaire pour aller du contact 1 au contact 2 et  $V = E_x|L_{12}|$  est la tension AC. Une estimation identique pour  $\delta\phi_{-i}$  mène à :

$$I_{pvS} \cong \frac{2eV^2}{\hbar} \sum_{i,j} A_i A_j \sin(\phi_{ij,0}) \cos(\alpha_{ij}B) \frac{\sin(\omega\tau_i)}{\omega} \quad (\text{F.14})$$

Dans le régime des très hautes fréquences  $\omega\tau_D \gg 1$ ,  $\sin(\omega\tau_i)$  a essentiellement une phase aléatoire, et mène (de même que  $\cos(\alpha_{ij}B)$ ) à des fluctuations de conductance de l'ordre de  $\delta G_1(\omega) \cong \frac{\delta G_1(\omega=0)}{\sqrt{\omega\tau_D}} \cong \frac{e^2}{h\sqrt{\omega\tau_D}}$  [94]. D'où :

$$I_{pvS}^{thf} \propto \frac{e^3 V^2}{\hbar^2 \omega \sqrt{\omega\tau_D}} \quad (\omega\tau_D \gg 1) \quad (\text{F.15})$$

Dans le régime haute fréquence  $\omega\tau_D \lesssim 1$ , la quantité  $\sin(\omega\tau_i)/\omega \cong \tau_i$  a des fluctuations de l'ordre de  $\tau_D$  autour de sa valeur moyenne et les fluctuations de conductance sont de l'ordre de  $\delta G_1(\omega) \cong \delta G_1(\omega=0) \cong \frac{e^2}{h}$ , si bien que :

$$I_{pvS}^{hf} \propto \frac{e^3 V^2 \tau_D}{\hbar^2} \quad (\omega\tau_D \lesssim 1) \quad (\text{F.16})$$

qui est équivalent à  $I_{pv}^{bf}$ , le courant photovoltaïque à  $\omega\tau_D \ll 1$ .

Le terme antisymétrique en champ magnétique  $G_2^{AS}$  est nul à  $\omega = 0$ , en effet :

$$\sin(\phi_{ij}^0 + \delta\phi_{ij}) - \sin(\phi_{ij}^0 + \delta\phi_{-i-j}) = 2 \cos(\phi_{ij}^0) \sin\left(\frac{\delta\phi_{ij} - \delta\phi_{-i-j}}{2}\right) \quad (\text{F.17})$$

Or :

$$\delta\phi_{ij} - \delta\phi_{-i-j} = \delta\phi_i - \delta\phi_{-i} - (\delta\phi_j - \delta\phi_{-j}) \quad (\text{F.18})$$

qui est nul sans RF car  $\delta\phi_{i-i} = 0$ .

Dans la limite des petits déphasages :

$$G_2^{AS} \cong - \sum_{i,j} A_i A_j \cos(\phi_{ij}^0) \sin(\alpha_{ij}B) (\delta\phi_{ij} - \delta\phi_{-i-j}) \quad (\text{F.19})$$

$$G_2^{AS} \cong -2 \sum_{i,j} A_i A_j \cos(\phi_{ij}^0) \sin(\alpha_{ij}B) (\delta\phi_i - \delta\phi_{-i}) \quad (\text{F.20})$$

(le terme 2 intervient pour les mêmes raisons que précédemment)

Cela donne pour la partie antisymétrique du courant photovoltaïque en moyennant sur le temps :

$$I_{pvAS} \cong \langle G_2^{AS} V \cos(\omega t) \rangle_\tau \cong -2V \left\langle \sum_{i,j} A_i A_j \cos(\phi_{j,i,0}) \sin(\alpha_{j,i}B) (\delta\phi_i - \delta\phi_{-i}) \cos(\omega t) \right\rangle_\tau \quad (\text{F.21})$$

Puis :

$$\langle (\delta\phi_i - \delta\phi_{-i}) \cos(\omega t) \rangle_\tau \quad (\text{F.22})$$

$$\cong \frac{-eE_x}{\hbar} \int_0^{\tau_i} d\tau x(\tau) \langle (\cos(\omega\tau + \omega t) - \cos(\omega(\tau_i - \tau) + \omega t)) \cos(\omega t) \rangle_\tau \quad (\text{F.23})$$

$$\cong \frac{eE_x}{\hbar} \sin(\omega\tau_i/2) \int_0^{\tau_i} d\tau x(\tau) \sin(\omega(\tau - \tau_i/2)) \quad (\text{F.24})$$

$$\cong \sin(\omega\tau_i/2) \sqrt{(\delta\phi)^2} \quad (\text{F.25})$$

### F.3 Calcul du déphasage avec champ radio-fréquence

Dans cette section on essaiera de calculer le déphasage  $\langle (\delta\phi)^2 \rangle$  à haute ( $\omega\tau_D \lesssim 1$ ) et très haute fréquence ( $\omega\tau_D \gg 1$ ) causé par la RF. Ce calcul s'inspire de la référence [91].

$$\langle (\delta\phi)^2 \rangle = \frac{(eE_x)^2}{\hbar^2} \int_0^{\tau_i} \int_0^{\tau_i} d\tau_1 d\tau_2 \sin(\omega(\tau_1 - \tau_i/2)) \sin(\omega(\tau_2 - \tau_i/2)) \langle x(\tau_1)x(\tau_2) \rangle \quad (\text{F.26})$$

$$= \frac{(eE_x)^2}{\hbar^2} \int_0^{\tau_i} \int_0^{\tau_i} d\tau_1 d\tau_2 \sin(\omega(\tau_1 - \tau_i/2)) \sin(\omega(\tau_2 - \tau_i/2)) D \min(\tau_1, \tau_2) \quad (\text{F.27})$$

$$= \frac{(eE_x)^2 D}{\hbar^2} \frac{2\omega t(2 + \cos(2\omega t)) - 3 \sin(2\omega t)}{2\omega^3} \quad (\text{F.28})$$

En omettant, les facteurs numériques et en approximant  $\tau_i$  à  $\tau_D$  :

$$\langle (\delta\phi)^2 \rangle \propto \frac{(eE_x\omega)^2 D \tau_D^5}{\hbar^2}, \quad \omega\tau_D \lesssim 1 \quad (\text{F.29})$$

$$\langle (\delta\phi)^2 \rangle \propto \frac{(eE_x)^2 D \tau_D}{\omega^2 \hbar^2}, \quad \omega\tau_D \gg 1 \quad (\text{F.30})$$

dans la limite haute fréquence :  $\omega\tau_D \lesssim 1$ , on retrouve le résultat de la référence [91].

$$I_{pvAS}^{hf} \propto V \frac{e^2}{\hbar} \omega\tau_D \sqrt{\frac{(eV\omega)^2 \tau_D^4}{\hbar^2}} \propto \frac{e^3 V^2}{\hbar^2} \omega^2 \tau_D^3 \cong I_{pvS}^{hf} (\omega\tau_D)^2 \quad (\text{F.31})$$

dans la limite très haute fréquence :  $\omega\tau_D \gg 1$ , on obtient :  $\sqrt{\langle \delta\phi^2 \rangle} \propto 1/\omega$  et en utilisant à nouveau que  $\sin(\omega\tau_i/2)$  a une phase aléatoire menant à  $\delta G_1(\omega) \cong \frac{\delta G_1(\omega=0)}{\sqrt{\omega\tau_D}} \cong \frac{e^2}{\hbar\sqrt{\omega\tau_D}}$ , il vient :

$$I_{pvAS}^{thf} \propto V \frac{e^2}{\hbar\sqrt{\omega\tau_D}} \sqrt{\frac{(eV)^2}{\omega^2 \hbar^2}} \propto \frac{e^3 V^2}{\hbar^2 \omega \sqrt{\omega\tau_D}} \cong I_{pvS}^{thf} \quad (\text{F.32})$$

On retrouve le résultat de Fal'ko *et al.* [85] proportionnel à  $\omega^{-3/2}$ . La limite de ce calcul est que la conductance n'est déterminée qu'à l'énergie de Fermi. Ce n'est pas tout à fait vrai en présence de champ RF, et la diffusion en énergie doit être prise en compte.

# Publications

Cette thèse a donné lieu aux publications suivantes :

[Pub1]

*Direct Measurement of the Phase-Coherence Length in a GaAs/GaAlAs Square Network*

M. Ferrier, L. Angers, A. C. H. Rowe, S. Guéron, H. Bouchiat, C. Texier, G. Montambaux and D. Maily, *Phys. Rev. Lett.* **93**, 246804 (2004)

[Pub2]

*Magnetic field asymmetry of mesoscopic dc rectification Aharonov-Bohm rings.*

L. Angers, E. Zakka-Bajjani, R. Deblock, S. Guéron, H. Bouchiat, A. Cavanna, U. Gennser and M. Polianski, *Phys. Rev. B* **75**, 115309 (2007).

[Pub3]

*Mesoscopic Photovoltaic effect : diffusion and spectroscopy of coherent two level systems.*

L. Angers, E. Zakka-Bajjani, R. Deblock, S. Guéron, H. Bouchiat, A. Cavanna, U. Gennser and M. Polianski, (*To be published in Phys. Rev. B*)

[Pub4]

*Proximity DC squids in the long junction limit*

L. Angers, F. Chiodi, J.C. Cuevas, M. Ferrier, S. Guéron, and H. Bouchiat, (*To be submitted in Phys. Rev. B*)



# Bibliographie

- [1] Y. Imry, *Introduction to Mesoscopic Physics*, Oxford UP, New-York, 1997.
- [2] B. L. Altshuler, P. Lee, and R. Webb, *Mesoscopic Phenomena in Solids*, Elsevier, Amsterdam, 1991.
- [3] S. Chakravarty and A. Schmid, Weak localization : the quasiclassical theory of electrons in a random potential, *Physics Report* **140**(4), 193–236 (1986).
- [4] A. van Oudenaarden, M. Devoret, Y. Nazarov, and J. Mooij, Magneto-electric Aharonov-Bohm effect in metal rings, *Nature* **391**, 768 (1998).
- [5] S. Feng, P. Lee, and D. Stone, *Phys. Rev. Lett.* **56**, 1960 (1986).
- [6] P. Lee and D. Stone, *Phys. Rev. Lett.* **55**, 1622 (1985).
- [7] B. L. Altshuler, *JETP Lett* **41**, 648 (1985).
- [8] K. Ralls and R. Burhman, *Phys. Rev. Lett.* **60**, 2434 (1988).
- [9] W. Skocpol, P. Mankiewich, R. Howard, L. Jackel, D. Tennant, and A. D. Stone, Nonlocal Potential Measurements of Quantum Conductors, *Phys. Rev. Lett.* **58**(22), 2347 (1987).
- [10] D. Sharvin and Y. Sharvin, *Pis'ma Zh. Eksp. Teor. Fiz.* [*JETP Lett.* **34**, 272 (1981)] **34**, 285 (1981).
- [11] B. Pannetier, J. Chaussy, D. Rammal, and P. Gandit, *Phys. Rev. B* **53**(7), 718 (1984).
- [12] B. Pannetier, J. Chaussy, D. Rammal, and P. Gandit, *Phys. Rev. B* **31**(5), 3209 (1985).
- [13] M. Ferrier, L. Angers, A. C. H. Rowe, S. Guéron, H. Bouchiat, C. Texier, G. Montambaux, and D. Mailly, *Phys. Rev. Lett.* **93**, 246804 (2004).
- [14] E. Akkermans and G. Montambaux, *Physique Mésoscopique des électrons et des photons*, CNRS-Intereditions, 2004.
- [15] C. Beenakker and H. van Houten, *Phys. Rev. B* **38**(5), 3232 (1988).
- [16] B. Al'tshuler, A. Aronov, and B. Spivak, *Pis'ma Zh. Eksp. Teor. Fiz.* [*JETP Lett.* **33**, 94 (1981)] **33**, 101–103 (1981).
- [17] W. Jost, *Diffusion in solids, liquids, gases*, Academic Press Inc., New York, 1952.
- [18] A. van Oudenaarden, Y. V. Nazarov, and J. E. Mooij, *Phys. Rev. B* **57**(15), 8816 (1998).
- [19] N. W. Ashcroft and N. D. Mermin, *Solid State Physics*, Saunders College, 1976.
- [20] C. Cohen-Tannoudji, B. Diu, and F. Laloë, *Mécanique quantique*, Hermann, éditeurs des sciences et des arts, France, 1998.

- [21] B. van Wees, H. van Houten, C. Beenaker, J. Williamson, L. Kouwenhoven, D. van der Marel, and C. Foxon, *Phys. Rev. Lett.* **60**(9), 848 (1988).
- [22] R. de Picciotto, H. Stormer, L. Pfeiffer, K. Baldwin, and K. West, *Nature* **411**, 51 (2001).
- [23] S. Datta, *Electronic transport in mesoscopic systems*, University Press, Cambridge, 1995.
- [24] Y. Blanter and M. Büttiker, Shot Noise in Mesoscopic Conductors, *Phys. Rep.* **336**, 1–166 (2000).
- [25] Y. Imry, *Europhys. Lett.* **1**, 249 (1986).
- [26] B. Spivak and A. Zyuzin, *Phys. Rev. Lett.* **93**(10), 106801 (2004).
- [27] D. Sanchez and M. Büttiker, *Phys. Rev. Lett.* **93**(10), 106802 (2004).
- [28] R. Landauer, *Z. Physik B* **21**, 247–254 (1975).
- [29] R. Landauer, Nonlocal Potential Measurements of Quantum Conductors, *IBM J. Research Develop.* **1**(22), 223 (1957).
- [30] T. Dittrich, P. Hänggi, G. Ingold, B. Kramer, G. Schön, and W. Zwerger, *Quantum Transport and Dissipation*, Wiley-VCH, Berlin, 1998.
- [31] W. Zwerger, L. Bönig, and K. Schönhammer, *Phys. Rev. B* **43**, 6434 (1991).
- [32] M. Polianski and M. Büttiker, *Phys. Rev. Lett.* **96**, 156804 (2006).
- [33] C. Beenakker, Random-matrix theory of quantum transport, *RMP* **69**, 731 (1997).
- [34] D. S. Fisher and P. Lee, *Phys. Rev. B* **23**, 6851 (1981).
- [35] L. Onsager, *Phys. Rev.* **38**, 2265 (1931).
- [36] H. G. B. Casimir, *Rev. Mod. Phys.* **17**(22), 343 (1945).
- [37] M. Büttiker, *Phys. Rev. Lett.* **57**, 1761 (1986).
- [38] A. D. Benoit, C. P. Umbach, R. B. Laibowitz, and R. A. Webb, *Phys. Rev. Lett.* **58**, 2343 (1987).
- [39] R. Häussler, E. Scheer, H. B. Weber, and H. V. Löhneysen, Conductance Oscillations in Mesoscopic Rings : Microscopic Versus Global Phase, *Phys. Rev. B* **64**, 85404 (2001).
- [40] S. Washburn and R. Webb, Aharonov-Bohm effect in normal metal. Quantum coherence and transport, *Advances in Physics* **35**, 375 (1986).
- [41] R. Landauer, *Non linearity in Condensed Matter*, A.R. Bishop et al. , Springer-Verlag, Berlin, 1987.
- [42] B. L. Altshuler and D. Khmel'nitskii, *JETP Lett* **42**, 359 (1985).
- [43] A. Larkin and D. Khmel'nitskii, *JETP* **64**, 247–254 (1986).
- [44] H. Linke, W. Sheng, A. Löfgren, H. Xu, P. Omling, and P. Lindelof, *Europhys. Lett.* **3**, 341 (1998).
- [45] F. Jülicher, A. Adjari, and J. Prost, *Rev. Mod. Phys.* **69**, 1269 (1997).
- [46] R. D. Astumian, *Science* **276**, 917 (1997).
- [47] A. Löfgren, C. Marlow, I. Shorubalko, R. Taylor, P. Omling, L. Samuelson, and H. Linke, *Phys. Rev. Lett.* **92**(4), 46803 (2004).

- [48] G. Rikken, J. Fölling, and P. Wyder, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 23660 (2001).
- [49] A. D. Martino, R. Egger, and A. Tsvelik, *Phys. Rev. Lett.* **97**, 076402 (2006).
- [50] M. Polianski and M. Büttiker, Magnetic-field symmetries of mesoscopic nonlinear conductance, *cond-mat/0701024* (2007).
- [51] R. Webb, S. Washburn, and C. Umbach, *Phys. Rev. B* **37**(14), 8455 (1988).
- [52] P. de Vegvar, G. Timp, P. Mankiewich, J. Cunningham, R. Behringer, and R. Howard, *Phys. Rev. B* **38**(6), 4326 (1988).
- [53] C. Marlow, R. Taylor, M. Fairbanks, I. Shorubalko, and H. Linke, *Phys. Rev. Lett.* **96**, 116801 (2006).
- [54] S. Guéron, *Quasiparticles in a diffusive conductor : Interaction and pairing*, PhD thesis, CEA, Saclay, 1997.
- [55] H. Linke, W. Sheng, A. Svensson, A. Löfgren, L. Christensson, H. Xu, P. Omling, and P. Lindelof, *Phys. Rev. B* **61**(23), 15914 (2000).
- [56] V. Krstic, S. Roth, M. Burghard, K. Kern, and G. L. J. A. Rikken, Magneto-chiral anisotropy in charge transport through single-walled carbon nanotubes, *J. Chem. Phys.* **117**(24), 11315 (2002).
- [57] J. Wei, M. Shimogawa, Z. Wang, I. Radu, R. Dormaier, and D. H. Cobden, *Phys. Rev. Lett.* **95**, 256601 (2005).
- [58] G. Rikken and P. Wyder, *Phys. Rev. Lett.* **94**, 16601 (2005).
- [59] L. Angers, E. Zakka-Bajjani, R. Deblock, S. Guéron, H. Bouchiat, A. Cavanna, U. Gennser, and M. Polianski, Magnetic field asymmetry of mesoscopic dc rectification Aharonov-Bohm rings., *Phys. Rev. B* (75), 115309 (2007).
- [60] S. Oberholzer, *Fluctuation phenomena in Low Dimensional Conductors*, PhD thesis, Basel, 2001.
- [61] B. L. Altshuler and A. Aronov, *Electron-Electron Interaction in Disordered Conductors*, Elsevier, Amsterdam, 1985.
- [62] T. Christen and M. Büttiker, *Europhys. Lett.* **35**, 523 (1996).
- [63] L. DiCarlo, C. Marcus, and J. Harris, *Phys. Rev. Lett.* **91**, 246804 (2003).
- [64] P. Brouwer, *Phys. Rev. B* **63**(10), 121303(R) (2001).
- [65] R. Leturcq, D. Sanchez, G. Götz, T. Ihn, K. Ensslin, D. C. Driscoll, and A. C. Gossard, Magnetic field symmetry and phase rigidity of the nonlinear conductance in a ring, *Phys. Rev. Lett.* **96**, 126801 (2006).
- [66] B. Reulet, H. Bouchiat, and D. Mailly, *Europhys. Lett.* **31**(5-6), 305–310 (1995).
- [67] D. M. Zumbühl, C. M. Marcus, M. P. Hanson, and A. C. Gossard, *Phys. Rev. Lett.* **96**, 206802 (2006).
- [68] T. Sajoto, Y. Suen, L. Engel, M. Santos, and M. Shayegan, *Phys. Rev. B* **41**(12), 8449 (1990).
- [69] D. Mailly and M. Sanquer, *J. Phys. I (France)* **2**, 357 (1992).
- [70] Y. Avishai, J.-L. Pichard, and K. Muttalib, *J. Phys. I (France)* **3**, 2343–2368 (1993).
- [71] T. Ludwig and A. Mirlin, *cond-mat/0312577* .

- [72] B. Reulet, *Susceptibilité magnétique orbitale et conductance AC d'anneaux mésoscopiques isolés*, PhD thesis, Université Paris-Sud, Centre d'Orsay, 1994.
- [73] P. Lee, A. D. Stone, and H. Fukuyama, Phys. Rev. B **35**, 1039 (1987).
- [74] C. Texier and G. Montambaux, Phys. Rev. B **72**, 115327 (2005).
- [75] C. Texier and G. Montambaux, Phys. Rev. B **74**, 209902(E) (2006).
- [76] K. Kobayashi, H. Aikawa, S. Katsumoto, and Y. Iye, J. Phys. Soc. Jpn. **71**, L2094 (2002).
- [77] A. E. Hansen, A. Kristensen, S. Pedersen, C. B. Sørensen, and P. E. Lindelof, Phys. Rev. B **64**, 045327 (2001).
- [78] G. Seelig and M. Büttiker, Phys. Rev. B **64**, 245313 (2001).
- [79] B. Spivak, A. Zyuzin, and D.H.Cobden, Phys. Rev. Lett. **95**, 226804 (2005).
- [80] J. Baselmans, T. Heikkilä, B. V. Wees, and T. Klapwijk, Phys. Rev. Lett. **89**(20), 207002 (2002).
- [81] R. Deblock, *Cohérence aux échelles mésoscopiques : réponse électromagnétique d'anneaux isolés et supercourants dans les nanotubes de carbone*, PhD thesis, Université Paris-Sud, Centre d'Orsay, 2001.
- [82] M. Fisher and L. Glazman, Transport in One Dimensional Luttinger Liquid, cond-mat/9610037 .
- [83] R. Bartolo, N. Giordano, X. Huang, and G. Bernstein, Phys. Rev. B **55**, 2384 (1997).
- [84] J. Liu, M. Pennington, and N. Giordano, Phys. Rev. B **45**, 1267 (1992).
- [85] V. Fal'ko and D. Khmel'nitskii, Pis'ma Zh. Eksp. Teor. Fiz. [Sov. Phys. JETP **68**(1), 186 (1989)] **95**, 328–337 (1989).
- [86] B. Spivak, F. Zhou, and M. B. Monod, Phys. Rev. B **51**, 13226 (1995).
- [87] T. Shutenko, I. Aleiner, and B. L. Altshuler, Phys. Rev. B **61**, 10366 (2000).
- [88] A. Bykov, G. Gusev, and Z. Kvon, Pis'ma Zh. Eksp. Teor. Fiz. [JETP Lett. **49**(1), 13 (1989)] **49**, 13 (1989).
- [89] A. Bykov, Z. Kvon, L. Litvin, Y. Nastaushev, V. Mansurov, V. Migal', and S. Moshchenko, Pis'ma Zh. Eksp. Teor. Fiz. [JETP Lett. **58**(7), 543 (1993)] **58**, 538–541 (1993).
- [90] J. Wei, S. Pereverzev, and M. Gershenson, Phys. Rev. Lett. **96**, 086801 (2006).
- [91] B. L. Altshuler, A. Aronov, and D. Khmel'nitskii, Solid State Commun **39**, 619 (1981).
- [92] A. Aronov and Y. Sharvin, Rev. Mod. Phys. **59**(4), 755 (1987).
- [93] J. Pieper and J. Price, Phys. Rev. Lett. **72**, 3586 (1994).
- [94] D. Z. Liu, B. Y.-K. Hu, C. Stafford, and S. D. Sarma, Phys. Rev. B **50**, 5799 (1994).
- [95] M. Swikes, C. Marcus, K. Campman, and A. Gossard, Science **283**, 1905 (1999).
- [96] R. Deblock, Y. Noat, H. Bouchiat, B. Reulet, and D. Mailly, Phys. Rev. Lett. **84**(23), 5379 (2000).
- [97] F. Pierre, A. Gougam, A. Anthore, H. Pothier, D. Esteve, and N. Birge, Phys. Rev. B **68**, 085413 (2003).

- [98] A. Zawadowski, J. von Delft, and D. Ralph, Phys. Rev. Lett. **83**, 2632 (1999).
- [99] J. Bardeen, L. Cooper, and J. Schrieffer, Phys. Rev. **108**, 1175 (1957).
- [100] B. Al'tshuler and B. Spivak, Zh. Eksp. Teor. Fiz [Sov. Phys. JETP 65,343 (1987)] **92**, 609–615 (1987).
- [101] B. Josephson, Phys. Lett. **1**, 251 (1962).
- [102] P. de Gennes, *Superconductivity of Metals and Alloys*, Benjamin, New York, 1966.
- [103] J. Caud, H. Saleur, and F. Siano, Phys. Rev. Lett. **88**, 106402 (2002).
- [104] M. Tinkham, *Introduction to superconductivity (2nd ed.)*, McGraw-Hill, Singapore, 1996.
- [105] L. Lévy, *Magnétisme et supraconductivité*, CNRS Editions-InterEditions, Savoirs Actuels, 1997.
- [106] A. Andreev, Zh. Eksp. Teor. Fiz [Sov. Phys. JETP 19,1228 (1964)] **46**, 1823 (1964).
- [107] I. Kulik, Zh. Eksp. Teor. Fiz. [Sov. Phys. JETP **30**(5), 944 (1970)] **57**(5), 1745–1759 (1969).
- [108] J. Cayssol, *Etudes des propriétés thermodynamiques de structures hybrides métal normal/métal ferromagnétique-supraconducteur*, PhD thesis, Université Paris-Sud, Centre d'Orsay, 2003.
- [109] P. Bagwell, Phys. Rev. B **46**, 12573 (1992).
- [110] B. Huard, *Interactions between electrons, mesoscopic Josephson effect and asymmetric current fluctuations*, PhD thesis, CEA, Saclay, 2006.
- [111] M. Büttiker, Y. Imry, and R. Landauer, Phys. Lett. A **96**, 365 (1983).
- [112] C. Beenaker and H. van Houten, Phys. Rev. Lett. **66**(23), 3056 (1991).
- [113] H. Takayanagi, T. Akazaki, and J. Nitta, Phys. Rev. Lett. **75**(19), 3533 (1995).
- [114] A. Furusaki, H. Takayanagi, and M. Tsukada, Phys. Rev. Lett. **67**(1), 132 (1991).
- [115] C. Ishii, Progr. Theoret. Phys. (Kyoto) **44**, 1525 (1970).
- [116] T. T. Heikkilä, J. Särkkä, and F. K. Wilhelm, Phys. Rev. B **66**, 184513 (2002).
- [117] K. Usadel, Phys. Rev. Lett. **25**, 1970 (207).
- [118] L. Gor'kov, Sov. Phys. JETP **9**, 1364 (1960).
- [119] P. Dubos, *Dynamique quantique d'un SQUID-DC*, PhD thesis, Grenoble, 2000.
- [120] F. Balestro, *Transport électronique dans les nanojonctions supraconducteur - métal normal - supraconducteur*, PhD thesis, Grenoble, 2003.
- [121] A. Golubov, M. Kupriyanov, and E. Il'ichev, The current-phase relation in Josephson junctions, Rev. Mod. Phys. **76**, 411 (2004).
- [122] V. Ambegaokar and A. Baratoff, Phys. Rev. Lett. **10**, 486 (1963).
- [123] L. Aslamasov and A. Larkin, Pis'ma Zh. Eksp. Teor. Fiz. [JETP Lett. **9**, 87 (1969)] **9**, 150 (1969).
- [124] I. Kulik and A. Omel'yanchuk, Zh. Eksp. Teor. Fiz. Pis'ma Red. [JETP Lett. **21**, 96 (1975)] **21**(4), 216 (1975).
- [125] I. Kulik and A. Omel'yanchuk, Fiz. Nizk. Temp. [Sov. J. Low. Temp. Phys. **3**, 459 (1977)] **3**(7), 945 (1977).

- [126] F. Wilhelm, A. Zaikin, and G. Schön, *J. Low Temp. Phys.* **106**, 305 (1997).
- [127] V. T. Petrashov, V. N. Antonov, P. Delsing, and R. Claeson, *Phys. Rev. Lett.* **70**, 347 (1993).
- [128] H. Courtois, P. Gandit, D. Mailly, and B. Pannetier, *Phys. Rev. Lett.* **76**, 130 (1996).
- [129] A. Dimoulas, J. P. Heida, B. J. v. Wees, T. M. Klapwijk, W. v. d. Graaf, and G. Borghs, *Phys. Rev. Lett.* **74**, 602 (1995).
- [130] J. Kutchinsky, R. Taboryski, O. Kuhn, C. B. Sørensen, P. E. Lindelof, A. Kristensen, J. B. Hansen, C. S. Jacobsen, and J. L. Skov, *Phys. Rev. B* **56**, 2932(R) (1997).
- [131] P. G. N. de Vegvar and L. Glazman, *Phys. Rev. Lett.* **71**, 2351 (1993).
- [132] H. C. P. Charlat, P. Gandit, D. Mailly, A. Volkov, and B. Pannetier, *cond-mat/9609182* (1996).
- [133] P. Dubos, H. Courtois, B. Pannetier, F. K. Wilhelm, A. D. Zaikin, and G. Schön, *Phys. Rev. B* **63**, 064502 (2001).
- [134] C. Kittel, *Physique de l'état solide*, DUNOD, 1995.
- [135] T. Hoss, C. Strunk, and C. Schönenberger, Nonorganic evaporation mask for superconducting nanodevices, *Microelectronic Engineering* **46**, 149–152 (1999).
- [136] C. Hoffmann, *Etude du transport électronique dans les jonctions hybrides supraconducteur - métal normal par des mesures de bruit en courant*, PhD thesis, Grenoble, 2001.
- [137] M. Levinsen, *Rev. Phys. App.* **9**, 135 (1974).
- [138] C. Hoffmann, F. Lefloch, M. Sanquer, and B. Pannetier, *Phys. Rev. B* **70**, 180503(R) (2004).
- [139] A. Anthore, Private Communication .
- [140] Y. Song, *J. App. Phys.* **47**, 2651 (1976).
- [141] J. C. Cuevas, *cond-mat/07042358*, (2007).
- [142] M. Devoret, D. Esteve, J. Martinis, A. Cleland, and J. Clarke, *Phys. Rev. B* **36**, 58 (1987).
- [143] M. Devoret, D. Esteve, J. Martinis, A. Cleland, and J. Clarke, *Phys. Rev. Lett.* **85**, 170 (2000).
- [144] J. Kutchinsky, *Coherence and Nonequilibrium in Mesoscopic Superconductor-Normal Conductor-Superconductor Structures of Aluminum and Gallium-Arsenide*, PhD thesis, Technical University of Denmark, 2001.
- [145] N. Bergeal, X. Grison, J. Lesueur, G. Faini, M. Aprili, and J. P. Contour, *App. Phys. Lett.* **87**, 102502 (2005).
- [146] G. Montambaux, Private Communication .
- [147] J. C. Cuevas, J. Hammer, J. Kopu, J. K. Viljas, and M. Eschrig, *Phys. Rev. B* **73**, 184505 (2006).
- [148] W. Belzig, C. Bruder, and G. Schön, *Phys. Rev. B* **54**, 9443 (1996).
- [149] A. Rogachev, T.-C. Wei, D. Pekker, A. T. Bollinger, P. Goldbart, and A. Bezryadin, *Phys. Rev. Lett.* **97**, 137001 (2006).

- [150] P. Visani, A. C. Mota, , and A. Pollini, Phys. Rev. Lett. **65**, 1514 (1990).
- [151] A. L. Fauchère, W. Belzig, and G. Blatter, Phys. Rev. Lett. **82**, 3336 (1999).
- [152] C. Bruder and Y. Imry, Phys. Rev. Lett. **80**, 5782 (1998).
- [153] K. Maki and S. Haas, cond-mat/0003413 (unpublished) .
- [154] B. Reulet, M. Ramin, H. Bouchiat, and D. Mailly, Phys. Rev. Lett. **75**(1), 124 (1995).
- [155] S. Guéron, H. Pothier, N. O. Birge, D. Esteve, and M. H. Devoret, Phys. Rev. Lett. **77**, 3025 (1996).
- [156] M. Ferrier, *Transport électronique dans les fils quasi-unidimensionnels : cohérence de phase dans les réseaux de fils quantiques et supraconductivité des cordes de nanotubes de carbone*, PhD thesis, Université Paris-Sud, Centre d'Orsay, 2004.
- [157] C. Glattli, *The magic Fermi sea, electron scattering, noise and entanglement* - Aussois'school 25 sept->5 Oct 2005 - [http ://www.lps.u-psud.fr/Collectif/GDRmeso](http://www.lps.u-psud.fr/Collectif/GDRmeso).